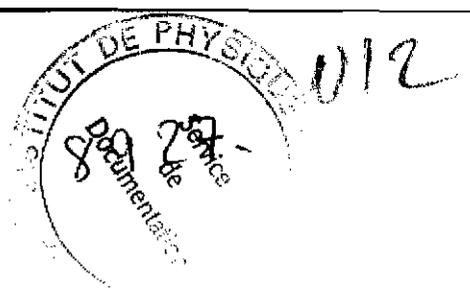


1986

« Symétries et physique nucléaire »
Maubuisson, 5^{ème} session – 15-19 septembre 1986

Table des matières détaillée

Avant-propos P. Quentin	p. i
I - P, C, T nombre baryonique et nombres leptoniques P. Depommier	p. 3
II - Symétrie d'isospin et structure nucléaire S. Galès, Nguyen Van Giai	p. 139
III - Symétrie chirale P.A.M. Guichon	p. 263
IV - Traitement dynamique des symétries : brisure et restauration P. Schuck	p. 299
V - Symétrie postulée : le modèle des bosons en interaction D. Goutte	p. 367
VI - Description des noyaux de A impair en termes de bosons et de fermions en interaction M. Vergnes	p. 417
VII - La décroissance double β^- : introduction, motivations et récents résultats Ph. Hubert	p. 447
VIII - Physique des particules : la quête de la symétrie G. Girardi	p. 475
IX - Le nucléon et l'interaction nucléon-nucléon dans un modèle de symétrie chirale B. Loiseau	p. 495
X - Physique des interactions fondamentales auprès du réacteur à haut flux de l'I.L.L. M. Avenier	p. 523
Liste des participants	p. 525
Adresses	p. 527



ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE

Maubuisson, Gironde

5^e session, 15-19 Septembre 1986

Sous le patronage de
l'Institut de Physique Nucléaire et de Physique des Particules
IN2P3

avec la participation de
l'Institut de Recherche Fondamentale
CEA

SYMETRIES ET PHYSIQUE NUCLEAIRE

P. DEPOMMIER
S. GALES
NGUYEN VAN GIAI
P. GUICHON
P. SCHUCK
M. VERGNES
M. AVENIER
P. HUBERT
G. GIRARDI
B. LOISEAU

Cours enseignés aux précédentes sessions de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire

- 1982 COLLISIONS NUCLEAIRES AUX ENERGIES VOISINES DE L'ENERGIE DE FERMI
H. Flocard, J. Hüfner, J. Richert, B. Tamain
R. Babinet, J. Cugnon, D. Guerreau, C. Guet, J. Menet, H. Pirner
- 1983 STRUCTURE NUCLEAIRE AUX FRONTIERES DE LA STABILITE
J.-P. Blaizot, M. Epherre, C. Mahaux, M. Meyer, H. Sergolle, Z. Szymanski
S. Della Negra, J. Delorme, S. Gales, D. Gogny, B. Haas, J.-P. Vivien
- 1984 MESONS, BARYONS, QUARKS ET PHYSIQUE NUCLEAIRE
B. Desplanques, B. Frois, U. Gastaldi, E. Predazzi, G. Ripka
J. Arvieux, J.-J. Aubert, M. Ericson, G. London, B. Vignon
- 1985 LA MATIERE NUCLEAIRE DANS TOUS SES ETATS
P. Bonche, J. Cugnon, R. Babinet, J.-F. Mathiot, L. Van Hove
M. Buenerd, J. Galin, M.-C. Lemaire, J. Meyer

CONSEIL SCIENTIFIQUE DE
L'ECOLE JOLIOT-CURIE DE PHYSIQUE NUCLEAIRE 1986

Bordeaux CEN	J. QUEBERT
Bordeaux LPT	Y. ABGRALL, P. QUENTIN
Caen GANIL	H. DOUBRE, J. GALIN
Caen LPC	B. TAMAIN
Grenoble ISN	M. BUENERD, B. VIGNON
Lyon IPN	J. DELORME, M. MEYER
Orsay CSNSM	J.P. THIBAUD
Orsay IPN	B. DESPLANQUES, S. GALES, M. ROY-STEPHAN
Saclay CEN	J. BARRETTE, P. BONCHE, B. FROIS, M.C. LEMAIRE, N. NGO
Strasbourg CRN	B. HAAS, J. RICHERT

Ces cours sont disponibles dans les bibliothèques des laboratoires concernés de l'IN2P3, du CEA et au CERN.

Dans l'impossibilité de les obtenir ainsi, on peut s'adresser à :

J. Garrabos
CEN Bordeaux-Gradignan
Le Haut Vigneau
33170 GRADIGNAN

TABLE DES MATIERES

AVANT-PROPOS

Ph. QUENTIN

P, C, T NOMBRE BARYONIQUE ET NOMBRES LEPTONIQUES

P. DEPOMMIER

1 INTRODUCTION	
1.1. Présentation du cours : esprit, méthodes, limites.....	3
1.2. L'importance des principes de symétrie, des lois de conservation et des règles de sélection associées.....	4
2 DEFINITIONS ET GENERALITES	
2.1. Les opérations P(parité) C (conjugaison particule-antiparticule) et T (renversement du temps).....	5
2.2. Le théorème PCT.....	11
2.3. Le nombre baryonique et les nombres leptoniques (nombre leptonique total, nombres leptoniques partiels). Leur raison d'être.....	12
3 L'EVOLUTION HISTORIQUE	
3.1. Les anciennes croyances.....	14
3.2. La violation de P et de C dans les interactions faibles.....	15
3.3. La violation de PC dans le secteur des kaons.....	15
3.4. La conservation des baryons et des leptons.....	16
3.5. Les différentes sortes de neutrinos et la conservation des nombres leptoniques partiels.....	17
3.6. L'avènement des théories de jauge et les remises en question.....	18
4 UN CADRE THEORIQUE COMME GUIDE	
4.1. Le modèle standard : la chromodynamique quantique, la théorie électrofaible de Glashow, Salam et Weinberg.....	19
4.2. Trois générations de quarks et de leptons. La matrice de Kobayashi et Maskawa (K-M) pour les quarks. Existe-t-il une matrice de K-M leptonique ?.....	23
4.3. Masse de Dirac, masse de Majorana.....	26
4.4. La confrontation du modèle standard avec l'expérience.....	28
4.5. La nécessité d'aller au-delà du modèle standard : grande unification, symétrie droite-gauche, etc.....	29
4.6. Les défis posés aux physiciens.....	31
5 LA VIOLATION DE LA PARITE	
5.1. Ses manifestations expérimentales : asymétries, polarisations, règles de sélection.....	33
5.2. Les effets dans les courants faibles chargés. Interaction lepton-lepton (désintégration du muon). Interaction lepton-quark (désintégration β).....	35
5.3. Les effets dans les courants faibles neutres. Interférence γ -Z ⁰ . Interaction lepton-lepton (diffusion Bhabha, $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$). Interaction lepton-quark (physique atomique, diffusion électron-nucléon et électron-noyau).....	44
5.4. Les effets dans les interactions quark-quark. Violation de la parité en physique nucléaire : transitions α interdites, capture des neutrons polarisés, polarisation circulaire dans les transitions électromagnétiques nucléaires.....	52
5.5. Quelle est l'origine de la violation de la parité ? Les théories de jauge avec symétrie droite-gauche spontanément brisée. Les vérifications expérimentales possibles à haute et à basse énergie.....	58
5.6. Une application de la non-conservation de la parité en physique du solide et en chimie.....	61
6 LA VIOLATION DE PC ET LA VIOLATION DE T	
6.1. La violation de PC dans le secteur des kaons. Les paramètres ϵ et ϵ'	62
6.2. La recherche de la violation de T. Les réactions nucléaires (réciprocité). Le théorème polarisation-asymétrie. La désintégration du neutron. Les corrélations dans les transitions électromagnétiques nucléaires. Les moments dipolaires des particules et des atomes....	66

6.3. P et T en chromodynamique quantique. Les axions.....	77
7 LA VIOLATION DU NOMBRE BARYONIQUE	
7.1. L'apparente conservation du nombre baryonique.....	80
7.2. Les prédictions des modèles de grande unification. SU(5) comme exemple Les autres possibilités.....	80
7.3. La recherche de l'instabilité du nucléon. Les méthodes expérimentales (détecteurs Cerenkov, calorimètres). Les résultats.....	85
7.4. Les oscillations neutron-antineutron (dans le vide, dans un noyau).	87
8 LA NON-CONSERVATION DU NOMBRE LEPTONIQUE	
8.1. Le neutrino, particule de Dirac ou de Majorana ? La masse du neutrino	89
8.2. La double désintégration β sans émission de neutrinos. Les mécanismes possibles de la violation du nombre leptonique. La situation expérimentale.....	89
9 LA VIOLATION DES NOMBRES LEPTONIQUES PARTIELS	
9.1. L'absence de communication entre les différentes familles de leptons	94
9.2. La recherche des désintégrations $\mu \rightarrow e\gamma$, $e\gamma\gamma$, eee , etc... La conver- sion muonium-antimuonium.....	97
9.3. La conversion muon-électron dans un noyau.....	99
9.4. Les résultats et leur signification.....	103
9.5. Les oscillations de neutrinos (dans le vide, dans la matière). Le problème des neutrinos solaires.....	105
10 CONCLUSION	
10.1 Les perspectives d'avenir.....	110
APPENDICE A : la violation de la parité dans les transitions β	112
APPENDICE B : la désintégration du muon.....	116
APPENDICE C : les oscillations de neutrinos entre différentes saveurs.....	120
REFERENCES.....	128

SYMETRIE D'ISOSPIN ET STRUCTURE NUCLEAIRE

S. GALES et NGUYEN VAN GIAT.....	
INTRODUCTION.....	139
I. NON-INVARIANCE D'ISOSPIN DES FORCES NUCLEAIRES ET COULOMBIENNES	
I.1. Le formalisme de l'isospin.....	140
I.2. Indépendance et symétrie de charge des forces nucléaires.....	145
I.3. Principales conséquences de l'invariance exacte d'isospin dans les noyaux.....	149
I.4. Impureté d'isospin des états nucléaires.....	152
I.5. Transitions β superpermises.....	156
II. ASPECTS EXPERIMENTAUX DES MULTIPLETS ISOBARIQUES ET DES RESONANCES ISOBARIQUES ANALOGUES	
II.1. Multiplets isobariques. Formule de masse.....	160
II.2. Tests expérimentaux de la formule de masse.....	162
II.3. Formation et décroissance interdite des états d'isospin $T = 3/2$ et $T = 2$	172
II.4. Les noyaux lourds, résonances isobariques analogues et structure nucléaire.....	179
II.5. Conclusion.....	193
III. ASPECTS THEORIQUES DES ETATS ISOBARIQUES ANALOGUES	
III.1. Théorie de la largeur des RIA.....	195
III.2. Evaluation de ρ^{π} et ρ^{ν}	198
III.3. Déplacements coulombiens.....	202
IV. SYMETRIE D'ISOSPIN DANS LES REACTIONS NUCLEAIRES	
IV.1. Dépendance en isospin du potentiel nucléon-noyau.....	210
IV.2. Diffusion élastique nucléon-noyau et potentiel dépendant de l'isospin	214
IV.3. Etats analogues en réaction de transfert d'un nucléon.....	220
IV.3" Symétrie d'isospin et de spin-isospin en réaction d'échange de charge et de diffusion inélastique.....	225
IV.4. Résonances géantes isovectorielles et états doubles analogues en réac- tion d'échange de charge.....	250
CONCLUSION.....	255
REFERENCES.....	256

SYMETRIE CHIRALE
P.A.M. GUICHON

I. INTRODUCTION.....	263
II. NOTION DE SYMETRIE CHIRALE	
1. Hélicité, chiralité.....	264
2. Transformations chirales.....	265
3. Symétrie chirale et Q.C.D.....	266
III. LA SYMETRIE CHIRALE : UNE SYMETRIE DE L'INTERACTION FORTE REVELEE PAR L'INTERACTION FAIBLE	
1. Le courant électromagnétique.....	268
2. L'interaction faible.....	270
3. Le courant vectoriel et l'hypothèse isotriplet.....	271
4. Le courant axial, la relation de Goldberger-Treiman et l'hypothèse P.C.A.C.....	273
5. L'algèbre des courants et la symétrie chirale.....	276
6. Le pion comme mode de Goldstone.....	277
IV. MODELES LAGRANGIENS	
1. Motivation.....	283
2. Préliminaires.....	283
3. Invariants.....	284
4. Le modèle σ non linéaire.....	285
V. APPLICATIONS	
1. L'approximation en arbre.....	289
2. Diffusion pion-nucléon au seuil.....	289
3. Longueurs de diffusion. Formule de Tomozawa-Weinberg.....	292
4. Commentaires.....	293
APPENDICE.....	296
REFERENCES.....	296

TRAITEMENT DYNAMIQUE DES SYMETRIES : BRISURE ET RESTAURATION
P. SCHUCK

1. INTRODUCTION.....	299
2. REMARQUES GENERALES SUR LES BRISURES DE SYMETRIE ET LA BRISURE DE LA SYMETRIE DE TRANSLATION.....	300
3. ETUDE SUR UN MODELE SCHEMATIQUE.....	305
4. TECHNIQUE DE PROJECTION.....	317
5. SUPERFLUIDITE ET BRISURE SPONTANEE DE SYMETRIE. RESTAURATION DE LA SYMETRIE DANS LE CAS DYNAMIQUE. MODE DE GOLDSTONE.....	325
6. DEVELOPPEMENTS RECENTS.....	352
7. RESUME ET CONCLUSION.....	363
REFERENCES.....	364

SYMETRIE POSTULEE : LE MODELE DES BOSONS EN INTERACTION
D. GOUTTE

<u>PREMIERE PARTIE</u> : Présentation du modèle.....	367
INTRODUCTION.....	367
I. IBM.1	
1. Base restreinte aux degrés de liberté monopolaires et quadrupolaires.....	369
2. Le groupe $U(6)$	370
3. L'Hamiltonien de $U(6)$	371
4. La notion de symétrie dynamique et les "chaînes" de IBM.....	372
5. Les sous-groupes de $U(6)$	372
6. Cas particulier des vibrateurs.....	376
7. Les transitions électromagnétiques.....	380
8. Les noyaux de transition.....	380
9. Les limitations de IBM.1.....	384
II. IBM.2	
1. La distinction explicite entre bosons-proton et bosons-neutron, connexion au modèle en couches.....	386
2. Apparition de nouvelles symétries.....	386
3. L'Hamiltonien général.....	386
4. Applications.....	390

III. LES EXTENSIONS DU MODELE	
1. Introduction de bosons supplémentaires.....	394
2. Couplage de degrés de liberté fermioniques aux degrés de liberté bosoniques.....	394
3. Cluster α	395
4. Coexistence de formes.....	395

DEUXIEME PARTIE : Extension du modèle au calcul des propriétés radiales des fonctions d'ondes nucléaires

1. MESURE DE DENSITES DE CHARGE DE TRANSITION : DIFFUSIONS D'ELECTRONS.....	397
2. INTRODUCTION DANS LE MODELE DE LA DEPENDANCE RADIALE.....	397
3. APPLICATION AUX ISOTOPES DE L'OSMIUM ET DU PLATINE.....	400
4. APPLICATION AUX ISOTOPES DU GERMANIUM.....	404

CONCLUSION.....	411
------------------------	-----

BIBLIOGRAPHIE.....	413
---------------------------	-----

**DESCRIPTION DES NOYAUX DE A IMPAIR EN TERMES DE BOSONS ET DE FERMIONS EN INTERACTION
M. VERGNES**

I. INTRODUCTION	
I.A. Généralités.....	417
I.B. Rappels.....	417
II. LES NOYAUX DE A IMPAIR ET LE MODELE IBFM.....	419
III. CALCULS IBFM SUR ORDINATEUR	
III.A. Les méthodes.....	420
III.B. Niveaux des isotopes du Eu	421
IV. LA VOIE DES GROUPES	
IV. A. Symétrie de Bose-Fermi.....	424
IV. B. Supersymétrie.....	428
IV. C. Tests de la symétrie de Bose-Fermi et de la supersymétrie.....	430
V. MODELES PLUS RECENTS	
V. A. Le modèle "multi-j" $U(6/12)$	437
V. B. Extension de la supersymétrie aux noyaux impair-impairs.....	440
V. C. Extension de la notion même de supersymétrie (en guise de conclusion)	442
BIBLIOGRAPHIE.....	444

**LA DECROISSANCE DOUBLE β^- : INTRODUCTION, MOTIVATIONS ET RECENTS RESULTATS
Ph. HUBERT**

I. DEFINITIONS.....	447
II. RAPPELS THEORIQUES ET DOUBLE DECROISSANCE β^-	448
III. HAMILTONIENS ET PERIODES DE DECROISSANCE.....	451
IV. ASPECT EXPERIMENTAL.....	454
A. Les méthodes géochimiques.....	456
B. Mesures radiochimiques.....	458
C. Expériences utilisant les compteurs β^-	458
V. EXPERIENCES UTILISANT LES DETECTEURS Ge : CAS DU ^{76}Ge	460
A. Détecteur Ge en direct.....	462
B. Détecteur Ge en coïncidence avec des scintillateurs NaI.....	465
C. Améliorations des expériences Ge.....	468
VI. AUTRES PROJETS.....	470
REFERENCES.....	471

PHYSIQUE DES PARTICULES : LA QUETE DE LA SYMETRIE
G. GIRARDI

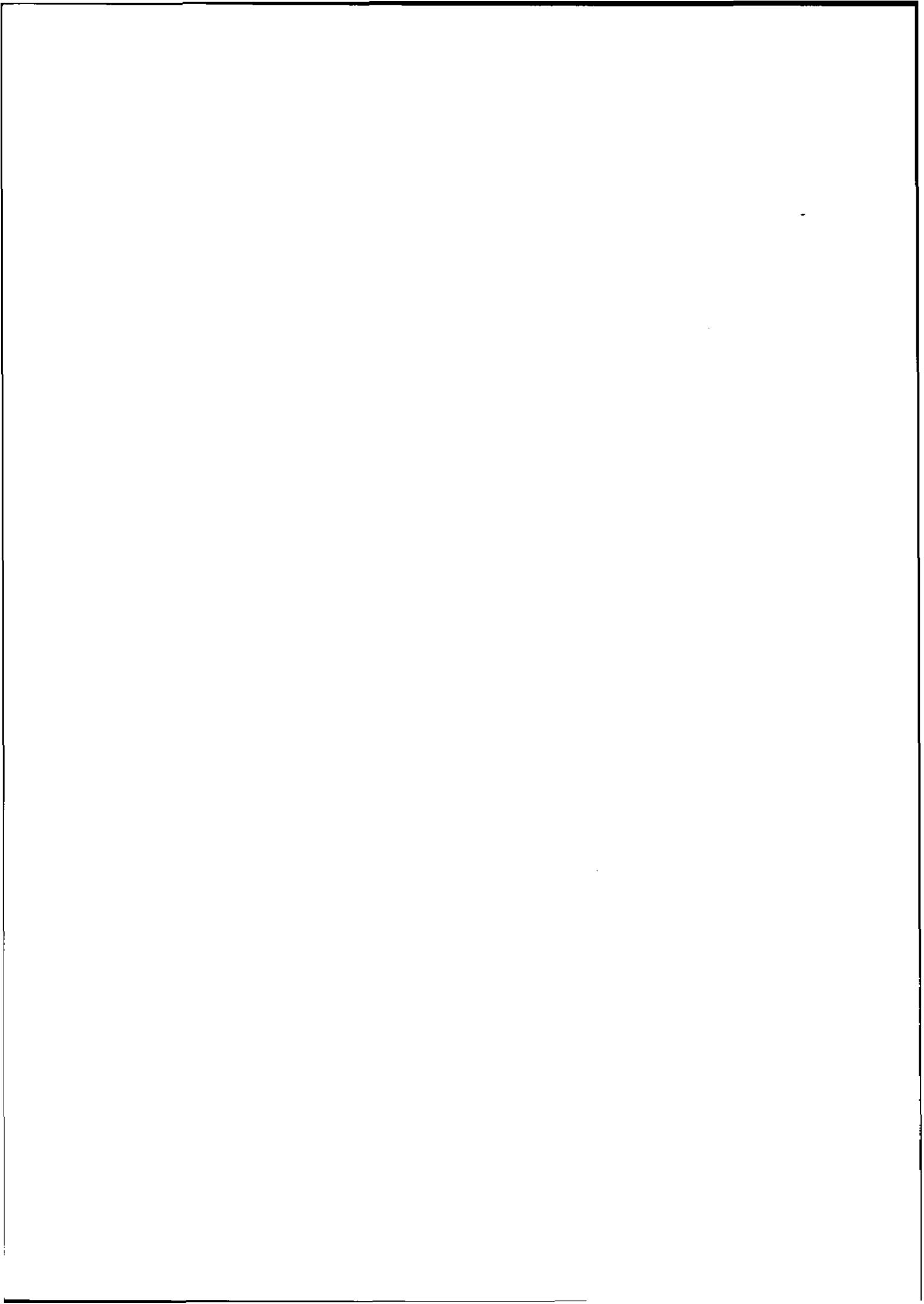
1. INTRODUCTION.....	475
2. GRANDE UNIFICATION	
2.1. Le modèle standard.....	476
2.2. Un modèle SU(5).....	478
2.3. Prédiction du SU(5) minimal.....	479
3. LA SUPERSYMETRIE (SUSY).....	482
3.1. Pourquoi super-symétrie ?.....	483
3.2. Réalisation et la supersymétrie.....	484
3.3. Grande unification et supersymétrie.....	486
4. AU DELA DE LA QUATRIEME DIMENSION	
4.1. Pourquoi ?.....	488
4.2. Comment ?.....	488
REFERENCES.....	491

LE NUCLEON ET L'INTERACTION NUCLEON-NUCLEON DANS UN MODELE DE SYMETRIE CHIRALE
B. LOISEAU

I. INTRODUCTION.....	495
II. LE NUCLEON COMME SOLITON TOPOLOGIQUE DANS UN MODELE DE SYMETRIE CHIRALE	
a) Le modèle σ non linéaire.....	497
b) Stabilité du modèle σ non linéaire : modèle de Skyrme.....	498
c) Courant topologique baryonique.....	501
d) Quantification par l'introduction de coordonnées collectives.....	501
e) Propriétés statistiques du nucléon et du delta.....	503
III. L'INTERACTION BARYON-BARYON A PARTIR DE L'INTERACTION SOLITON-SOLITON	
a) Interaction soliton-soliton.....	505
b) Potentiel statistique nucléon-nucléon.....	507
c) Problème de la liaison nucléaire.....	511
IV. DEVELOPPEMENTS RECENTS DE CONSTRUCTION DE LA PHYSIQUE HADRONIQUE A BASSE ENERGIE A PARTIR DE LAGRANGIENS EFFECTIFS	
a) Introduction des mésons vecteur ρ et A_1	512
b) Modèle de symétrie chirale à 2 phases.....	513
V. QUELQUES REMARQUES ET CONCLUSIONS.....	514
APPENDICE A.....	516
APPENDICE B.....	517
REFERENCES.....	518

PHYSIQUE DES INTERACTIONS FONDAMENTALES AUPRES DU REACTEUR A HAUT FLUX DE L'ILL
M. AVENIER

PLAN.....	523
LISTE DES PARTICIPANTS.....	525
ADRESSES.....	527



AVANT-PROPOS

L'Ecole Joliot-Curie 1986 portait sur un thème qu'on peut à juste titre qualifier de central en Physique Nucléaire, voire même dans toute approche d'un problème en physique. Les symétries, leur brisure et leur restauration sont des notions que l'on retrouve en effet, de façon récurrente dans toute notre discipline, et ce, en particulier, quelque soit le domaine d'énergie étudié. En outre, l'étude des symétries fondamentales dans le noyau constitue une passerelle de choix avec les recherches effectuées dans le domaine des particules élémentaires.

Par le sujet retenu autant que par la qualité des cours donnés, cette édition de notre Ecole demeurera dans les annales comme un exemple de ce que le Conseil Scientifique essaie de mettre en oeuvre année après année : à la fois offrir un approfondissement de notions importantes ainsi qu'une présentation de développements récents et permettre une rencontre de physiciens travaillant sur des aspects différents de la discipline. Sans nul doute, ce dernier rôle gardera une importance marquée dans les prochaines années compte tenu des décisions en train d'être prises en ce qui concerne les équipements expérimentaux lourds. Comme chaque année, les cours écrits rassemblés dans ce volume constituent une "somme" précieuse sur l'ensemble des sujets abordés. Nous en remercions tout particulièrement les conférenciers.

Tout en restant sur les rives de l'étang de Hourtin-Carcans, l'Ecole a changé de lieu géographique. Elle y a gagné en confort sans y perdre son style de travail ni la possibilité de fructueux échanges informels. Nous sommes reconnaissants envers le personnel et Monsieur Pouget, Directeur du Centre Arts et Vie de Maubuisson, pour les excellentes conditions d'accueil et de travail que leur compétence et leur gentillesse ont permis d'apprécier.

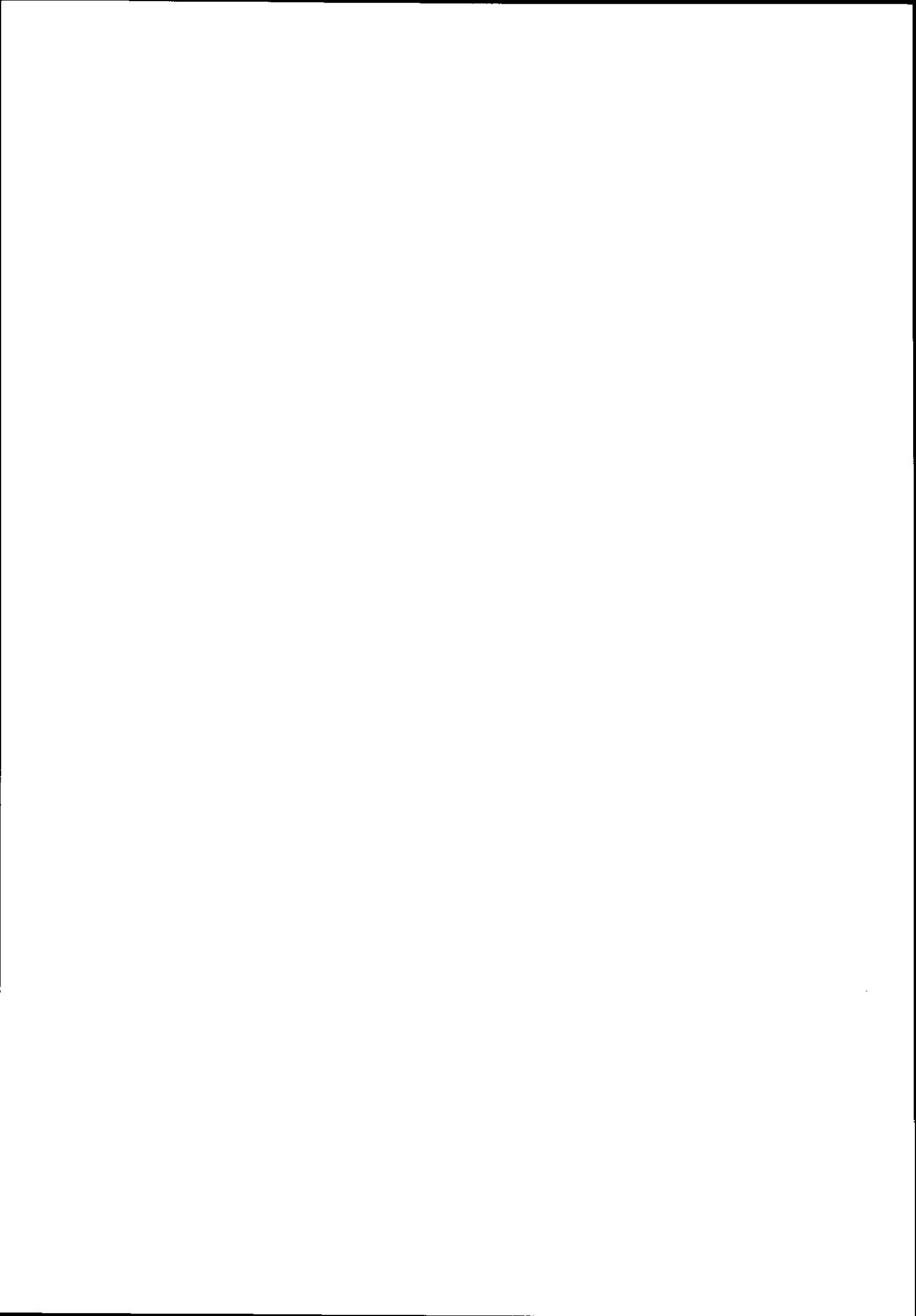
L'Ecole ne serait pas ce que nous connaissons sans le dévouement et la vigilance de Mademoiselle J. Garrabos et Madame P. Tisseyre du CEN de Bordeaux et de Madame E. Ferret de l'IN2P3. Qu'elles trouvent ici l'expression de notre profonde gratitude.

L'IPN de Lyon a assuré l'édition des cours de l'Ecole 1986. Nous remercions vivement pour ce travail son Directeur Monsieur E. Elbaz et Mademoiselle J. Roche, Madame R. Ricard et Monsieur M. Combe.

Malgré les difficultés financières que connaissent actuellement les organismes de recherche, le soutien matériel de l'IN2P3 et de l'IRF ne nous a pas fait défaut. Nous sommes redevables à leurs divers responsables de contribuer ainsi à la continuation et au développement de l'Ecole Joliot-Curie de Physique Nucléaire.

Pour le Comité d'Organisation

Ph. QUENTIN



P, C, T, NOMBRE BARYONIQUE ET NOMBRES LEPTONIQUES

P. DEPOMMIER

Université de Montréal

Bibliographie générale

- 1 "Mécanique quantique", A. Messiah, Dunod, Paris, 1964. Chapitre XV (Invariance et théorèmes de conservation, renversement du temps); chapitre XX (L'équation de Dirac).
- 2 "Les interactions faibles: une introduction", J. Leite Lopes, cours donné à l'École d'Été de Physique des Particules Élémentaires, Gif-sur-Yvette, septembre 1974, IN2P3.
- 3 "Physique Subatomique: Noyaux et Particules", L. Valentin, Hermann.
- 4 "Nuclei and Particles", E. Segré, W.A. Benjamin, New York, 1964.
- 5 "Quarks and Leptons", F. Halzen and A.D. Martin, Wiley and Sons, New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore.
- 6 "Gauge Theory of Elementary Particle Physics", Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- 7 "Weak Interactions and Modern Particle Theory", H. Georgi, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., Advanced Book Program, Menlo Park, California.
- 8 "Introduction to High Energy Physics", D.H. Perkins, Third Edition, Addison-Wesley Publishing Company, 1986.
- 9 "Elementary Particles", I.S. Hughes, Second Edition, Cambridge University Press, Cambridge.
- 10 "Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", K. Siegbahn, North Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965. Chapitre XXIV, C.S. Wu et al., "The Experimental Determination of the β -Interaction)".
- 11 "Beta Decay", C.S. Wu and S.A. Moskowski, Interscience Publishers, Wiley and Sons, New York, London, Sidney, 1966.
- 12 "The Theory of Beta Radioactivity", E.J. Konopinski, Clarendon Press, Oxford, 1966.
- 13 "Weak Interactions and Nuclear Beta Decay", H. Schopper, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966.
- 14 "Intersections Between Particle and Nuclear Physics (Steamboat Springs, 1984)", AIP Conference Proceedings Number 123, Edited by R.E. Mischke, American Institute of Physics, 1984.
- 15 "Weak Interactions in Nuclei", P.G. Bizzeti, Rivista del Nuovo Cimento, 6 1 1983.

1 Introduction

1.1 Présentation du cours: esprit, méthodes, limites.

Nous allons passer quatre heures ensemble, ce qui est très peu pour un sujet aussi vaste que les symétries P (parité), C (conjugaison particule-antiparticule), T (renversement du temps), B (nombre baryonique), L (nombre leptonique) et L_i ($i = 1,3$) (nombres leptoniques partiels). C'est probablement suffisant pour vous donner l'envie d'en savoir davantage sur le sujet. À cet effet, vous trouverez une abondante bibliographie facilement accessible. Et, qui sait, peut-être quelques uns d'entre vous souhaiteront se joindre à une expérience en vue de faire avancer nos connaissances dans le domaine!

Je n'aurai pas le temps d'établir des formules et de démontrer des théorèmes. J'essaierai plutôt de vous faire saisir la physique qui est contenue dans ces formules et ces théorèmes. Je ne pourrai pas non plus entrer dans les détails des expériences. Je me limiterai à décrire les principes qui sont à la base des méthodes expérimentales. Encore ici, la bibliographie vous invitera à faire le reste du chemin.

Je décrirai brièvement plusieurs expériences historiques, mais j'insisterai plus particulièrement sur quelques développements récents.

Pour mettre ensemble les différents sujets et faire apparaître des liens entre eux il faudra que je me situe dans un contexte théorique. J'ai choisi de me placer dans le cadre du *modèle standard*, qui englobe la *chromodynamique quantique* et la *théorie électrofaible* de Glashow, Salam et Weinberg. Ce modèle décrit assez correctement l'ensemble des phénomènes observés en physique atomique, en physique nucléaire et en physique des particules. J'expliquerai cependant pourquoi l'on est conduit, par des arguments théoriques, à aller au-delà du modèle standard, et je donnerai quelques exemples, en insistant sur les conséquences expérimentales. Je laisserai délibérément de côté la gravitation, considérant que ce sujet déborde des limites raisonnables du cours.

Ce cours va nous conduire au-delà des frontières de la physique nucléaire. En effet, le domaine des symétries ne respecte pas les distinctions traditionnelles entre disciplines. De plus, dans la science contemporaine, la physique atomique, la physique nucléaire, la physique des particules et même l'astrophysique sont extrêmement dépendantes les unes des autres. On pourrait aussi ajouter la physique du solide à cette liste, puisque certains concepts théoriques utilisés en physique des particules s'y retrouvent aussi (un exemple est la brisure spontanée de

symétrie). On ne peut plus se permettre d'ignorer ce qui se passe dans des domaines voisins. Et si, pour des raisons d'efficacité, une certaine spécialisation est nécessaire, il faut cependant avoir l'esprit ouvert si l'on veut vraiment comprendre ce que l'on fait.

Un mot encore en ce qui concerne la bibliographie. Comme il s'agit d'un cours et non d'un article de synthèse je ne me suis pas senti obligé de citer tous les articles originaux. J'ai plutôt essayé de fournir du matériel facilement assimilable. De toute façon, les articles que je cite contiennent toutes les références nécessaires.

1.2 L'importance des principes de symétrie, des lois de conservation et des règles de sélection associées.

Il est probablement inutile d'insister lourdement sur l'importance des questions de symétrie dans la physique. Vous avez déjà entendu parler de la relation qui existe entre principes de symétrie et lois de conservation (par exemple invariance par translation et conservation de l'impulsion, invariance par rotation et conservation du moment angulaire) et vous savez que la solution d'un problème de physique est grandement facilitée par la connaissance des constantes de mouvement. Il est important de savoir ce qui est conservé en physique (rigoureusement ou approximativement). Et si une violation de symétrie est observée, il est important de comprendre son origine (par exemple, comprendre la prépondérance de la matière sur l'antimatière dans notre univers). D'autre part, les lois de conservation dictent des règles de sélection qui font que certains processus ne se produisent pas, ou sont fortement inhibés. En physique atomique et en physique nucléaire on connaît l'importance des règles de sélection sur les transitions électromagnétiques, qui sont vérifiées à un très haut degré de précision. Depuis le début du siècle nous avons assisté à une intervention grandissante de la théorie des groupes en physique. Aujourd'hui, les groupes jouent un rôle de premier plan dans la poursuite de l'unification des diverses interactions de la nature.

La physique nucléaire a joué un rôle important dans le développement de nos connaissances sur les interactions fondamentales et sur les principes de symétrie. Par exemple, la radioactivité β nucléaire a largement contribué à l'établissement de la théorie V-A des interactions faibles. C'est parce que le noyau atomique nous fournit une grande variété de transitions, avec un grand choix de nombres quantiques différents. Pour des raisons pratiques, certains processus fondamentaux, comme l'instabilité du nucléon, doivent être étudiés dans des noyaux. D'autres, comme la double désintégration β , ne se produisent que dans des noyaux. Tous ces phénomènes demandent, pour leur interprétation, une bonne compréhension de la structure nucléaire.

2 Définitions et généralités

2.1 Les opérations P (parité), C (conjugaison particule-antiparticule) et T (renversement du temps)¹.

2.1.1 La parité.

L'opération *parité* consiste à renverser les signes des trois coordonnées d'espace, sans modifier le sens du temps :

$$x' = -x \quad y' = -y \quad z' = -z \quad t' = t$$

Deux points de vue peuvent être considérés : on renverse les axes de coordonnées sans toucher au système physique, ou l'on opère la symétrie sur le système sans toucher aux axes. Il est évident que ces deux points de vue, bien que différents, sont physiquement équivalents. D'autre part, une symétrie par rapport à un point (par exemple l'origine O des axes de coordonnées) peut être considérée comme le produit d'une symétrie par rapport à un plan (par exemple xOy) et d'une rotation de 180° (autour de Oz). Si l'on postule l'invariance par rotation, une rotation a un caractère trivial et l'on peut aussi définir la parité comme une symétrie par rapport à un plan. Le système physique est alors transformé par parité en son image par rapport à un miroir. Ce point de vue sera fréquemment utilisé par la suite.

Certains objets ne sont pas superposables à leur image dans un miroir (par exemple une main droite et une main gauche). On introduit la notion de *chiralité* pour quantifier le caractère *droit* ou *gauche*. Cette grandeur a pour valeurs propres +1 et -1, l'association de ces deux valeurs avec la droite et la gauche étant purement conventionnelle (Fig. 1). La chiralité est importante en chimie, puisque certaines molécules ne sont pas invariantes sous l'opération parité. Leur cristallisation donne lieu à des structures asymétriques. On sait que Louis Pasteur a été le premier à effectuer une séparation entre cristaux *droits* et *gauches*. Ces deux espèces de cristaux, mis en solution, ont une action différente sur la lumière polarisée, les uns faisant tourner le plan de polarisation vers la droite, les autres vers la gauche. Nous aurons l'occasion de voir que cette technique de rotation du plan de polarisation est encore utilisée actuellement en physique des particules.

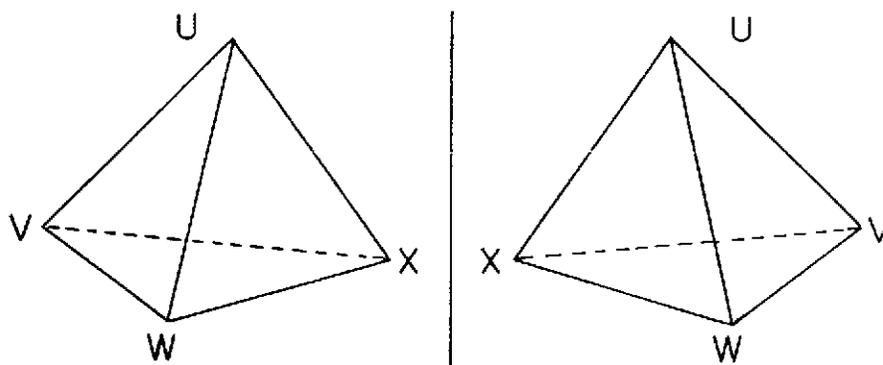


Figure 1: Un tétraèdre droit a pour image dans un miroir un tétraèdre gauche, qui ne lui est pas superposable. Les chiralités de ces deux objets sont de signes opposés.

Il convient ici de noter la transformation des différentes grandeurs physiques sous l'opération parité. Dans la symétrie par rapport à un point, on a les transformations suivantes pour la position, le temps, la vitesse, la quantité de mouvement, l'énergie :

$$\mathbf{r} \rightarrow -\mathbf{r} \quad t \rightarrow t \quad \mathbf{v} \rightarrow -\mathbf{v} \quad \mathbf{p} \rightarrow -\mathbf{p} \quad E \rightarrow E$$

Les moments angulaires (orbital, spin, total) se comportent de la façon suivante :

$$\mathbf{L} \rightarrow \mathbf{L} \quad \mathbf{S} \rightarrow \mathbf{S} \quad \mathbf{J} \rightarrow \mathbf{J}$$

En considérant que la charge électrique est un scalaire on obtient pour le champ électromagnétique :

$$\mathbf{E} \rightarrow -\mathbf{E} \quad \mathbf{H} \rightarrow \mathbf{H}$$

On voit donc que le champ électrique et le champ magnétique se comportent de façon différente (Fig. 2).

A partir des divers vecteurs, on peut former des *scalaires* (invariants sous l'opération parité), et des *pseudoscalaires* (qui changent de signe sous l'opération parité). Particulièrement importants pour la suite sont les pseudoscalaires :

$$\mathbf{J} \cdot \mathbf{p} \quad \mathbf{S} \cdot \mathbf{p} \quad \mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$$

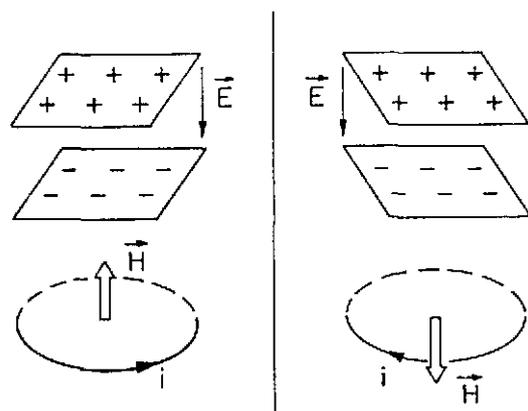


Figure 2: Le champ électrique et le champ magnétique ont des comportements différents sous l'opération parité, définie ici comme la symétrie par rapport à un plan. Le champ électrique est un vecteur polaire et le champ magnétique un vecteur axial.

En mécanique quantique, on apprend qu'à un moment orbital l est associée une parité $(-)^l$. En physique des particules, on introduit aussi la notion de *parité intrinsèque*. Il s'agit d'un attribut (+1 ou -1) attaché à toute particule. La définition de la parité intrinsèque comporte un certain arbitraire. On choisit conventionnellement une parité positive pour le proton. Il est impossible de déterminer expérimentalement la parité relative neutron-proton, étant donné que le seul processus qui permettrait de le faire (la désintégration β) ne conserve pas la parité. Il en est de même pour l'hypéron Λ^0 . Mais dès que l'on considère les baryons (nucléons, hyperons, etc...) comme composites et formés de quarks, la parité intrinsèque doit être la même pour tous les membres d'un même multiplet (par exemple l'octet de baryons de SU(3)). Il est parfois possible de déterminer expérimentalement un rapport de parités intrinsèques. C'est le cas des hyperons Σ^0 et Λ^0 car le Σ^0 se désintègre vers le Λ^0 par interaction électromagnétique (qui conserve la parité):



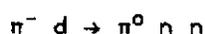
La multipolarité (électrique ou magnétique) est mesurable expérimentalement à partir de la distribution angulaire des paires e^+e^- . Le résultat expérimental est que ces deux particules, Λ^0 et Σ^0 , ont la même parité, en accord avec la prédiction de SU(3). Quant à la parité intrinsèque du pion, elle peut être définie sans ambiguïté, et elle est négative. Cela découle de l'existence de la réaction de capture des pions négatifs par le deutérium:



avec une grande section efficace pour des pions au repos. Les pions sont capturés dans l'état S ($l = 0$). Le pion ayant un spin 0, le moment angulaire total est $J = 1$. Dans l'état final il y a deux fermions identiques et leur fonction d'onde est antisymétrique. La fonction d'isospin est symétrique ($T = 1$). Il faut donc que $L+S$ soit pair et que $|L - S| \leq 1 \leq L + S$, ce qui donne $L = S = 1$. La parité finale est donc négative, indépendamment de la parité intrinsèque du neutron. Comme il s'agit d'une interaction forte, qui conserve la parité, on arrive à la conclusion que la parité du pion (relativement au deuton) est négative. Comme le pion positif est l'antiparticule du pion négatif, sa parité doit aussi être négative. Quant à la parité intrinsèque du pion neutre, elle peut être déterminée expérimentalement par des mesures de polarisation sur ses deux photons de désintégration. On peut montrer que, si l'on détecte les deux photons en coïncidence dans des polarimètres, on observera des polarisations linéaires parallèles si la parité du π^0 est positive, et des polarisations linéaires perpendiculaires si la parité est négative. L'expérience tranche en faveur d'une parité négative. Le méson π (dans ses trois états de charge, ou encore d'isospin) est donc une particule *pseudoscalaire*. Il en est de même des mésons K (K^+ , K^0), de leurs antiparticules (K^- , \bar{K}^0) et du méson η , qui appartiennent tous au même octet de SU(3). Les mésons ρ (triplet d'isospin), les K^* et leurs antiparticules, les mésons ω et φ , qui appartiennent à un nonet de SU(3), sont des mésons *pseudovectoriels* (de spin 1 et de parité négative).

Exercice: Démontrer que si les deux photons de désintégration du π^0 sont polarisés linéairement dans des directions perpendiculaires la parité intrinsèque du π^0 est négative.

Exercice: Pendant très longtemps, la réaction d'échange de charge



avec des pions négatifs au repos, n'avait pas été observée, à cause de sa faible section efficace. Montrer que cette réaction est en effet fortement interdite, ce qui est le cas si le π^- et le π^0 ont la même parité et si la capture se fait dans l'état S.

2.1.2 La conjugaison particule-antiparticule.

Lorsque Dirac établit son équation d'onde relativiste pour l'électron, il mit en évidence l'existence de solutions à énergie positive et à énergie négative. Il a fallu un certain temps, et la découverte du positron, avant de donner une interprétation correcte à ces deux types de solutions. On introduisit alors l'opération *conjugaison de charge*, qui transforme un électron en un positron. Partant d'un spineur ψ qui décrit un électron:

$$[\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA_\mu) + m]\psi = 0$$

on peut construire un spineur $C\psi^*$ qui représente un positron (soumis au même champ électromagnétique):

$$[\gamma^\mu(\partial_\mu + ieA_\mu) + m]C\psi^* = 0$$

où C est une matrice 4×4 .

Plus tard, on a été amené à considérer d'autres attributs pour les particules: l'étrangeté, le charme, la beauté, le nombre baryonique, les nombres leptoniques, etc... L'opération de conjugaison particule-antiparticule consiste à changer le signe de toutes ces "charges".

Un état peut-il être un état propre de l'opérateur C ? Evidemment, une particule qui est un état propre de C est sa propre antiparticule. Une telle particule doit être dépourvue de toute "charge", et en particulier elle doit être électriquement neutre. Un coup d'oeil à la table des propriétés des particules nous montre que plusieurs mésons neutres sont des états propres de C . Par exemple, le méson π^0 est un état propre de C avec la valeur propre $+1$. Sa désintégration en deux photons est permise, car le photon a une valeur propre de C égale à -1 . Par contre, la désintégration du π^0 en trois photons (plus généralement en un nombre impair de photons) est interdite par la conservation de C . On a essayé d'observer la désintégration du π^0 en trois photons, sans succès. On a pu établir une limite supérieure² sur le rapport d'embranchement de la désintégration $\pi^0 \rightarrow 3 \gamma$ ($\leq 3.8 \times 10^{-7}$).

Certains systèmes de particules peuvent aussi être des états propres de C . C'est le cas du positronium³, un état lié d'un électron et d'un positron. On sait qu'il existe deux formes de positronium (ortho et para) qui se distinguent par leur mode de désintégration (en trois ou deux photons). Ces deux variétés correspondent à des valeurs propres différentes (-1 et $+1$) de C .

En général, les fermions possèdent une ou plusieurs "charges" (électrique, baryonique, leptonique, etc...) et ne peuvent donc pas être des états propres de C . Le neutrino occupe cependant une position particulière. Ce pourrait être une particule *absolument neutre* (aucune charge de quelque type que ce soit). Majorana⁴ fut le premier à envisager cette possibilité.

Nous verrons que, encore aujourd'hui, cette idée est encore bien vivante, elle a en fait retrouvé une nouvelle jeunesse avec l'avènement des théories de jauge unificatrices.

2.1.3 Le renversement du temps.

Classiquement, cette opération consiste à renverser le sens du temps ($t \rightarrow -t$). Les équations de la mécanique classique sont invariantes sous une telle opération. Par exemple, la trajectoire d'une planète peut-être décrite aussi bien dans un sens que dans l'autre, c'est une question de conditions initiales.

Exercice: Montrer que les équations de Maxwell sont invariantes sous les opérations P et T.

En mécanique quantique, le renversement du temps est associé à une transformation *antunitaire*, ce qui lui donne un caractère spécial⁵. En particulier, on ne peut pas associer à l'invariance par renversement du temps une grandeur conservée comme c'est le cas pour les autres invariances (par exemple la parité). L'invariance par renversement du temps a quand même des conséquences expérimentalement vérifiables, comme nous le verrons.

Il faut noter ici que les systèmes macroscopiques sont soumis à une évolution irréversible dans le temps. C'est parce que les systèmes complexes évoluent toujours vers des états de plus grande probabilité. Mais ceci ne met pas en cause l'invariance par renversement du temps des phénomènes microscopiques sous-jacents.

Les différentes grandeurs physiques se transforment dans le renversement du temps de la manière suivante:

$$r \rightarrow r \quad t \rightarrow -t \quad v \rightarrow -v \quad p \rightarrow -p \quad E \rightarrow E \quad L \rightarrow -L \quad S \rightarrow -S \quad J \rightarrow -J$$

et les grandeurs électromagnétiques:

$$E \rightarrow E \quad H \rightarrow -H$$

On peut former des quantités dites "paires" ou "impaires" dans l'opération T suivant qu'elles sont invariantes ou changent de signe. Des quantités "impaires" importantes pour la suite sont:

$$(p_1 \times p_2) \cdot p_3 \quad (J \times p_1) \cdot p_2 \quad E \cdot H$$

2.2 Le théorème PCT.

Les opérations P, C et T sont reliées entre elles par un important théorème: moyennant des hypothèses très générales comme l'invariance de Lorentz et le caractère local, une théorie quantique des champs est invariante sous le produit (dans un ordre quelconque) des trois opérations P, C et T. Pour une discussion des conditions précises de validité du théorème PCT, voir Streater and Wightman⁶. L'invariance PCT est l'un des piliers de la physique actuelle, et il serait extrêmement déplaisant de devoir la remettre en question. On fait un acte de foi, car les vérifications expérimentales de l'invariance PCT sont loin d'être aussi précises que les meilleurs résultats expérimentaux connus. Il y a plusieurs conséquences expérimentales aisément vérifiables: l'égalité des masses, vies moyennes et moments électromagnétiques des particules et de leurs antiparticules. Il suffit de consulter les tables⁷ pour se convaincre du degré de précision atteint. On voit aussi qu'il serait intéressant de pouvoir comparer les masses du proton et de l'antiproton. Des expériences ont été proposées à LEAR (Low Energy Antiproton Ring) au CERN⁸ pour comparer les masses inertielles du proton et de l'antiproton et aussi pour mesurer la masse gravitationnelle de l'antiproton.

En ce qui concerne l'électron et le positron les vérifications sont assez précises, par exemple pour les masses:

$$\frac{|m^+ - m^-|}{m^-} = (0 \pm 1.3) \times 10^{-7}$$

mais surtout en ce qui concerne l'anomalie du moment magnétique⁹ $a = (g - 2)/2$:

$$a_{e^{sp}} = 1\ 159\ 652\ 200\ (40) \times 10^{-12}$$

$$a_{e^{xp}} = 1\ 159\ 652\ 222\ (50) \times 10^{-12}$$

ce qui donne¹⁰:

$$\frac{g_{e^+} - g_{e^-}}{g_{e^-}} = (22 \pm 64) \times 10^{-12}$$

Exercice: En utilisant les tables, comparer les masses et les vies moyennes des particules et de leurs antiparticules.

2.3 Le nombre baryonique et les nombres leptoniques (nombre leptonique total, nombres leptoniques partiels). Leur raison d'être.

2.3.1 Le nombre baryonique.

Le nombre baryonique a été introduit pour "expliquer" le fait que notre univers existe. Si le proton pouvait se désintégrer (par exemple en positron et photon), ou si les atomes d'hydrogène pouvaient s'annihiler, nous ne serions pas là pour en discuter. Pour interdire la désintégration du proton (ou plus généralement des baryons), on définit un nombre baryonique de la manière suivante :

$$B = +1 \text{ pour un baryon} \quad B = -1 \text{ pour un antibaryon} \quad B = 0 \text{ pour toute autre particule}$$

et on postule une règle de conservation *additive* pour le nombre baryonique total d'un système de particules. Ceci n'est pas une véritable "explication", tout au plus une règle commode pour interdire des processus qui ne sont pas observés.

Dans un langage plus moderne on définit le nombre baryonique à partir des quarks :

$$B = 1/3 \text{ pour un quark} \quad B = -1/3 \text{ pour un antiquark} \quad B = 0 \text{ pour toute autre particule}$$

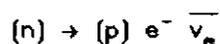
et les nombres baryoniques des hadrons (formés à partir des quarks et des antiquarks) s'obtiennent par additivité.

2.3.2 Les nombres leptoniques.

Dans le cas des leptons, la situation est plus arbitraire, à cause des neutrinos. La distinction entre neutrino et antineutrino est encore une question ouverte, sur laquelle nous reviendrons. On peut toutefois introduire un nombre leptonique de la manière suivante :

$$L = +1 \text{ pour un lepton} \quad L = -1 \text{ pour un antilepton} \quad L = 0 \text{ pour toute autre particule}$$

et postuler une règle de conservation *additive* pour le nombre leptonique total d'un système de particules. Ainsi une désintégration β nucléaire sera représentée par :



où (n) et (p) peuvent être libres ou appartenir à des noyaux. La particule neutre émise est, par

définition, un antineutrino. On verra que ce point de vue peut être remis en question.

Avec la découverte du muon, on a ouvert une deuxième famille de leptons. Puis on a montré que le neutrino associé au muon est différent du neutrino associé à l'électron. Ceci a conduit à définir deux nombres leptoniques différents, un "électronique" et un "muonique". Et avec la découverte du lepton τ nous avons maintenant trois nombres leptoniques L_e , L_μ et L_τ , qui correspondent aux trois saveurs leptoniques. On constate expérimentalement que ces trois nombres leptoniques sont conservés à un très haut degré de précision. Mais il y a de fortes raisons théoriques pour que cette conservation ne soit pas absolue. Avec l'hypothèse de conservation, les neutrinos qui participent aux interactions faibles possèdent une saveur bien déterminée. Par exemple, dans les désintégrations du pion chargé :



ou la capture de leptons par les noyaux :



ou encore les réactions induites par neutrinos :



ou par antineutrinos :



3 L'évolution historique

3.1 Les anciennes croyances.

Avant 1956, on ne se posait pas trop de questions. Les invariances P, C et T étaient acceptées sans discussion, comme des hypothèses tout à fait naturelles. Lorsque Weyl montra que, pour une particule de masse nulle, l'équation de Dirac se décomposait en deux équations à deux composantes associées à des chiralités droite et gauche, Pauli¹¹ indiqua que chacune de ces équations présentait l'inconvénient de violer la parité. Des expérimentateurs observèrent une polarisation longitudinale des électrons de désintégration β . Il reste encore un doute sur la réalité de l'effet observé¹², mais de toute façon leur découverte fut accueillie avec tant de scepticisme qu'ils se découragèrent rapidement. Il semble que les invariances C et T ne furent jamais mises en cause. Quant à la loi de conservation du nombre baryonique, elle découlait tout naturellement de la stabilité de la matière. Un raisonnement très simple, présenté par Maurice Goldhaber, permettait de fixer une limite inférieure pour la vie moyenne du proton. Il est facile de calculer le nombre de protons contenus dans notre corps, puis la dose de rayonnement ionisant délivrée à nos tissus depuis notre naissance. La probabilité d'incidence de cancer est également calculable¹³. Considérant la durée de la vie humaine, on peut établir une limite inférieure de l'ordre de 10^{16} ans pour la vie moyenne du proton. Très vite, des expériences de laboratoire repoussèrent la limite à 10^{23} années, ce qui est beaucoup plus long que l'âge de l'univers. Alors, pourquoi se soucier d'une éventuelle violation de la conservation des baryons? En ce qui concerne la conservation des leptons, la situation était encore plus arbitraire. On discute encore aujourd'hui sur la vraie nature du neutrino et sur la distinction entre neutrino et antineutrino. La croyance en la conservation du nombre leptonique reposait essentiellement sur la non-observation de la double désintégration β sans émission de neutrinos, un processus du second ordre dans les interactions faibles par lequel deux neutrons sont transformés en deux protons dans un noyau :



et l'on attribuait l'interdiction de ce processus à la conservation du nombre leptonique. On ne comprenait pas non plus la non-existence de la désintégration $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$, mais il semble que l'idée de plusieurs saveurs leptoniques n'avait pas encore fait son chemin.

3.2 La violation de P et de C dans les interactions faibles.

En 1956, on assistait au dénouement de l'énigme θ - τ , deux particules connues actuellement sous le nom de mésons K. On avait établi que ces deux particules avaient la même masse et la même vie moyenne, mais qu'elles se désintégraient suivant des modes différents (2π et 3π respectivement). On était bien tenté de conclure que l'on était en présence d'une seule et même particule avec plusieurs modes possibles de désintégration, mais on butait alors sur un problème sérieux¹⁴. Compte tenu du fait que le pion est un méson pseudoscalaire (parité intrinsèque négative), une analyse des moments orbitaux et de la parité conduisait à attribuer au θ une parité positive et au τ une parité négative. On était donc bien en présence de deux particules différentes, mais alors, pourquoi avaient elles la même masse et la même vie moyenne? L'argument suppose évidemment la conservation de la parité dans la désintégration (une interaction faible). Ce problème occupa les théoriciens pendant un bon bout de temps. Finalement, Lee et Yang firent remarquer qu'il n'existait aucune preuve expérimentale de la conservation de la parité dans les interactions faibles, et que l'abandon de la conservation de la parité pourrait résoudre l'énigme θ - τ . Mieux, ils proposèrent des expériences, qui démontrèrent très rapidement que la parité et la conjugaison particule-antiparticule étaient violées au maximum, mais que le produit PC était une bonne symétrie. Les expériences se multiplièrent et conduisirent à une meilleure compréhension des interactions faibles. La théorie V-A de Feynman et Gell-Mann¹⁵ fut confirmée par l'expérience¹⁶. Dans une telle théorie, tous les fermions qui participent aux interactions faibles interviennent dans les courants chargés par leur composante de chiralité gauche (et les antifermions par leur composante de chiralité droite).

3.3 La violation de PC dans les secteur des kaons.

Alors que tout semblait bien aller (théorie V-A confirmée, invariance PC), un effet plus subtil fut découvert en 1964, encore dans le secteur des kaons. La conservation de PC exige que les mésons K neutres interviennent dans les interactions faibles par les combinaisons :

$$K_1^0 = \frac{K^0 + \bar{K}^0}{\sqrt{2}} \quad K_2^0 = \frac{K^0 - \bar{K}^0}{\sqrt{2}}$$

car ce sont les états propres de PC (valeurs propres +1 et -1 respectivement). En postulant l'invariance PC, on démontre que le K_1^0 peut se désintégrer en deux pions, et que le K_2^0 ne doit pas se désintégrer en deux pions, mais plutôt en trois pions. Deux particules avec de tels modes de désintégration sont observées et ont reçu les noms de K_S (short) et K_L (long), à cause de leurs vies moyennes très différentes. Une expérience, pour laquelle Fitch et Cronin ont obtenu, longtemps après, le prix Nobel, montra que le mode $K_L^0 \rightarrow 2 \pi$ existait avec un rapport

d'embranchement de quelques %. Aujourd'hui, après tant d'années, on n'a pas tellement avancé dans la compréhension de la violation de PC, malgré l'abondance des travaux théoriques et expérimentaux sur la question. La difficulté du problème tient au fait que la violation de PC n'a été observée que dans le système des mésons K, et que le nombre d'expériences possibles est limité (il s'agit d'ailleurs d'expériences très difficiles)¹⁷.

Si l'on invoque le théorème PCT, une violation de PC a pour conséquence une violation de T. Cette violation de T pourrait être observable dans d'autres domaines de la physique, en particulier en physique nucléaire, où elle a des conséquences vérifiables (relation entre sections efficaces pour des réactions réciproques, théorème polarisation-asymétrie), et en physique des particules. Il n'existe pas, actuellement, de résultat expérimental convaincant en faveur d'une violation de T.

3.4 La conservation des baryons et des leptons.

Pendant tous ces développements, on observait un intérêt limité en ce qui concerne la conservation du nombre baryonique. Peut-être n'y avait-il pas assez de motivation théorique. Notons cependant une contribution importante de Sakharov¹⁸. Un fait expérimental est la prépondérance de la matière sur l'antimatière dans l'univers, et aussi la valeur énorme du rapport du nombre de photons au nombre de baryons (10^9). L'explication proposée par Sakharov nécessite une violation de PC, une violation de la conservation des baryons et des hypothèses supplémentaires sur l'évolution de l'univers (phase où l'équilibre thermodynamique n'est pas réalisé). Mais, entre temps, des expériences permettaient de faire reculer les limites inférieures de la vie moyenne du proton par plusieurs ordres de grandeur.

La conservation des leptons était remise en question. En effet, dans la théorie V-A, l'absence de la double désintégration β peut s'expliquer par une interdiction d'hélicité. Le neutrino virtuel émis lors de la première transition est droit et il ne peut donc pas induire une seconde transition puisqu'il faudrait un neutrino gauche. Il est donc encore possible que le neutrino soit identique à son antiparticule (neutrino de Majorana). On commença à réaliser que la double désintégration β pourrait se produire si le neutrino avait une masse non nulle, ou encore si les interactions faibles n'étaient pas exactement de la forme V-A. Il apparaissait donc que la double désintégration β ouvrait une fenêtre sur deux questions importantes: la masse du neutrino et l'existence de courants faibles droits, de la forme V+A. Mais il n'existait pas encore une forte motivation pour attaquer ces problèmes.

3.5 Les différentes espèces de neutrinos et la conservation des nombres leptoniques partiels.

L'absence de la désintégration $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ commençait à intriguer sérieusement les théoriciens, à un moment où il était fortement question d'un boson intermédiaire transmettant l'interaction faible. Même si les calculs étaient ambigus, faute de disposer d'une théorie renormalisable des interactions faibles, un sérieux problème apparaissait. Avec des paramètres de coupure raisonnables, les calculs prévoyaient une valeur de l'ordre de 10^{-4} pour le rapport d'embranchement :

$$R(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma}{\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \nu_\mu}$$

alors que la limite supérieure expérimentale avait été abaissée à 10^{-7} . Cette désintégration peut se produire si le neutrino virtuel émis au vertex muonique peut être réabsorbé au vertex électronique, ce qui suppose qu'il n'y a pas de différence de nature entre un neutrino "électronique" et un neutrino "muonique". Par contre, si l'on suppose que ces deux neutrinos sont caractérisés par des nombres leptoniques différents, et que ces nombres leptoniques sont conservés, la désintégration en question est interdite. C'est l'hypothèse des deux neutrinos, qui fait appel à une vérification expérimentale. Les neutrinos produits à partir des accélérateurs sont pratiquement tous des neutrinos muoniques, car ils proviennent de la désintégration des pions. En effet, la théorie V-A fournit une prédiction précise et sans ambiguïté pour le rapport d'embranchement :

$$R_{e\mu} = \frac{\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e}{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu} = 1.23 \times 10^{-4}$$

la raison étant que la cinématique force le lepton chargé dans un état d'hélicité anormal pour la théorie V-A. L'émission du positron n'est pas rigoureusement interdite parce que la vitesse de cette particule est légèrement inférieure à c. Le muon, lui, est beaucoup plus lent, et l'interdiction d'hélicité ne s'applique pas. On peut donc disposer de faisceaux de neutrinos ou d'antineutrinos muoniques, suivant que l'on part de pions positifs ou négatifs. En envoyant ces particules sur de la matière on doit observer les réactions :

$$\nu_\mu (n) \rightarrow \mu^- p \quad \bar{\nu}_\mu p \rightarrow \mu^+ p$$

mais pas les réactions :

$$\nu_\mu (n) \rightarrow e^- p \quad \bar{\nu}_\mu p \rightarrow e^+ n$$

si les deux neutrinos sont bien de nature différente. Or il est facile, dans un détecteur, de distinguer un électron (ou positron) d'un muon. Un muon ne donne pratiquement pas de

rayonnement de freinage, et perd son énergie essentiellement par ionisation. Sa trace est presque rectiligne, étant affectée seulement par la diffusion multiple. Par opposition, un électron (ou positron) rayonne un photon de freinage, qui donne ensuite une paire électron-positron, et ainsi de suite, le résultat étant une gerbe électromagnétique facilement identifiable. Le résultat de l'expérience, positif, confirma que le muon était accompagné de son neutrino, différent du neutrino qui accompagne l'électron. Ce qui mit en veilleuse le problème de la désintégration $\mu \rightarrow e \gamma$, pour laquelle, de toute façon, il n'était pas possible de faire mieux expérimentalement avec les accélérateurs et détecteurs de l'époque¹⁹.

3.6 L'avènement des théories de jauge et les remises en question.

Avec l'avènement des théories de jauge on assiste à une remise en question de toutes les idées reçues et l'on dispose d'un outil mathématique permettant de faire des prédictions précises et non ambiguës pour tous les processus électromagnétiques ou faibles. La première étape fut le *modèle standard*, qui fera, plus loin, l'objet d'une discussion détaillée. Ce modèle, dans sa version minimale, préserve encore, par construction, la plus grande partie des résultats traditionnels: violation maximale de P et de C, possibilité d'une légère violation de PC, conservation des nombres leptoniques et du nombre baryonique. Ce modèle explique correctement tous les phénomènes observés et il n'y a aucune raison contraignante de le rejeter pour des raisons expérimentales. Cependant, il est loin d'être satisfaisant sur le plan théorique, et d'énormes efforts sont déployés en vue de le généraliser. Les directions possibles sont nombreuses, et de nouveaux résultats expérimentaux (à toutes les énergies) seront nécessaires pour guider ces efforts. Dans toutes les extensions et généralisations du modèle standard, il y a remise en question des idées traditionnelles. À peu près inévitablement, on prédit des écarts à la théorie V-A (apparition de courants droits), une violation de la conservation du nombre baryonique et des nombres leptoniques, à de très faibles niveaux cependant. Mais, pour la première fois, on entrevoit des possibilités d'unification des interactions fortes, électromagnétiques et faibles, et même gravitationnelles. La cosmologie rejoint la physique, et l'on s'aventure à décrire les tout premiers instants de l'univers. Dans cette perspective, les questions de symétrie sont appelées à jouer un rôle important.

4 Un cadre théorique comme guide

4.1 Le modèle standard.

Nous allons commencer par le modèle de jauge le plus simple, celui qui est connu sous le nom de *modèle standard* ²⁰. Il englobe la chromodynamique quantique, une théorie de jauge exacte construite sur le groupe SU(3) de la couleur, et la théorie électrofaible de Glashow, Salam et Weinberg, théorie de jauge brisée construite sur le groupe SU(2) X U(1).

Les particules de matière sont des fermions de spin 1/2, qui appartiennent à deux catégories bien distinctes, les quarks et les leptons. La chromodynamique quantique (CDQ) décrit les interactions fortes entre quarks et la théorie électrofaible décrit les interactions électromagnétiques et faibles des quarks et des leptons. Toutes ces interactions sont transmises par des particules qui sont des bosons.

4.1.1 La chromodynamique quantique²¹.

Le groupe SU(3) de la couleur admet comme représentation fondamentale la représentation 3, qui contient trois quarks de couleurs différentes, soit "bleu", "rouge" et "vert". Il est entendu que ce choix de couleurs est purement conventionnel. L'analogie avec les couleurs optiques est utile, mais elle a ses limitations. La représentation 3* contient les antiquarks. La représentation 8 contient les *gluons*, qui sont les véhicules de l'interaction forte entre quarks. Ces gluons sont de masse nulle, et donc la CDQ est une théorie de jauge exacte. Ils n'ont ni charge électrique, ni charge faible, mais sont colorés. Il faut introduire ici la règle du confinement, qui exige que les seules particules physiquement isolables sont celles qui sont des singulets de la couleur, autrement dit qui appartiennent à la représentation 1 de SU(3)_c. Les façons les plus simples d'obtenir la représentation 1 sont:

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 + 8 + 8 + 1$$

$$3 \otimes 3^* = 8 + 1$$

correspondant respectivement aux baryons (formés de trois quarks) et aux mésons (formés d'un quark et d'un antiquark). On peut expliquer qualitativement la règle du confinement par le comportement de la quantité α_s , l'analogie de la "constante" de structure fine de l'électrodynamique quantique (EDQ). Les gluons sont colorés et ont donc entre eux une interaction

directe, contrairement aux photons qui sont neutres et qui n'interagissent pas directement. On peut montrer que le nuage de gluons qui entoure un quark a un effet de signe opposé au nuage de paires quark-antiquark, et que cet effet est prépondérant. Il en résulte que la force entre quarks augmente avec la distance. À très courte distance, l'interaction entre deux quarks est très faible (liberté asymptotique), mais à longue distance elle augmente indéfiniment. Si l'on essaie d'ioniser un proton en tirant un quark vers l'extérieur on finira par dépenser suffisamment d'énergie pour créer une paire quark-antiquark et on se retrouvera avec un baryon et un méson. Plus précisément, la variation de α_s est donnée par :

$$\alpha_s(q^2) = \frac{12\pi}{(33 - 2n_f) \ln(q^2/\Lambda^2)}$$

où q est le moment de transfert (inversement proportionnel à la distance), Λ une constante caractéristique de la CDQ (de l'ordre de 100 à 200 MeV) et n_f le nombre de familles de quarks.

4.1.2 La théorie électrofaible de Glashow, Salam et Weinberg²².

Les interactions électrofaibles sont décrites par une théorie de jauge construite sur le groupe $SU(2) \times U(1)$, mais, comme les bosons qui transmettent les interactions faibles sont massifs, il faut faire appel à un mécanisme qui donne de la masse à ces bosons, le mécanisme de Higgs. On introduit un doublet de champs scalaires complexes, ou doublet de Higgs (4 degrés de liberté). Trois de ces degrés de liberté sont absorbés par trois bosons de jauge (initialement de masse nulle), qui deviennent massifs, et il reste un boson physique, lui aussi massif, qui devra être mis en évidence expérimentalement. On a affaire à une brisure spontanée de symétrie, dont l'énergie caractéristique est de l'ordre de quelques centaines de GeV. À des énergies plus basses, la symétrie du modèle standard, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, se trouve réduite à $SU(3) \times U(1)_{em}$, correspondant à la CDQ et l'EDQ, avec 8 gluons et un photon, tous de masse nulle.

Ayant choisi un groupe de jauge pour la partie électrofaible du modèle standard, il faut définir le contenu en particules et la structure en multiplets. Ces définitions sont choisies afin de retrouver la physique observée, soit la forme $V-A$ pour les courants faibles chargés (avec comme conséquence la violation maximale de P et de C). On ne devra donc pas s'attendre à ce que le modèle standard "explique" la violation maximale de P et de C puisque celle-ci a été mise à la main. Au départ, le modèle standard contient une dissymétrie fondamentale: les composantes gauches des leptons et des quarks appartiennent à des doublets de $SU(2)$, alors que les composantes droites appartiennent à des singulets. De plus, la composante droite du neutrino est absente. Le groupe $SU(2)$ est associé à l'*isospin faible* (ne pas confondre avec l'isospin des interactions fortes). En plus, on introduit l'*hypercharge faible* (ne pas confondre

avec l'hypercharge des interactions fortes), qui satisfait à la relation de Gell-Mann et Nishijima :

$$Q = I_z + \frac{Y}{2}$$

où Q est la charge électrique, I_z la composante z de l'isospin faible et Y l'hypercharge faible. D'où le tableau :

particule	I	I_z	Y	Q
$(\nu_e)_L$	$1/2$	$+1/2$	-1	0
$(e^-)_L$	$1/2$	$-1/2$	-1	-1
$(e^-)_R$	0	0	-2	-1
u_L	$1/2$	$+1/2$	$+1/3$	$+2/3$
d_L	$1/2$	$-1/2$	$+1/3$	$-1/3$
u_R	0	0	$+4/3$	$+2/3$
d_R	0	0	$-2/3$	$-1/3$

On a utilisé les lettres L (left) et R (right) pour désigner les composantes gauche et droite respectivement. On note que, pour l'instant, on ne considère qu'une seule famille de quarks et de leptons.

Les interactions électrofaibles sont transmises par quatre bosons de jauge, correspondant aux quatre générateurs infinitésimaux, trois pour SU(2) (le triplet W_1, W_2, W_3) et un pour U(1) (le singulet W_0). Mais les bosons physiques sont des combinaisons linéaires de ces derniers. Les bosons qui transmettent l'interaction faible, et qui ont acquis une masse par le mécanisme de Higgs, sont :

$$\begin{aligned} W^+ &= W_1 + iW_2 \\ Z^0 &= W_3 \cos\theta_W + W_0 \sin\theta_W \\ W^- &= W_1 - iW_2 \end{aligned}$$

Le boson qui transmet l'interaction électromagnétique est le photon, dont la masse est restée nulle :

$$Y = -W_3 \sin\theta_W + W_0 \cos\theta_W$$

Il faut noter, dans le secteur des bosons neutres, un mélange qui est caractérisé par l'angle de Weinberg θ_W . Cet angle est relié aux constantes de jauge g (pour SU(2)) et g' (pour U(1)) par la relation :

$$\text{tg } \theta_W = \frac{g'}{g}$$

On utilise fréquemment la quantité $x = \sin^2\theta_W$ car c'est ce que l'on mesure expérimentalement. Le paramètre x n'est pas donné par la théorie et doit être déterminé par l'expérience. Ceci résulte du fait que la théorie électrofaible ne réalise pas une véritable unification des interactions faibles et électromagnétiques, car elle est décrite par un produit de deux groupes de jauge. Les constantes g et g' sont des paramètres de la théorie. Il est plus courant d'utiliser comme paramètres la charge de l'électron e et l'angle de Weinberg :

$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \quad \sin^2\theta_W = \frac{g'^2}{g^2 + g'^2}$$

Pour des énergies nettement inférieures aux masses des bosons W et Z l'interaction faible prend la forme habituelle (courant \times courant), mais en plus des courants chargés J_μ^+ et J_μ^- de la théorie V-A on prédit l'existence d'un courant neutre J_μ^0 :

$$H^W = G_F (J_\mu^+ J_\mu^- + J_\mu^- J_\mu^+ + \rho J_\mu^0 J_\mu^0)$$

Les courants faibles ont pour expression :

$$J_\mu^+ = \bar{\nu}_e \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e + \bar{u} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) d$$

$$J_\mu^- = \bar{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{d} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) u$$

$$J_\mu^0 = \bar{\nu}_e \gamma_\mu \frac{1}{2} (1 + \gamma_5) \nu_e + \bar{e} \gamma_\mu \left[-\frac{1}{2} (1 + \gamma_5) + 2 \sin^2\theta_W \right] e \\ + \bar{u} \gamma_\mu \left[\frac{1}{2} (1 + \gamma_5) - \frac{4}{3} \sin^2\theta_W \right] u + \bar{d} \gamma_\mu \left[-\frac{1}{2} (1 + \gamma_5) + \frac{2}{3} \sin^2\theta_W \right] d$$

et le courant électromagnétique :

$$J_{\mu}^{EM} = - \bar{e} \gamma_{\mu} e + \frac{2}{3} \bar{u} \gamma_{\mu} u - \frac{1}{3} \bar{d} \gamma_{\mu} d$$

La constante de Fermi G_F est donnée par :

$$G_F = \frac{g^2}{4\sqrt{2} M_W^2} = \frac{\pi \alpha}{\sqrt{2} M_W^2 \sin^2 \theta_W}$$

Elle est déterminée expérimentalement par la mesure de la vie moyenne du muon. On la présente habituellement sous la forme :

$$G_F = \frac{10^{-5}}{M_p^2}$$

où M_p est la masse du proton, et $\hbar = c = 1$. Le paramètre ρ est donné par la relation :

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W}$$

Dans la version minimale du modèle standard (avec un seul doublet de Higgs) on a $\rho = 1$, ce qui est vérifié expérimentalement avec une très bonne précision (de l'ordre de 1%).

4.2 Trois générations de quarks et de leptons.

Il faut maintenant introduire les différentes familles de quarks et de leptons. Cette idée s'est imposée à la suite de découvertes expérimentales, mais aussi sous la pression des théoriciens. Le muon et le quark étrange nous ont été apportés par l'expérience. Mais le neutrino muonique et le quark charmé ont été inventés pour dénouer des crises dans la théorie. C'est ainsi qu'a été complétée la deuxième famille de quarks et de leptons. Puis vint le lepton τ , découvert expérimentalement. Nous n'avons que des preuves indirectes de l'existence de son neutrino associé, mais ces preuves sont très convaincantes. Puis le quark b fit son entrée, sans que cela fut une surprise. Tout le monde est bien convaincu que le quark t existe et qu'il va être découvert, si ce n'est déjà fait. Et évidemment on s'interroge sur le nombre de familles qui existent dans la nature.

Ces trois familles de quarks et de leptons doivent être incorporées au modèle standard. L'idée de base est que les trois familles doivent être traitées sur le même pied (hypothèse d'universalité), avec une réserve cependant : les états de quarks qui interviennent dans les interactions faibles ne coïncident pas avec les états propres de la masse (ou encore les états qui interviennent dans les interactions fortes). Déjà, dans les années soixante, Cabibbo avait

montré (en exploitant le modèle des quarks et la symétrie SU(3)) que le proton est couplé par l'interaction faible à une combinaison linéaire du neutron et du Λ^0 . Dans le langage moderne des quarks on écrit :

$$\bar{u} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (d \cos\theta_c + s \sin\theta_c)$$

où θ_c est l'angle de Cabibbo, mesuré expérimentalement ($\theta \approx 0.23$). Plus tard, pour expliquer l'absence des courants faibles neutres avec changement d'étrangeté, Glashow, Iliopoulos et Maiani introduisaient un mécanisme de suppression fondé sur l'existence du quark charmé, couplé par interaction faible à une autre combinaison du neutron et du Λ^0 (orthogonale à la précédente) :

$$\bar{c} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) (-d \sin\theta_c + s \cos\theta_c)$$

En langage matriciel cela s'exprime par une rotation effectuée sur le couple (d,s) :

$$(\bar{u} \quad \bar{c}) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \begin{bmatrix} \cos\theta_c & \sin\theta_c \\ -\sin\theta_c & \cos\theta_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \end{bmatrix}$$

La matrice de transformation des états de quarks est ici orthogonale (réelle). En fait, on pense d'abord à une matrice unitaire. Mais les états des quarks sont définis avec des phases arbitraires, et le choix de ces phases peut être fait de manière à rendre la matrice orthogonale. Ainsi, avec deux familles de quarks, les couplages sont purement réels et dépendent d'un seul paramètre arbitraire, l'angle de Cabibbo.

4.2.1 La matrice de Kobayashi et Maskawa (K-M) pour les quarks.

Mais nous savons qu'il existe vraisemblablement trois familles de quarks, même si l'existence du quark t n'a pas encore été établie avec certitude. La matrice 2 x 2 de Cabibbo-Glashow-Iliopoulos-Maiani doit donc être remplacée par une matrice 3 x 3, qui est désignée sous le nom de matrice de Kobayashi-Maskawa. On peut évaluer facilement le nombre de paramètres nécessaires dans le cas d'un nombre quelconque de familles, soit n. Une matrice unitaire n x n dépend de n² paramètres. Elle relie entre eux 2n états entre lesquels il y a 2n-1 phases relatives. Après soustraction de ces phases sans signification physique il reste (n-1)² paramètres, dont évidemment n(n-1)/2 rotations. Les autres paramètres sont les phases dont on ne peut pas se débarrasser : (n-1)(n-2)/2. On a donc les résultats suivants :

n = 2	1 angle de rotation	0 phase
n = 3	3 angles de rotation	1 phase
n = 4	6 angles de rotation	3 phases

etc...

Il y a plusieurs façons de paramétriser la matrice de K-M. Nous adopterons la paramétrisation suivante²³:

$$(K-M) = \begin{bmatrix} c_1 & s_1 c_3 & s_1 s_3 \\ -s_1 c_2 & c_1 c_2 c_3 + s_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 c_2 s_3 - s_2 c_3 e^{i\delta} \\ -s_1 s_2 & c_1 s_2 c_3 - c_2 s_3 e^{i\delta} & c_1 s_2 s_3 + c_2 c_3 e^{i\delta} \end{bmatrix}$$

avec les notations :

$$c_i = \cos\theta_i \quad s_i = \sin\theta_i \quad i = 1, 2, 3$$

Exercice : Montrer que la matrice de K-M s'obtient en faisant le produit de quatre matrices

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & -s_2 \\ 0 & s_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_1 & s_1 & 0 \\ -s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\delta} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & s_3 \\ 0 & -s_3 & c_3 \end{bmatrix}$$

et indiquer la signification de ces matrices.

La phase δ peut être tenue responsable de la violation de CP, car elle introduit des couplages complexes. Les valeurs absolues des éléments de matrice sont assez bien mesurées ou pourvues de limites supérieures. On sait que les éléments diagonaux sont proches de l'unité, mais qu'il existe quand même une assez bonne communication entre les deux premières familles. La troisième famille est assez fortement découplée.

4.2.2 Existe-t-il une matrice de K-M leptonique ?

Une question se pose avec acuité. Existe-il, dans le secteur des leptons, une matrice de K-M? Etant donné que l'on n'a observé, jusqu'ici, aucune communication entre les familles de leptons, cette matrice serait diagonale. En fait, avec des neutrinos de masse nulle, c'est bien ce à quoi l'on s'attend. Si les neutrinos ν_e , ν_μ et ν_τ sont dégénérés en masse (cette condition est suffisante et elle est évidemment réalisée si les neutrinos sont de masse nulle), on peut choisir arbitrairement les états propres de la masse et les faire coïncider avec les états qui interviennent dans les interactions faibles. Nous sommes donc amenés tout naturellement au problème de la masse des neutrinos.

4.3 Masse de Dirac, masse de Majorana²⁴.

Il y a plusieurs façons de construire des termes de masse pour les fermions. Le terme de Dirac est obtenu en couplant une composante droite et une composante gauche :

$$\mathcal{L} = m_D (\bar{\psi}_R \psi_L + \bar{\psi}_L \psi_R) = m_D \bar{\psi} \psi$$

Une autre possibilité consiste à coupler une composante de chiralité déterminée à sa conjuguée (au sens de la transformation C). On peut ainsi introduire deux masses de Majorana :

$$\mathcal{L}_{M1} = m_1 \bar{X}_1 X_1$$

$$\mathcal{L}_{M2} = m_2 \bar{X}_2 X_2$$

avec les définitions :

$$X_1 = \psi_R + (\psi_R)^c \quad X_2 = \psi_L + (\psi_L)^c$$

Les champs X sont dits "de Majorana". Ils correspondent à des fermions qui sont identiques à leurs antiparticules. Evidemment, cela ne peut s'appliquer qu'à des particules "absolument neutres". Les termes de masse de Majorana, appliqués à l'électron, violeraient la conservation de la charge électrique et ne peuvent donc pas exister. Dans le cas du neutrino la question reste ouverte : particule de Dirac ou de Majorana? On avait cru pouvoir répondre à cette question suite à la non-observation de la double désintégration β sans émission de neutrinos, mais la théorie V-A interdit ce processus pour une question d'hélicité. Si le neutrino est une particule absolument neutre, il peut avoir à la fois des termes de masse de Dirac et de Majorana. On doit donc considérer une matrice de masse qui sur la base des états X aura la forme :

$$\begin{bmatrix} m_1 & m_D \\ m_D & m_2 \end{bmatrix}$$

On peut ensuite généraliser en présence de plusieurs neutrinos.

Cette propriété, qui est particulière aux neutrinos, permettra peut-être d'expliquer un mystère: pourquoi les masses des neutrinos sont-elles si petites? En effet, dès que l'on donne une masse de Dirac à un neutrino, il semble normal que cette masse soit comparable à celles des particules de la même famille. L'électron a une masse de 0.5 MeV et les quarks u et d ont des masses de quelques MeV. Il faut donc admettre que la masse de Dirac du neutrino ν_e est de l'ordre du MeV. Dans certaines extensions du modèle standard, et en particulier dans plusieurs théories de grande unification, on introduit un neutrino droit dont la masse M , très élevée, serait de l'ordre de l'énergie caractéristique de la brisure de symétrie du groupe d'unification (ou toute autre brisure de symétrie). Par exemple, avec une masse M de l'ordre de 10^{15} GeV, la matrice de masse pourrait avoir la forme²⁵:

$$\begin{bmatrix} 0 & m_D \\ m_D & M \end{bmatrix}$$

La diagonalisation de cette matrice fournit deux masses, l'une très petite et l'autre très grande (après application de l'opérateur γ^5 pour récupérer une valeur positive):

$$\mu_1 = \frac{m_D^2}{M} \qquad \mu_2 \approx M$$

Ceci explique pourquoi il est important de cerner davantage la vraie nature du neutrino car cette particule possède la clé de plusieurs questions fondamentales.

Le modèle standard ne contient pas de neutrino droit, donc on ne peut pas construire un terme de masse de Dirac. Et avec un seul doublet de Higgs on ne peut pas construire une interaction qui donnerait une masse de Majorana au neutrino. Le neutrino reste donc sans masse et il n'y a aucune communication possible entre les différentes familles de leptons. Les nombres leptoniques total et partiels sont donc conservés dans le modèle standard.

Les expériences qui ont trouvé une masse non nulle pour le neutrino sont contestées et demandent certainement une confirmation. Les autres expériences placent des limites supérieures (avec un niveau de confiance de 95%):

ν_e	Zurich	< 18 eV	spectre β du tritium
ν_μ	Tokyo	< 31 eV	spectre β du tritium
ν_e	Los Alamos	< 27 eV	spectre β du tritium
ν_μ	SIN	< 270 keV	désintégration $\pi \rightarrow \mu \nu_\mu$
ν_τ	ARGUS	< 56 MeV	désintégration $\tau \rightarrow 3\pi \nu_\tau$

4.4 La confrontation du modèle standard avec l'expérience.

En conclusion, les courants faibles et électromagnétiques s'écrivent, pour les trois familles de quarks et de leptons :

$$J_\mu^+ = (\bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} + (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \begin{bmatrix} \text{K-M} \\ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

$$J_\mu^- = (\bar{e} \bar{\mu} \bar{\tau}) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} + (\bar{d} \bar{s} \bar{b}) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \begin{bmatrix} \text{K-M} \\ \end{bmatrix} \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix}$$

$$J_\mu^0 = (\bar{\nu}_e \bar{\nu}_\mu \bar{\nu}_\tau) \gamma_\mu (1 + \gamma_5) \begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \end{pmatrix} + (\bar{e} \bar{\mu} \bar{\tau}) \gamma_\mu \left[-\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) + 2 \sin^2\theta_W \right] \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix}$$

$$+ (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \gamma_\mu \left[\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) - \frac{4}{3} \sin^2\theta_W \right] \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} + (\bar{d} \bar{s} \bar{b}) \gamma_\mu \left[-\frac{1}{2}(1 + \gamma_5) + \frac{2}{3} \sin^2\theta_W \right] \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

$$J_\mu^{\text{E.M.}} = - (\bar{e} \bar{\mu} \bar{\tau}) \gamma_\mu \begin{pmatrix} e \\ \mu \\ \tau \end{pmatrix} + \frac{2}{3} (\bar{u} \bar{c} \bar{t}) \gamma_\mu \begin{pmatrix} u \\ c \\ t \end{pmatrix} - \frac{1}{3} (\bar{d} \bar{s} \bar{b}) \gamma_\mu \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Le modèle standard est capable de faire un grand nombre de prédictions, dans différents domaines de la physique, en fonction des paramètres α , G_F , ρ . Toute la phénoménologie des courants chargés fait intervenir les termes :

$$(\bar{e} \nu_e) \quad (\bar{\mu} \nu_\mu) \quad (\bar{\tau} \nu_\tau) \quad (\bar{d} u) \quad (\bar{d} c) \quad (\bar{d} t) \quad (\bar{s} u) \quad (\bar{s} c) \quad (\bar{s} t) \quad (\bar{b} u) \quad (\bar{b} c) \quad (\bar{b} t)$$

et celle des courants neutres :

$$(\bar{\nu}_e \nu_e) \quad (\bar{\nu}_\mu \nu_\mu) \quad (\bar{\nu}_\tau \nu_\tau) \quad (\bar{e} e) \quad (\bar{\mu} \mu) \quad (\bar{\tau} \tau) \quad (\bar{u} u) \quad (\bar{c} c) \quad (\bar{t} t) \quad (\bar{d} d) \quad (\bar{s} s) \quad (\bar{b} b)$$

(on a omis les opérateurs de Dirac pour simplifier). Il suffit de considérer tous les produits possibles (un terme par l'hermitique conjugué d'un autre). Donnons quelques exemples :

$(\bar{\nu}_e e) (\bar{e} \nu_e)$	diffusion ν_e -e par courant chargé.
$(\bar{\nu}_e \nu_e) (\bar{e} e)$	diffusion ν_e -e par courant neutre.
$(\bar{\nu}_e e) (\bar{\mu} \nu_\mu)$	désintégration du muon.
$(\bar{\nu}_\mu \mu) (\bar{\tau} \nu_\tau)$	désintégration du tauon.
$(\bar{\nu}_e e) (\bar{d} u)$	désintégration β .
$(\bar{\nu}_\mu \mu) (\bar{d} u)$	capture des muons par les noyaux.
$(\bar{d} u) (\bar{u} d)$	interaction faible nucléon-nucléon (courant chargé).
$(\bar{u} u) (\bar{d} d)$	interaction faible nucléon-nucléon (courant neutre).
$(\bar{\nu}_\mu \nu_\mu) (\bar{e} e)$	diffusion ν_μ -e.
$(\bar{e} e) (\bar{e} e)$	interaction faible e^- - e^- et e^+ - e^- .
$(\bar{e} e) (\bar{u} u)$	diffusion des électrons par les nucléons et les noyaux; physique atomique.

etc...

Il faut noter que tous les processus par courants neutres font intervenir simultanément les interactions faibles et électromagnétiques, ainsi que leur interférence (sauf pour les processus impliquant des neutrinos).

Il faut maintenant se poser la question de la validité du modèle standard. En ce qui concerne la théorie électrofaible de G-S-W, on dispose maintenant d'une énorme quantité de données expérimentales, à des énergies allant des eV aux GeV. Une chose remarquable est le bon accord entre les valeurs de l'angle de Weinberg obtenues dans des expériences très différentes (physique atomique, physique des neutrinos, diffusion des électrons par les noyaux, etc...). Le modèle standard a bien résisté jusqu'ici à toutes les tentatives de le prendre en défaut. Alors, pourquoi chercher autre chose ?

4.5 La nécessité d'aller au-delà du modèle standard : grande unification, symétrie droite-gauche, etc...

Malgré ses succès spectaculaires dans l'explication des données expérimentales, le modèle standard n'est pas pleinement satisfaisant, car il laisse sans réponses un grand nombre de

questions fondamentales. Ce n'est pas une véritable théorie unifiée: il y a trois constantes de couplage, une pour la CDQ et deux pour la théorie électrofaible. D'ailleurs, le nombre de paramètres arbitraires dans la théorie (une bonne vingtaine) est considérable: trois constantes de couplage, trois masses leptoniques, six masses de quarks, trois angles et une phase pour la matrice K-M, la constante caractéristique Λ de la CDQ, la masse du boson de Higgs, etc... La théorie ne donne aucune explication pour la violation de la parité, pour la répétition des familles de quarks et leptons et leurs relations. Sans compter le mécanisme de Higgs qui paraît bien arbitraire. Enfin, la gravitation n'est pas incluse, et probablement il sera impossible de faire une véritable théorie unifiée sans elle. Pour toutes ces raisons il faut aller au-delà du modèle standard, et plusieurs avenues sont ouvertes. L'une d'elles est celle de la *grande unification*. Cette dernière consiste à voir le groupe de symétrie du modèle standard, $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, comme un sous-groupe d'un groupe G qui engloberait toutes les interactions connues (laissant provisoirement de côté la gravitation). Ce groupe nous serait en partie caché, aux énergies disponibles de nos jours, et ne se manifesterait dans ce domaine que par le sous-groupe du modèle standard. L'idée de la grande unification consiste à affirmer qu'au-delà d'une certaine énergie, très élevée (par exemple 10^{15} GeV), la symétrie de l'univers est celle imposée par le groupe G . Les interactions faibles, électromagnétiques et fortes sont alors décrites par la même constante de couplage. La théorie de jauge est intacte et tous les bosons qui transmettent les interactions sont de masse nulle. À des énergies plus basses apparaissent des brisures spontanées de symétrie, qui rendent certains bosons massifs et qui différencient les divers types d'interaction. Pour le groupe G il y a plusieurs candidats: $SU(5)$, $SO(10)$, $E(6)$, etc... Une prédiction spectaculaire de ces théories unificatrices est l'instabilité du nucléon (avec comme cas particulier la désintégration du proton), sur laquelle nous reviendrons.

Dans cette démarche, le modèle standard apparaît comme une approximation valable à basse énergie. Mais on s'attend tout de même à observer certains écarts, très petits il est vrai, mais accessibles à l'expérience pourvu que celle-ci soit suffisamment précise. La brisure de G peut se faire en plusieurs étapes, et en particulier engendrer des modèles avec symétrie droite-gauche du type $SU(3) \times SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$ pour lesquels la violation de la parité apparaît comme un phénomène de basse énergie.

Malgré leur beauté, les théories de jauge unificatrices souffrent de plusieurs maladies comme le problème de la *hiérarchie*. Par exemple, dans le cas de $SU(5)$, on a deux brisures de symétrie qui se produisent à des énergies extrêmement différentes (100 GeV et 10^{15} GeV). Ceci cause quelques problèmes comme celui la stabilisation de la masse du boson de Higgs, qui devrait normalement être de l'ordre de quelques centaines de GeV, mais qui a tendance à monter vers l'énergie de grande unification. Pour stabiliser la masse du boson de Higgs, il faut opérer

sur les paramètres du modèle un réglage fin, à une précision de l'ordre de 10^{-13} , ce qui n'est pas naturel. De plus, ces théories sont limitées aux symétries de type interne, et sont donc impropres à incorporer la gravitation. Et aussi, elles font intervenir trois secteurs disjoints de particules: celles associées aux interactions, bosons vectoriels (photons, gluons, W^\pm et Z^0); les fermions (quarks et leptons); et les bosons scalaires de Higgs, qui pour l'instant sont encore hypothétiques. Pour toutes ces raisons, les théoriciens ont cherché plus loin, et entre autres choses ils en sont arrivés à la *supersymétrie*²⁶. Dans les modèles supersymétriques, les bosons et les fermions sont reliés entre eux par les transformations d'un groupe. Il s'établit donc des relations entre les trois secteurs décrits plus haut. Le problème de la hiérarchie est largement atténué. Les symétries d'espace-temps sont associées aux symétries internes. Enfin, un pas de plus a été franchi en renonçant à décrire une particule par un point dans l'espace-temps. Les particules deviennent des objets à une dimension (cordes). D'où la grande faveur des modèles de *supercordes* chez les théoriciens. Cette avenue est très prometteuse, les plus optimistes se risquant à promettre "a theory of everything". Pour l'expérimentateur, il y a du travail en perspective car tous ces nouveaux modèles prédisent une abondance de particules dont seulement quelques unes sont à la portée des accélérateurs actuels. Si ces théories ne valent rien il faudra beaucoup de temps et beaucoup d'efforts pour le prouver.

Dans une autre méthode d'approche, on suppose que les quarks et leptons sont composites²⁷ et formés d'éléments communs (les préons). Les interactions faibles pourraient être, par rapport aux interactions entre préons, des interactions résiduelles au même titre que les interactions nucléon-nucléon par rapport à la CDQ. De telles théories ont l'ambition de relier ensemble les différentes familles de quarks et de leptons et d'expliquer le spectre de masse, les angles de mélange, etc... Dans presque toutes ces extensions et généralisations du modèle standard on prédit des violations des lois de conservation des nombres baryonique et leptoniques, à des niveaux très faibles cependant. On prévoit aussi des écarts à la théorie V-A (donc par rapport à la violation maximale de la parité dans les courants faibles chargés). Chaque théorie a ses prédictions spécifiques. Pour avancer, les théoriciens ont besoin d'une grande quantité de matériel expérimental. Le défi est de taille!

4.6 Les défis posés aux physiciens.

Comment obtenir les données expérimentales qui seront nécessaires? C'est d'abord en allant vers des énergies plus élevées. La course aux hautes énergies a déjà commencé. Dans le domaine de la physique e^+e^- , le SLC (Stanford Linear Collider) va bientôt entrer en service (50 GeV sur 50 GeV) suivi de peu par le LEP (au CERN) avec la même énergie. La seconde phase du LEP doublera cette énergie. Le projet HERA (High Energy Ring Accelerator, à Hamburg) est déjà

bien avancé, avec un faisceau de protons de 800 MeV en collision avec un faisceau d'électrons de 30 GeV. À plus long terme, on envisage le SSC (Superconducting Super-Collider) avec des faisceaux de protons de 20 TeV sur 20 TeV, puis le LHC (Large Hadron Collider, au CERN). Non seulement il faut des énergies élevées, mais il faut aussi des luminosités élevées. On voit que les accélérateurs à cible fixe font place aux collisionneurs. Mais déjà on ressent les limitations technologiques et il ne sera pas possible d'augmenter encore l'énergie si de nouvelles techniques d'accélération ne deviennent disponibles. Enfin, les accélérateurs ne pourront jamais atteindre les énergies fantastiques (10^{15} GeV et plus) auxquelles se produisent certaines brisures de symétrie. C'est pourquoi un programme complémentaire sera consacré à l'étude précise de nombreux phénomènes de basse énergie. Des accélérateurs plus modestes, comme les usines à pions, à kaons, à "charme" et à "beauté", auront un rôle important à jouer. Ici ce n'est pas tellement l'énergie qui compte, mais plutôt l'intensité et les qualités de faisceau, de même que les performances des détecteurs associés. Les désintégrations rares des mésons étranges, charmés, etc... permettront de mesurer avec grande précision les éléments de matrice de K-M et explorerons des domaines de masses très élevées. La physique "sans accélérateurs" deviendra de plus en plus importante, en particulier dans les laboratoires souterrains: recherche de l'instabilité du nucléon, double désintégration β , physique du neutrino, etc... Les sources intenses de neutrons, en particulier les neutrons froids et ultrafroids des réacteurs, et les neutrinos produits par les sources de spallation ou par les réacteurs seront extrêmement utiles. En physique atomique, des expériences de haute précision continueront à apporter des informations intéressantes. Enfin, il se peut que le neutrino ne nous livre pas facilement ses secrets (en particulier si sa masse n'est pas accessible à des expériences de laboratoire) et que seule l'étude des neutrinos solaires puisse répondre aux questions fondamentales. On voit que l'effort à accomplir est immense et que la période qui s'ouvre aux étudiants et étudiantes promet d'être active et passionnante.

5 La violation de la parité²⁸

5.1 Ses manifestations expérimentales.

Quelles sont les manifestations expérimentales de la violation de la parité? Elles sont de deux sortes: apparition d'observables pseudoscalaires (asymétries, polarisations) et violation de règles de sélection.

5.1.1 Asymétries.

Si les lois de la physique sont invariantes dans la parité, toutes les grandeurs physiques du type "pseudoscalaire" doivent être rigoureusement nulles. Rien ne distingue la droite de la gauche. Il est impossible de dire si un phénomène physique se déroule directement devant nous ou par réflexion à travers un miroir. Par contre, si la parité est violée, on pourra distinguer entre ces deux possibilités. On peut s'en convaincre en examinant la célèbre expérience de C.S. Wu²⁹, qui mit en évidence la violation de la parité dans la désintégration β du ^{60}Co orienté.

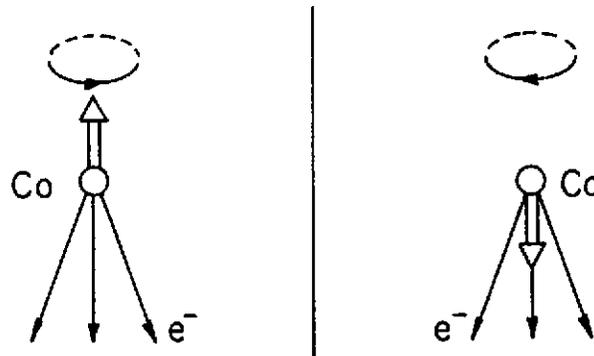


Figure 3: L'asymétrie d'émission des électrons par rapport au vecteur polarisation nucléaire est différente quand elle est vue dans un miroir. L'existence d'une telle asymétrie prouve que l'invariance P est violée dans la désintégration β . L'expérience montre que c'est la situation représentée à gauche qui est réalisée dans la nature.

Considérons le pseudoscalaire $\langle J_N \rangle \cdot p_e$, où $\langle J_N \rangle$ représente le vecteur polarisation associé à l'orientation des noyaux et p_e l'impulsion de l'électron de désintégration. Supposons que la

physique soit telle que les électrons partent préférentiellement dans la direction opposée au vecteur polarisation, ce qui donne une valeur négative à la quantité considérée plus haut. Vue dans un miroir, la physique sera différente, la quantité pseudoscalaire ayant changé de signe, les électrons seront émis préférentiellement dans la direction du vecteur polarisation nucléaire (Fig. 3).

La conservation de la parité refuse toute asymétrie de ce type. La distribution angulaire des électrons pourra être anisotrope, mais elle devra être symétrique par rapport à un plan perpendiculaire au vecteur polarisation. Si l'on a choisi la verticale comme direction de la polarisation il ne devra pas y avoir d'asymétrie de distribution angulaire entre le haut et le bas. Inversement, si la parité est violée, il pourra y avoir une telle asymétrie. Ainsi, la détection d'une asymétrie de ce type est un signal non ambigu de violation de parité.

5.1.2 Polarisation.

Une autre manifestation est l'existence d'une polarisation longitudinale pour les fermions, par exemple pour les électrons ou positrons émis dans la radioactivité β . Avec la direction de la polarisation et la quantité de mouvement de l'électron on forme un pseudoscalaire (appelé aussi hélicité). Si la physique veut que l'électron soit émis avec une hélicité gauche, la physique vue dans un miroir sera différente, l'électron ayant alors une hélicité droite (Fig. 4). La violation de la parité refuse donc toute polarisation longitudinale. Inversement, l'observation d'une telle polarisation est un signal de violation de parité.

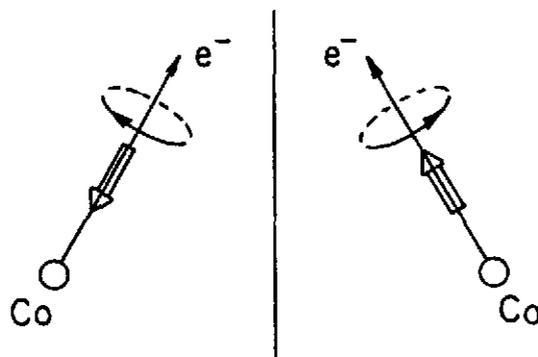


Figure 4: La polarisation longitudinale des électrons est différente quand elle est vue dans un miroir. L'existence d'une telle polarisation prouve que l'invariance P est violée.

5.1.3 Règles de sélection.

Certaines transitions sont interdites par la conservation de la parité. Considérons par exemple une transition α entre un état nucléaire initial de parité *non-naturelle* $(-)^{J+1}$ et un état final 0^+ . La particule α étant de spin nul, le moment orbital qu'elle emporte est $l = J$. Mais alors le changement de parité lors de la transition doit être $(-)^l = (-)^J$. La transition est donc interdite: un niveau de parité non-naturelle ne peut pas se désintégrer par transition α vers un niveau 0^+ . Cette règle est vérifiée expérimentalement avec grande précision, ce qui est une conséquence de l'invariance par parité des interactions fortes. Nous devons revenir sur ce point par la suite.

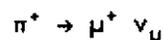
5.2 Les effets dans les courants faibles chargés.

Examinons maintenant les manifestations de la violation de la parité dans les interactions faibles avec courants chargés, en nous limitant aux interactions lepton-lepton et lepton-quark.

5.2.1 Interactions lepton-lepton (désintégration du muon).

5.2.1.1 L'asymétrie des positrons dans la désintégration du muon positif polarisé.

Une des premières expériences sur la violation de la parité fut effectuée sur la désintégration du muon. Ce dernier est obtenu dans la désintégration du pion:



La présence du projecteur $1 + \gamma^5$ impose au neutrino une hélicité gauche (elle est totale si le neutrino a une masse nulle) et la conservation de l'impulsion et du moment angulaire force le muon dans un état d'hélicité gauche également. Ce n'est pas l'hélicité préférée par la théorie V-A, mais comme le muon est très lent (énergie cinétique 4 MeV dans le système du centre de masse), elle n'est pas interdite. Nous avons donc un muon polarisé, et cette polarisation se conserve pratiquement lorsque le muon est amené au repos (Fig. 5). Dès lors, la situation est semblable à celle de la désintégration du ^{60}Co . L'asymétrie (après intégration sur l'énergie) prédite par le modèle standard est (voir appendice B):

$$\bar{W}(\theta) = \bar{W}(\theta = \frac{\pi}{2}) (1 - \frac{1}{3} \cos\theta)$$

Suite à une expérience effectuée très rapidement, cette prédiction fut confirmée.

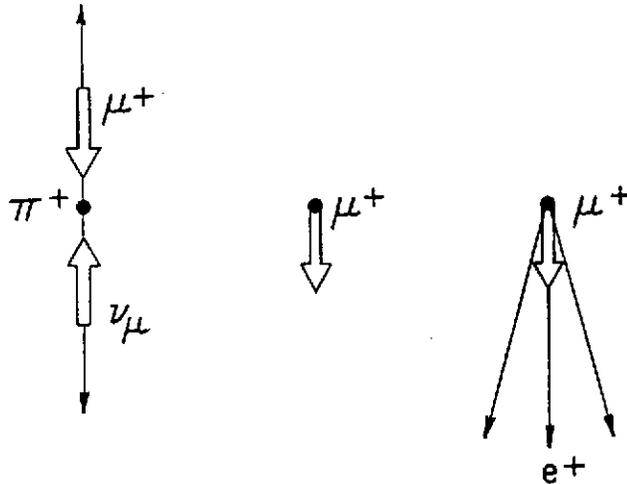


Figure 5: Les lois de conservation cinématiques imposent au muon positif une hélicité gauche. Au repos, les muons sont encore polarisés. Les positrons de désintégration sont émis de façon asymétrique par rapport à la direction de polarisation du muon. C'est une preuve de la violation de la parité.

5.2.2 Interaction lepton-quark (désintégration β).

Historiquement, c'est en désintégration β que la violation de la parité fut observée pour la première fois. Le modèle standard nous fournit le terme :

$$[\bar{u} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) d] [\bar{e} \gamma^\mu (1 + \gamma^5) \nu_e]$$

où le projecteur $1 + \gamma^5$ entraîne une violation maximale de la parité.

5.2.2.1 L'asymétrie des électrons dans la désintégration β de noyaux polarisés.

Dans l'expérience de C.S. Wu et al., on s'intéresse à la distribution angulaire des électrons par rapport à la direction de polarisation nucléaire. La source utilisée est du ^{60}Co . La prédiction théorique est de la forme :

$$W(\theta) = A_0 \left(1 + \frac{v_e}{c} \langle J \rangle \cos\theta \right)$$

et ce que l'on mesure expérimentalement est l'asymétrie :

$$\frac{W(0) - W(\pi)}{W(0) + W(\pi)} = \frac{v_e}{c} \langle J \rangle$$

où v_e est la vitesse de l'électron, $\langle J \rangle$ le taux de polarisation et θ l'angle entre la direction de polarisation et l'impulsion de l'électron. Les noyaux sont polarisés à basse température et dans un champ magnétique par l'intermédiaire de leur cortège électronique. La polarisation est contrôlée au moyen de l'anisotropie des rayons γ du ^{60}Ni . Pour passer de $\theta = 0$ à $\theta = \pi$ on renverse simplement le sens du champ magnétique (donc aussi le sens de la polarisation des noyaux), sans changer la géométrie. Le résultat est spectaculaire³⁰: on observe une forte asymétrie, qui accompagne la polarisation nucléaire. La valeur de l'asymétrie trouvée (même si l'expérience n'est pas très précise) suggère que la violation de la parité est maximale et que l'invariance C est aussi violée de façon maximale. Le résultat est en accord avec l'invariance T, donc aussi avec l'invariance PC.

5.2.2.2 La corrélation entre électron et photon circulairement polarisé.

Au lieu de considérer le pseudoscalaire $\langle J_i \rangle \cdot p_e$, faisant intervenir la polarisation dans l'état initial, on peut envisager de mesurer la polarisation dans l'état final, ce qui est possible si ce dernier se désexcite par rayonnement γ . Si l'on sélectionne la direction de l'électron β , on sélectionne du même coup un sous-ensemble de noyaux finals polarisés, et les γ de désexcitation correspondants sont polarisés circulairement. C'est la méthode dite de la *corrélation β -polarisation circulaire γ* . Cette méthode a l'avantage de ne pas nécessiter l'utilisation des techniques d'orientation nucléaire, mais le prix à payer est la mesure de la polarisation circulaire γ en coïncidence avec les β . Comment mesure-t-on la polarisation circulaire des rayons γ ? La méthode la plus commode repose sur l'effet Compton. La section efficace Compton dépend des polarisations de l'électron et du photon. On utilisera donc la diffusion Compton des photons sur de la matière aimantée. Plusieurs possibilités s'offrent, dont les mérites relatifs dépendent de l'énergie du photon. On trouvera une discussion détaillée dans Siegbahn³¹.

La méthode dite "par transmission" consiste à détecter les rayons γ qui n'ont pas été diffusés (plus ceux qui ont été diffusés à petit angle, mais on peut en tenir compte). Le faisceau de γ traverse un bloc de fer (ou autre matériau magnétique) dont l'aimantation est renversée périodiquement. L'énergie initiale est peu dégradée et on conserve le bénéfice d'une bonne séparation entre des γ d'énergies voisines (Fig. 6).

Dans la méthode dite "par diffusion vers l'avant" les γ sont diffusés par la surface intérieure d'un cylindre aimanté. Un écran de plomb empêche les rayons γ de parvenir directement au détecteur (Fig. 7). Les rayons γ diffusés ont une énergie inférieure à l'énergie initiale, ce qui détériore le pouvoir séparateur du spectromètre.

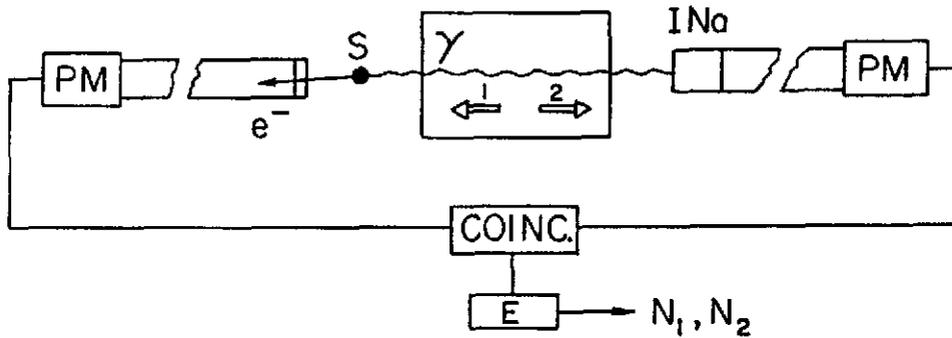


Figure 6: La polarisation circulaire des photons est analysée au moyen d'un polarimètre Compton "par transmission". Pour les deux directions (1 et 2) du champ magnétique on détermine les nombres de coïncidences β - γ , N_1 et N_2 .

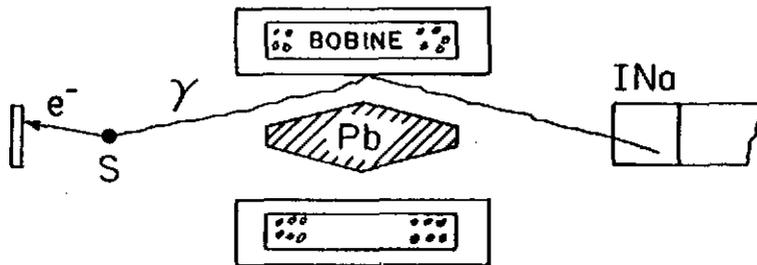


Figure 7: Principe du polarimètre Compton "par diffusion vers l'avant".

Il existe aussi une variante "par rétrodiffusion", qui est plus avantageuse pour les photons de basse énergie (de l'ordre de quelques centaines de keV). Dans tous les cas, on renverse périodiquement la direction d'aimantation du fer (1 et 2) et on enregistre les nombres de coïncidences N_1 et N_2 correspondants. Le rapport:

$$r = \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = f A_c(E) P_c$$

est une mesure de la violation de la parité. Le paramètre f représente la fraction du nombre d'électrons orientés (environ 7% pour le fer), $A_0(E)$ est le pouvoir d'analyse, qui se calcule à partir de la théorie de l'effet Compton (il dépend de l'énergie du photon), et P_c est la polarisation circulaire du photon.

5.2.2.3 La polarisation longitudinale des électrons et positrons de désintégration β .

La polarisation longitudinale des électrons (ou positrons) fut aussi abondamment étudiée. Pour les électrons, deux méthodes ont été utilisées: la diffusion Mott et la diffusion Møller. La diffusion Mott généralise la diffusion Rutherford à des particules de spin 1/2. La section efficace contient un terme spin-orbite³². Considérons (Fig. 8) la diffusion d'un faisceau d'électrons polarisés transversalement (perpendiculairement au plan de la figure). Le signe du produit $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ est différent suivant que les électrons sont déviés vers la droite ou vers la gauche. La polarisation du faisceau d'électrons se traduit par une asymétrie droite-gauche et une différence de taux de comptage dans deux détecteurs.

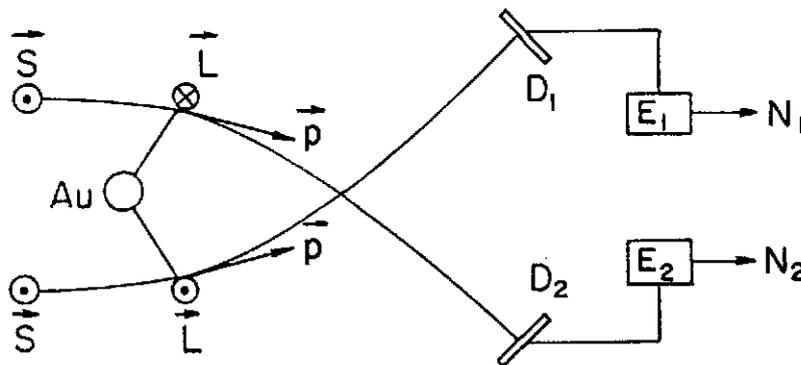


Figure 8: Principe de la diffusion Mott. Les dimensions réelles ne sont pas respectées. Le produit scalaire $\mathbf{L} \cdot \mathbf{S}$ est différent pour les électrons qui atteignent les détecteurs D_1 et D_2 . À cause du potentiel spin-orbite, D_1 et D_2 ne recevront pas le même nombre d'électrons diffusés.

La différence relative de taux de comptage entre les détecteurs est donnée par:

$$\eta = \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = A_{\text{Mott}}(E) P_T$$

où $A_{\text{Mott}}(E)$ est le pouvoir d'analyse, calculable à partir de la théorie de la diffusion Mott, et P_T

la polarisation transversale des électrons. On montre que l'effet croît avec le numéro atomique Z de la cible; on utilisera donc une feuille d'or comme diffuseur. Mais la diffusion Mott est sensible à la polarisation transversale et nos électrons β ont une polarisation longitudinale. Il faut donc commencer par transformer la polarisation longitudinale en une polarisation transversale. La méthode repose sur le fait qu'un champ électrique statique n'agit pas sur la polarisation, mais peut faire tourner le vecteur impulsion (Fig. 9). On peut utiliser un champ électrique macroscopique, tel que produit par un analyseur électrostatique cylindrique (ou un analyseur sphérique qui a l'avantage de focaliser les électrons). Une petite correction à ce qui a été dit plus haut: on a un champ électrique pur dans le référentiel du laboratoire, mais par transformation de Lorentz l'électron voit dans son système propre une composante magnétique qui fait tourner légèrement la polarisation. C'est un effet calculable, et qui ne compromet pas la valeur de la méthode. Une autre façon de procéder est de dévier le faisceau d'électrons de 90° par diffusion multiple dans un élément léger (plexiglass par exemple). Cette dernière méthode se prête bien à des mesures relatives de polarisations.

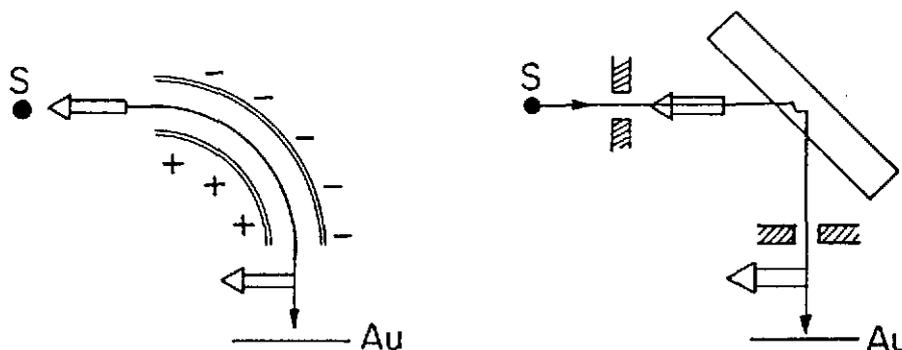


Figure 9: Principe du rotateur de polarisation. Analyseur électrostatique (à gauche), ou diffusion multiple dans un matériau léger (à droite).

L'effet Møller est la diffusion électron-électron. La section efficace se calcule exactement en électrodynamique quantique. Elle dépend des spins, et elle est donc sensible aux polarisations du faisceau et de la cible. La méthode expérimentale consiste à faire diffuser les électrons β sur une feuille mince aimantée (un alliage magnétique du genre *supermendur* a été souvent utilisé). Le faisceau est dirigé presque tangentiellement à la feuille. Pour s'affranchir du bruit de fond intense de la diffusion Mott, on détecte les deux électrons de l'état final en coïncidence, dans une géométrie symétrique (Fig. 10). Si l'on renverse périodiquement le champ magnétique qui

polarise la cible, on observe une variation du taux de comptage qui est proportionnelle à la polarisation longitudinale du faisceau :

$$\eta = \frac{N_1 - N_2}{N_1 + N_2} = f A(E) P_L$$

N_1 et N_2 sont les nombres de coïncidences observées, dans des temps égaux, avec les deux sens de polarisation de la cible. La polarisation de la cible est caractérisée par f , qui est en gros la fraction du nombre d'électrons orientés dans l'atome ferromagnétique (de l'ordre de 7%), $A(E)$ est le pouvoir d'analyse, qui dépend de l'énergie incidente, et qui est calculable par l'électrodynamique quantique. P_L est la quantité à déterminer.

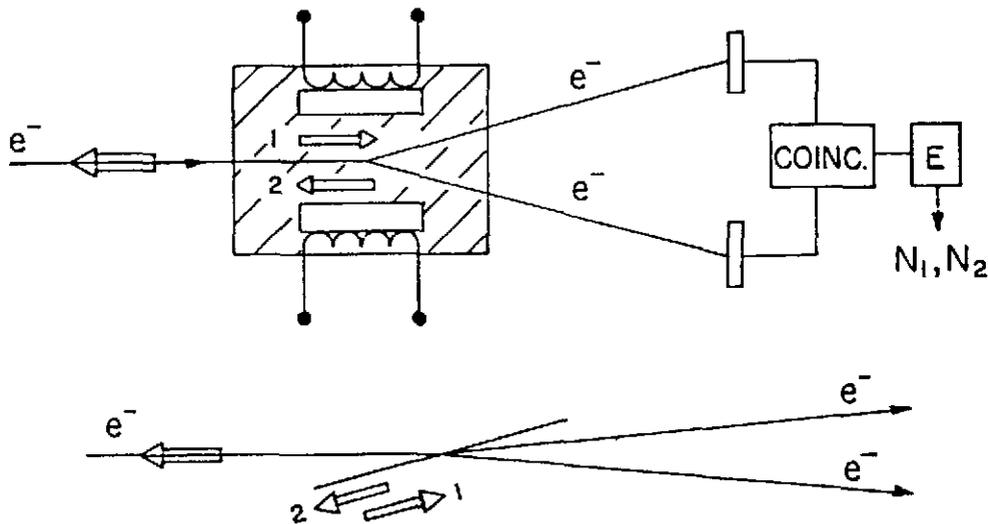


Figure 10 : Principe du polarimètre à diffusion Møller. Les deux électrons de l'état final sont détectés en coïncidence. Le champ magnétique est renversé périodiquement (1 et 2), et on enregistre les nombres de coïncidences correspondants. La feuille est inclinée par rapport au faisceau d'électrons. Dans la deuxième partie de la figure, les deux électrons sortants sont dans un plan perpendiculaire à la feuille.

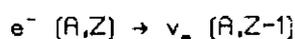
Dans le cas des positrons, la méthode de la diffusion Mott est très inefficace car les positrons sont soumis à une répulsion, et la force spin-orbite a une portée plus courte que la force de Coulomb. Par contre, on peut utiliser la diffusion Bhabha (diffusion positron-électron) sur

une feuille mince aimantée. Enfin, il existe des méthodes propres au positron, qui font appel à l'annihilation positron-électron. Pour une revue plus complète des méthodes expérimentales, on consultera les ouvrages de Siegbahn³³ et Schopper³⁴.

La prédiction du modèle standard est que la polarisation des électrons est égale à $-\nu_e/c$ et celle des positrons égale à $+\nu_e/c$, ce qui est vérifié avec une précision de l'ordre de quelques %. Cette précision devra être grandement améliorée si l'on veut tenter de détecter des écarts par rapport à la théorie V-A. Il faudra aussi être capable de maîtriser un certain nombre de corrections, tant théoriques qu'expérimentales. Il s'agit d'expériences très difficiles.

5.2.2.4 L'hélicité du neutrino.

Une expérience ingénieuse, due à Maurice Goldhaber, a permis de déterminer l'hélicité du neutrino³⁵. Comme il est évidemment impossible de procéder à une mesure directe, on utilise la conservation de l'impulsion et du moment angulaire pour transférer l'hélicité du neutrino à un photon, qui est plus aisément accessible à l'expérimentation. On considère une capture d'électron orbital :



Il y a deux corps dans l'état final et la cinématique est bien définie. Le noyau de recul et le neutrino partent dans des directions opposées, et pour conserver le moment angulaire le noyau doit avoir la même hélicité que le neutrino. Supposons que ce noyau de recul se désexcite par émission γ , et considérons les γ qui sont émis dans la direction de recul. Dans le cas d'une séquence de spins très simple, l'hélicité du γ sera simplement celle du noyau de recul, donc aussi celle du neutrino. Le problème est donc de mesurer la polarisation circulaire des photons qui sont émis dans la direction du noyau de recul. On utilisera un polarimètre Compton, mais comment reconnaître les γ qui sont émis dans la direction de recul ? Grâce à l'effet Doppler, qui leur donne un petit supplément d'énergie. Mais alors, quel est le spectromètre assez précis qui permettra de sélectionner ces γ ? On fait appel à la méthode de *fluorescence résonnante*.

Considérons une transition électromagnétique nucléaire, pour laquelle l'énergie disponible est E_0 (c'est la différence de masse entre les deux niveaux). Si le noyau est initialement au repos, l'énergie emportée par le γ sera légèrement inférieure à E_0 :

$$E_\gamma = E_0 - \frac{E_0^2}{2M}$$

où M est la masse du noyau. La différence étant l'énergie de recul du noyau (de l'ordre de la

dizaine d'eV). De même, pour exciter un noyau initialement au repos, le γ incident devra avoir une énergie légèrement supérieure à E_0 :

$$E_{\gamma} = E_0 + \frac{E_0^2}{2M}$$

Les raies γ ont une certaine largeur, mais l'écart ΔE_{γ} peut être suffisamment grand pour que l'excitation d'un noyau soit impossible par un γ de désexcitation d'un autre. Cependant, si le noyau émetteur est en mouvement, l'effet Doppler pourra compenser l'écart ΔE_{γ} . Encore faut-il trouver un cas favorable! C'est un des exemples de la richesse de la physique nucléaire: on trouve effectivement un noyau, l'euporium 152, qui subit une capture électronique conduisant au samarium, et ce dernier donne un γ de désexcitation avec une séquence de spins favorable et la bonne valeur de l'énergie Doppler. Les γ dont on mesure la polarisation circulaire sont ceux qui ont donné lieu à la fluorescence résonnante (Fig. 11).

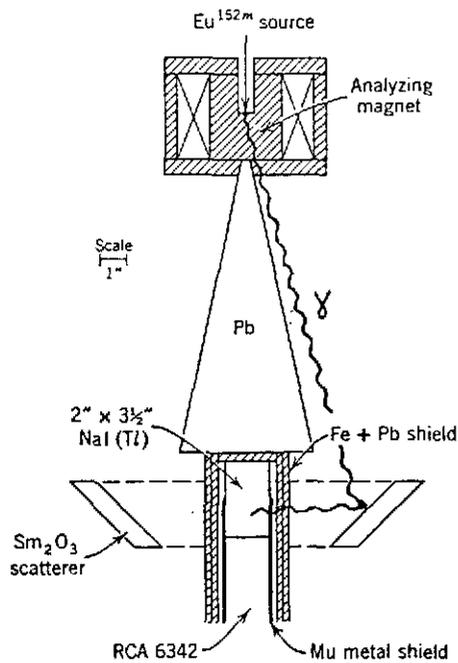


Figure 11: Détermination du signe de l'hélicité du neutrino. La fluorescence résonnante sélectionne les photons qui sont émis dans la direction du noyau de recul. Un écran de plomb empêche les rayons γ de parvenir directement au détecteur.

Le résultat de l'expérience est en accord avec un neutrino gauche, si l'on admet que cette particule est dans un état propre de l'hélicité. En mettant ensemble hélicité du neutrino et hélicité de l'électron on retient seulement les termes V et A dans l'hamiltonien des interactions faibles (voir appendice A).

5.3 Les effets dans les courants faibles neutres.

5.3.1 Interférence γ - Z^0 .

La présence de courants faibles neutres constitue une prédiction spécifique de la théorie électrofaible (G-S-W) et leur découverte a beaucoup contribué au succès de cette théorie. Pour observer les courants neutres à l'état pur il faut utiliser des réactions induites par des neutrinos. Par exemple, la réaction:

$$\nu_{\mu} e^{-} \rightarrow \nu_{\mu} e^{-}$$

ne peut se produire, dans la théorie de G-S-W, que par courant neutre. La réaction:

$$\nu_e e^{-} \rightarrow \nu_e e^{-}$$

qui peut aussi bien s'écrire:

$$\nu_e e^{-} \rightarrow e^{-} \nu_e$$

procède à la fois par courant neutre et par courant chargé. Les sections efficaces de ces réactions sont si petites qu'il n'est pas possible d'étudier des effets de violation de parité. Dans tous les autres cas où l'on utilise des particules chargées, l'interaction électromagnétique interfère avec l'interaction faible. Autrement dit, en plus de l'échange d'un photon il faut considérer l'échange d'un Z^0 . À basse énergie (à une énergie petite par rapport à la masse du Z_0 , soit 90 GeV), l'interaction électromagnétique est largement prépondérante, et l'interférence γ - Z^0 est un très petit effet. Mais la contamination de l'interaction électromagnétique par l'interaction faible est importante en ce qui concerne la parité. Le système formé par deux particules chargées sera décrit par un hamiltonien qui ne respectera plus exactement l'invariance par parité. Ainsi, les niveaux atomiques ne seront plus strictement des états propres de la parité. En plus d'un terme de parité dominante, il y aura une impureté de parité dans la fonction d'onde. Évidemment, cela n'aura aucune importance pratique en physique atomique ou en physique du solide. D'autre part, la diffusion des électrons par les nucléons ou les noyaux fera aussi apparaître des effets de violation de parité, très faibles à basse énergie.

5.3.2 Interaction lepton-lepton (diffusion Bhabha, réaction $e^{+}e^{-} \rightarrow \mu^{+}\mu^{-}$).

Considérons d'abord l'interaction lepton-lepton. On l'étudie maintenant au moyen des collisionneurs électron-positron, comme les anneaux Argus et Petra à Hambourg, PEP à Stanford, etc... Les réactions considérées sont:

$$e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \quad (\text{diffusion Bhabha})$$

$$e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^- \quad \text{ou} \quad \tau^+ \tau^-$$

On s'attend à observer deux effets différents: asymétries et polarisations. En effet, lorsque positron et électron interagissent par interaction faible ils le font dans des états d'hélicité bien définis: gauche pour l'électron et droite pour le positron. Le Z^0 produit est donc polarisé. Lors de sa désintégration, il faut conserver le moment angulaire, et, comme les leptons produits ont des hélicités bien définies, les directions d'émission sont asymétriques. Cette asymétrie peut être observée expérimentalement si le détecteur sait reconnaître le signe de la charge électrique (Fig. 12).

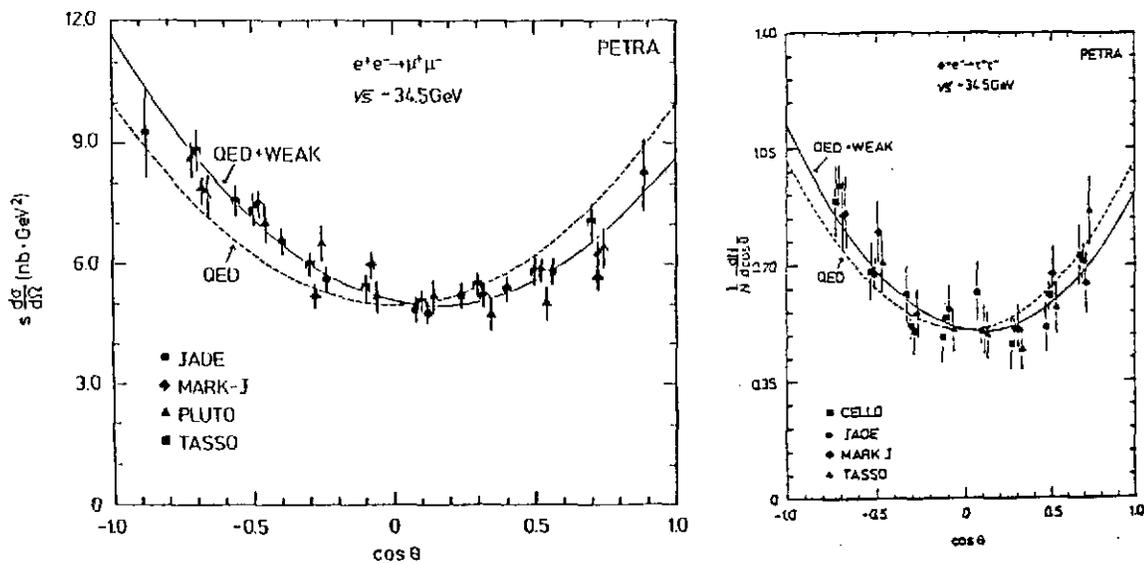


Figure 12: Asymétries mesurées dans les réactions $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ et $e^+ e^- \rightarrow \tau^+ \tau^-$.

De plus, les leptons émis sont polarisés longitudinalement. Mais il n'est pas question, pour des raisons d'intensité, de mesurer la polarisation des électrons en les faisant diffuser sur une cible. On fera alors appel à la désintégration des leptons instables, qui, grâce à la non-conservation de la parité, nous donne l'information sur la polarisation initiale. Les électrons de

désintégration du muon conservent la mémoire de la polarisation de ce dernier, mais la vie moyenne du muon est trop longue (2.2 μ s.). Les muons sont déjà loin du détecteur quand ils se désintègrent. Par contre, le τ a une vie moyenne de 3.2×10^{-13} s., et il se désintègre à l'intérieur du détecteur. La distribution angulaire de ses produits de désintégration est asymétrique, et permet de remonter à sa polarisation.

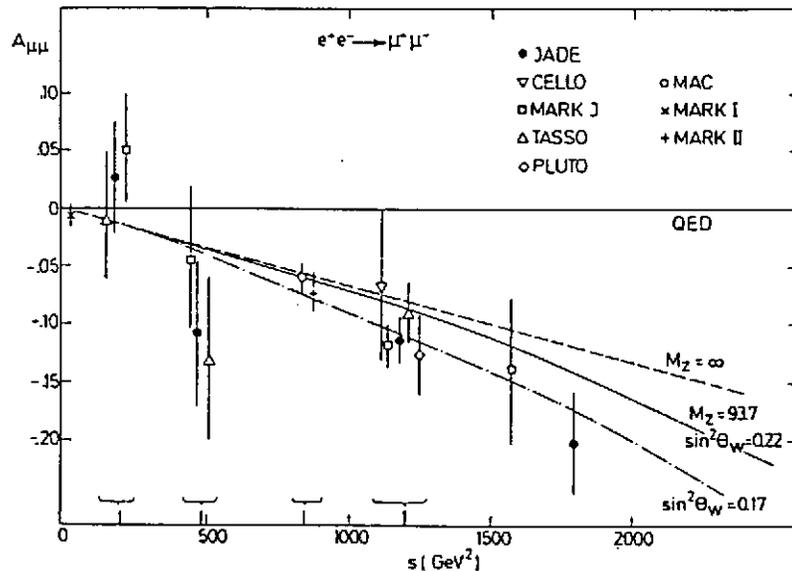


Figure 13: Les asymétries mesurées dans la réaction $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ sont bien reproduites par le modèle standard avec $\sin^2 \theta_W = 0.17$.

Les énergies accessibles actuellement sont encore trop basses pour donner lieu à des effets spectaculaires mais les résultats expérimentaux (Fig. 13) s'accordent assez bien avec les prédictions du modèle standard³⁶. Avec la mise en service du SLC (Stanford Linear Collider) et du LEP (au CERN) les choses seront bien différentes. Les sections efficaces des interactions électromagnétiques et des interactions faibles sont du même ordre de grandeur quand on atteint les centaines de GeV. Les effets d'interférence γ - Z^0 seront alors facilement observables. La physique du Z^0 permettra une vérification quantitative et précise de la partie électrofaible du modèle standard. Pour illustrer ces possibilités, examinons l'expression de l'asymétrie dans la réaction $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$:

$$\frac{d\sigma}{d(\cos\theta)} = \frac{\pi \alpha^2}{2s} [A (1 + \cos^2\theta) + B \cos\theta]$$

où α est la constante de structure fine et s le carré de l'énergie de la collision.

L'asymétrie résulte de la présence d'un terme en $\cos\theta$. Les coefficients A et B ont pour expressions :

$$A = 1 + 2 \operatorname{Re}(x) g_V^e g_V^\mu + |x|^2 [(g_V^e)^2 + (g_A^e)^2] [(g_V^\mu)^2 + (g_A^\mu)^2]$$

$$B = 4 \operatorname{Re}(x) g_A^e g_A^\mu + 8 |x|^2 g_V^e g_V^\mu g_A^e g_A^\mu$$

avec pour la fonction x :

$$x = \frac{G_F^2 M_Z^2}{2\sqrt{2} \pi \alpha} \frac{s}{(s - M_Z^2 + i M_Z \Gamma_Z)}$$

Γ est la largeur du Z^0 . Les g_i^l sont des constantes de couplage, dont les valeurs nous sont fournies par le modèle standard. On voit que les asymétries atteignent des valeurs proches de l'unité (Fig. 14).

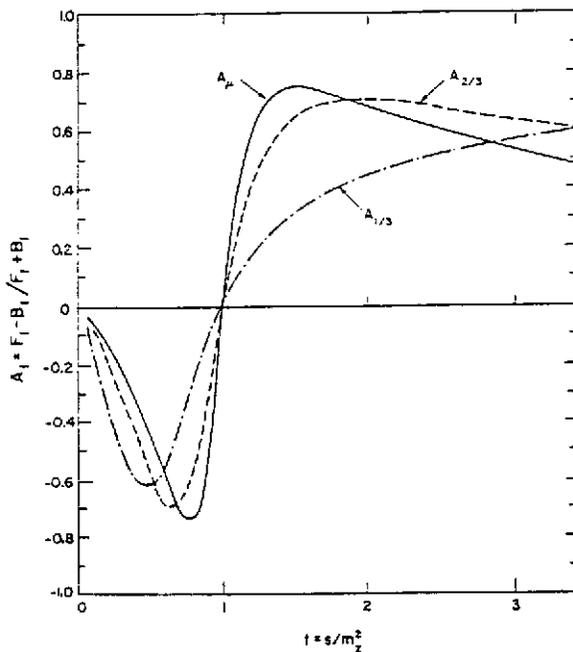


Figure 14: Asymétries aux énergies du LEP pour les réactions $e^+ e^- \rightarrow \mu^+ \mu^-$ (A_μ) et $e^+ e^- \rightarrow q \bar{q}$ ($A_{2/3}$ et $A_{1/3}$ pour les charges $2/3$ et $1/3$ respectivement).

5.3.3 Interaction lepton-quark³⁷.

5.3.3.1 Physique atomique³⁸.

Considérons maintenant l'interaction lepton-quark. Tout d'abord, en physique atomique. Dans le domaine des eV, on s'attend évidemment à des effets extrêmement petits. Heureusement, les atomes lourds présentent un cas favorable, car il existe plusieurs facteurs d'augmentation qui varient comme des puissances de Z. La technique la plus couramment utilisée consiste à mesurer la rotation du plan de polarisation de la lumière à la traversée d'une vapeur atomique. Une rotation du plan de polarisation est le signal d'une certaine chiralité. Les résultats expérimentaux sont en accord avec les prédictions du modèle standard, et on peut en tirer une valeur de l'angle de Weinberg, $\sin^2 \theta_W = 0.23 \pm 0.03$, en très bon accord avec les valeurs obtenues en physique des particules. Les expériences faites avec des atomes lourds nécessitent, pour leur interprétation, une bonne compréhension de la structure atomique. En principe, l'interaction étant bien connue, et les méthodes du problème à N corps bien maîtrisées, il s'agit surtout d'un problème technique. Évidemment, des expériences dans des atomes plus simples, et surtout dans l'hydrogène, sont souhaitables, car leur interprétation serait plus aisée. Mais ces expériences sont beaucoup plus difficiles.

5.3.3.2 Diffusion électron-nucléon et électron-noyau³⁹.

La violation de la parité dans la diffusion des électrons par l'hydrogène et le deutérium a été observée pour la première fois à SLAC (Stanford Linear Accelerator). Il faut disposer d'un faisceau d'électrons polarisés longitudinalement. On produit des électrons polarisés par effet photoélectrique sur de l'arséniure de Gallium (GaAs), les photons étant au préalable polarisés circulairement. Dans un accélérateur linéaire, il n'y a pratiquement pas de dépolarisation. La polarisation peut être mesurée avant et après l'accélération par effet Møller. Elle peut atteindre 40%. Les électrons sont ensuite dirigés sur une cible, et on détecte seulement les électrons diffusés (réaction inclusive) à un certain angle.

$$e \text{ (polarisé longitudinalement) } D \rightarrow e' X$$

où X est un système hadronique. L'effet observé est une différence de taux de comptage pour les deux directions de polarisation longitudinale des électrons. Le renversement de polarisation se fait à la source sur les photons (changement de polarisation circulaire).

Quelle est la grandeur de l'effet attendu? Le phénomène résulte d'une interférence γ -Z⁰. Les amplitudes électromagnétique et faible sont données respectivement par:

$$A^{EM} \sim \frac{e^2}{q^2} \quad A^W \sim \frac{g^2}{q^2 + M_Z^2}$$

où q est le moment de transfert, M_Z la masse du Z^0 , e la charge électrique et g la constante des interactions faibles. À basse énergie (16 à 19 GeV à SLAC) on peut négliger q^2 devant M_Z^2 . L'effet d'interférence est donné par :

$$\eta = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-} \sim \frac{A^W \cdot A^{EM}}{|A^{EM}|^2} \sim \frac{A^W}{A^{EM}} \sim \frac{q^2 g^2}{e^2 M_Z^2} \sim \frac{G_F q^2}{4\pi \alpha} \sim 10^{-4} q^2 \text{ (où } q \text{ est en GeV/c)}$$

α est la constante de structure fine et G_F la constante de Fermi. Il s'agit d'un petit effet, qui demande que l'expérience soit réalisée avec un soin particulier et avec une statistique élevée. On utilise comme méthode de détection une mesure du courant intégré plutôt qu'un comptage des impulsions individuelles. Il faut se prémunir contre les asymétries parasites. Par exemple, le renversement de la polarisation est fait d'une manière aléatoire, afin d'éviter toute asymétrie qui serait liée à un cycle d'inversion régulier. Grâce aux nombreux contrôles utilisés en cours d'expérience, de telles mesures sont actuellement très fiables. Les asymétries observées sont :

$$\eta/q^2 = (-9.5 \pm 1.6) \times 10^{-5} \text{ (deutérium)}$$

$$\eta/q^2 = (-9.7 \pm 2.7) \times 10^{-5} \text{ (hydrogène)}$$

Les moments de transfert utilisés correspondaient à des valeurs de q^2 entre 1 et 2 (GeV/c)².

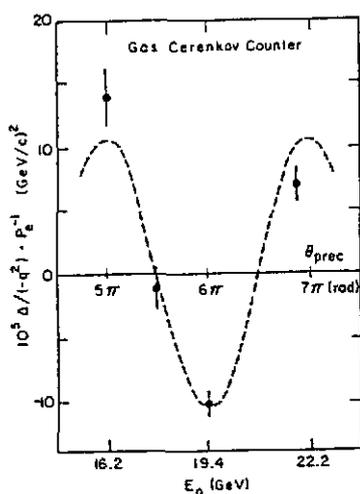


Figure 15: Expérience de diffusion des électrons polarisés à SLAC. En faisant varier l'énergie du faisceau on induit une rotation du spin de l'électron incident.

Lorsque l'énergie E_0 du faisceau varie, la polarisation subit une précession dans l'aimant de déviation (angle de 24.5°), due au moment magnétique anormal de l'électron :

$$\theta_{\text{prec.}} = \frac{E_0}{m_e c^2} \frac{g-2}{2} \theta_{\text{dev.}} = \frac{E_0(\text{GeV})}{3.237} \pi \text{ (radians)}$$

On s'attend donc à une variation de l'asymétrie η en fonction de l'énergie (Fig. 15) :

$$\eta_{\text{exp.}} = |P_e| \eta \cos[E_0(\text{GeV})/3.237]\pi$$

Le résultat permet d'extraire une valeur⁴⁰ de l'angle de Weinberg :

$$\sin^2\theta_W = 0.224 \pm 0.12 \pm 0.008$$

D'une manière générale, l'amplitude associée au courant faible neutre fait intervenir les courants vectoriels et axiaux de l'électron et des quarks de valence u et d (si l'on néglige les quarks de la mer et les autres saveurs). On a :

$$A^W = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \left\{ J_A^e \left[\alpha(J_V^u - J_V^d) + \gamma(J_V^u + J_V^d) \right] + J_V^e \left[\beta(J_A^u - J_A^d) + \delta(J_A^u + J_A^d) \right] \right\}$$

où les termes ont été regroupés pour faire apparaître la partie isovectorielle (termes en α et β) et la partie isoscalaire (termes en γ et δ). Les courants vectoriel et axial pour les fermions sont définis par :

$$J_V^f = \bar{f} \gamma^\mu f \quad J_A^f = \bar{f} \gamma^\mu \gamma^5 f$$

Les paramètres α , β , γ et δ dépendent du modèle. Dans le modèle standard on a :

$$\alpha = 2 \sin^2\theta_W - 1 \quad \beta = 4 \sin^2\theta_W - 1 \quad \gamma = \frac{2}{3} \sin^2\theta_W \quad \delta = 0$$

L'expérience de SLAC fournit des relations entre ces constantes. Une expérience sur le ^{12}C a été entreprise à l'accélérateur d'électrons de Bates⁴¹, à plus basse énergie, en vue de mesurer une autre combinaison des constantes α , β , γ et δ . Le tableau suivant donne les divers paramètres de l'expérience.

Paramètres de l'expérience de Bates

Source

Longueur d'onde Laser	750 nm.
Energie des photons	1.65 eV.
Puissance Laser en continu	4.1×10^{18} photons/s. = 1.1 w.
Rendement quantique du cristal de GaAs	0.03
Intensité de pointe à la source	1.23×10^7 e ⁻ /s. = 19.8 mA.
Durée des impulsions	15 μs.
Taux de répétition	1000 Hz.
Intensité moyenne à la source	1.86×10^{12} e ⁻ /s. = 298 μA.
Nombre d'électrons par impulsion à la source	1.86×10^{12} e ⁻ /s.

Cible

Transmission de l'accélérateur	0.33
Intensité de pointe sur cible	4.1×10^{16} e ⁻ /s. = 6.6 mA.
Intensité moyenne sur cible	6.2×10^{14} e ⁻ /s. = 99 μA.
Nombre d'électrons par impulsion sur cible	6.2×10^{11} e ⁻ /s.
Epaisseur de la cible de carbone	5 g/cm ² = 2.5×10^{23} atomes/cm ² .
Taux de polarisation P ₀	0.44

Détection

Angle solide du spectromètre (Ω)	60 msr.
Section efficace différentielle	2×10^{-29} cm ² /sr.
Nombre d'événements détectés par impulsion	1.9×10^5 .
Nombre d'événements détectés en 100 heures	7×10^{13} .
Asymétrie théorique A(G-S-W)	2.0×10^{-6} .
Asymétrie attendue A = A(G-S-W) × P ₀	0.9×10^{-6} .
Erreur statistique ΔA par impulsion	2.2×10^{-3} .
Erreur statistique ΔA en 100 heures	1.2×10^{-7} .

Exercice: Vérifier la cohérence des données du tableau précédent.

5.4 Les effets dans les interactions quark-quark.

5.4.1 Violation de la parité en physique nucléaire⁴².

L'ancienne théorie V-A (avec la forme courant x courant) prédisait déjà une interaction faible entre quarks par courants chargés. Cette prédiction se retrouve dans le modèle standard, avec, en plus, une contribution des courants neutres. La physique nucléaire est le seul endroit où il soit possible d'étudier cette interaction faible quark-quark. Les problèmes sont redoutables, à la fois sur le plan expérimental et sur le plan théorique. Cette interaction faible quark-quark se traduit, au niveau des nucléons, en une violation de la parité dans l'interaction nucléon-nucléon, avec comme conséquence une violation de la parité dans toute la physique nucléaire. Par exemple, un niveau nucléaire n'est plus un état propre exact de la parité. À côté de la composante de parité normale, on trouve une impureté de parité. Par exemple :

$$\psi = \psi^+ + \mathcal{F} \psi^-$$

pour un niveau de parité normale positive. On peut évaluer l'ordre de grandeur de \mathcal{F} . L'impureté de parité est obtenue par la théorie des perturbations, par mélange avec un niveau de parité opposée, l'opérateur de transition étant l'hamiltonien des interactions faibles. À basse énergie ce dernier est proportionnel à la constante de Fermi G_F . Donc \mathcal{F} est proportionnel à G_F , dont la dimension est M^{-2} . Pour obtenir une quantité \mathcal{F} sans dimension, il faut multiplier par le carré d'une masse. La masse caractéristique des interactions nucléaires étant celle du pion, on trouve :

$$\mathcal{F} \sim \frac{10^{-5}}{M_p^2} m_\pi^2 \sim 10^{-7}$$

Dans des circonstances favorables (niveaux de parités différentes voisins en énergie) la valeur de \mathcal{F} pourra être beaucoup plus grande, mais on voit que la physique nucléaire n'est pas essentiellement modifiée par les interactions faibles quark-quark et qu'il faudra faire des expériences bien spéciales pour observer la violation de parité attendue.

L'interprétation théorique des données expérimentales pose un problème très difficile. Partant de l'interaction faible quark-quark il faut passer au niveau de l'interaction faible nucléon-nucléon (par exemple en exploitant les modèles de sacs), puis tenir compte de toute la structure nucléaire. Ce programme ambitieux n'a pas encore été réalisé. Une méthode d'approche plus réaliste consiste à traiter d'une façon plus empirique l'interaction faible entre nucléons, de la véhiculer par les mésons connus (la différence par rapport à l'interaction forte nucléon-nucléon étant la présence d'un vertex faible) et de paramétriser les vertex faibles à partir de données

expérimentales. On peut ensuite vérifier qu'il y a une bonne cohérence entre les résultats expérimentaux. Ce programme a été réalisé par Desplanques, Donoghue et Holstein⁴³ (en abrégé DDH). Pendant un certain temps, une expérience, celle de Lobashov, posait un problème, donnant un résultat expérimental beaucoup trop grand. Cette expérience a été refaite (avec comme résultat $P_{\gamma} = (1.8 \pm 1.8) \times 10^{-7}$) et il n'y a plus de désaccord. En conclusion, l'interaction faible quark-quark a été observée expérimentalement et il n'y a pas lieu de soupçonner qu'il puisse y avoir là un problème avec le modèle standard⁴⁴.

5.4.1.1 Transitions α interdites.

Les règles de sélection sur les transitions α et γ subissent des modifications. En radioactivité α , nous avons vu qu'un niveau de parité non naturelle ne peut pas se désintégrer vers un niveau $0+$. Si les niveaux contiennent des impuretés de parité, cette règle de sélection va être contournée. Un exemple bien connu est la désintégration α du niveau 2^- à 8.87 MeV de ^{16}O vers le fondamental du ^{12}C (Fig. 16). En principe, on recherche une désintégration qui, en l'absence de violation de la parité, ne se produit pas. On pense donc que le rapport signal sur bruit est infini. Malheureusement, l'état 2^- est proche d'un état 2^+ , dont la désintégration α est permise, et dont la largeur est telle qu'on doit finalement rechercher la présence d'un pic étroit sur un fond continu. Après beaucoup d'efforts, un groupe de Mayence⁴⁵ a réussi à mesurer la largeur Γ_{α} du niveau 2^- :

$$\Gamma_{\alpha} = (1.03 \pm 0.28) \times 10^{-10} \text{ eV}$$

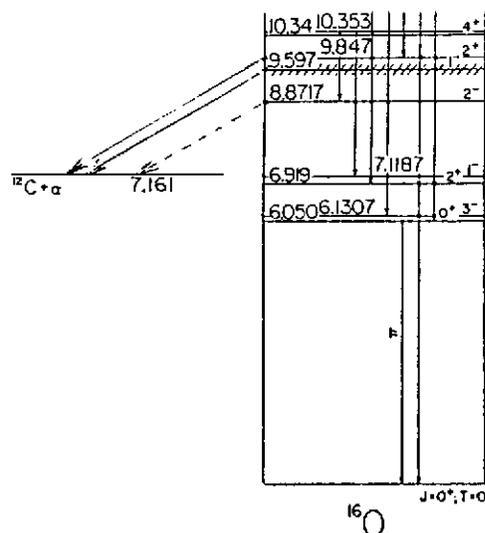
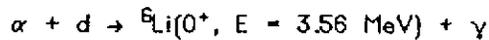


Figure 16: Désintégration α de certains niveaux de l'oxygène 16. Le niveau 1^- à 9.597 MeV constitue la source de bruit de fond pour la recherche de la désintégration du niveau 2^- à 8.87 MeV.

Il existe d'autres possibilités expérimentales. Au lieu de considérer la désintégration α d'un niveau, on peut rechercher sa formation dans une réaction nucléaire. Un exemple bien connu est la réaction:



On peut utiliser un faisceau de deutons et une cible d'hélium, mais il y a moins de bruit de fond si l'on utilise une cible de deutérium et un faisceau de particules α d'énergie ~ 6 MeV. La détection des rayons γ est possible, mais sujette à un bruit de fond intense provenant du faisceau, de la radioactivité ambiante et même du rayonnement cosmique. Une expérience⁴⁵ réalisée à Chalk River a utilisé un spectromètre magnétique pour identifier les ions lithium. Le résultat est une limite supérieure de l'ordre de 10^{-6} eV; il montre qu'il sera extrêmement difficile, sinon impossible, d'atteindre les valeurs qui sont prédites par la théorie et qui sont de l'ordre de 10^{-10} eV.

5.4.1.2 Diffusion nucléon-nucléon et diffusion p- α .

En principe, c'est en étudiant la diffusion nucléon-nucléon que l'on devrait obtenir les meilleures informations sur la violation de la parité dans l'interaction quark-quark. Il est clair que l'interprétation des expériences est plus simple et plus fiable, puisque l'on s'affranchit des incertitudes sur la structure nucléaire. Mais les expériences sont très délicates. On peut former un pseudoscalaire avec le vecteur polarisation du nucléon incident et l'impulsion du nucléon diffusé (ou du nucléon de recul). On étudie alors l'asymétrie obtenue en renversant la polarisation longitudinale du faisceau:

$$A = \frac{\sigma_+ - \sigma_-}{\sigma_+ + \sigma_-}$$

où les signes + et - sont relatifs à l'hélicité du proton incident.

On s'attend à une asymétrie de l'ordre de 10^{-7} . Toute la difficulté de l'expérience consiste à éliminer les sources d'asymétries parasites. Pour obtenir une bonne statistique, il faut utiliser un grand angle solide de détection et des taux de comptage élevés. En effet, l'erreur ΔA sur l'asymétrie est donnée par:

$$\Delta A = \frac{1}{\sqrt{N}}$$

où N est le nombre de nucléons diffusés dans l'angle solide couvert par le détecteur, durant toute l'expérience, pour un sens de la polarisation. Pour $\Delta A \leq 10^{-7}$ il faut $N \geq 10^{14}$. Pour un temps de faisceau de 5×10^5 s. (environ une semaine) il faut donc supporter un taux de comptage de 2×10^8 Hz. On utilise alors la méthode d'intégration du courant plutôt que celle du

comptage des impulsions individuelles.

Des expériences ont été effectuées à Los Alamos (15 MeV protons), à SIN (45 MeV protons) et à Berkeley (45 MeV protons).

$A = - (1.7 \pm 0.8) \times 10^{-7}$	15 MeV	Los Alamos
$A = - (2.3 \pm 0.9) \times 10^{-7}$	45 MeV	SIN
$A = - (1.3 \pm 2.3) \times 10^{-7}$	45 MeV	Berkeley

On peut relier les valeurs à 15 et 45 MeV par un calcul théorique et donc combiner ces trois valeurs pour obtenir l'asymétrie à 45 MeV:

$$A (45 \text{ MeV}) = - (2.4 \pm 0.7) \times 10^{-7}$$

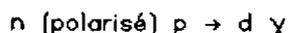
Plus récemment, une expérience⁴⁷ a été effectuée à SIN sur la diffusion $p-\alpha$. Après le système nucléon-nucléon, c'est l'un des systèmes les plus simples à analyser théoriquement. Le calcul montre que l'effet de violation de parité est dominé par l'échange d'un pion. On est donc particulièrement sensible au courant faible neutre. On utilise un faisceau de protons de 46 MeV, polarisé avec un taux de 83%. La polarisation, initialement verticale, est convertie en une polarisation longitudinale au moyen d'un système magnétique (solénoïde de précession et aimant de déviation). Le renversement de polarisation se fait à la source avec une période de 30 ms. On utilise comme détecteur une chambre d'ionisation cylindrique qui couvre le domaine angulaire défini par $23^\circ \leq \theta \leq 97^\circ$. On mesure le courant intégré, et on normalise au moyen d'un cylindre de Faraday. La position du faisceau est ajustée de façon précise au moyen de déflecteurs, et elle est contrôlée par des moniteurs. L'effet observé est:

$$A = - (3.3 \pm 0.9) \times 10^{-7}$$

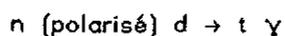
5.4.1.3 Capture des neutrons polarisés.

Si l'on dispose de noyaux orientés, on pourra observer une asymétrie dans la distribution angulaire des γ de désexcitation. Le pseudoscalaire est ici formé à partir de la direction de la polarisation nucléaire et de l'impulsion du γ . Une façon d'obtenir un état nucléaire polarisé est la capture de neutrons polarisés par des noyaux. Le pseudoscalaire est alors formé avec le vecteur polarisation du neutron et l'impulsion du γ . La technique des neutrons polarisés a été développée auprès des réacteurs fournissant des faisceaux de neutrons lents. Les premières expériences ont été réalisées avec des noyaux complexes, mais c'est avec des protons ou des

noyaux légers que la méthode prend toute sa valeur, car l'interprétation est beaucoup plus simple et plus fiable. Le cas de la capture des neutrons polarisés par l'hydrogène a été étudié à Grenoble, à l'Institut Laue-Langevin.



La capture dans le deutérium a aussi été étudiée.



Des détails sont donnés dans l'exposé de Michel Avenier.

5.4.1.4 Polarisation circulaire dans les transitions électromagnétiques nucléaires.

En ce qui concerne les transitions électromagnétiques dans les noyaux, on sait qu'il n'existe pas d'interdiction absolue. Par exemple, si une transition ne peut pas se faire par transition E1 à cause de la parité, elle se fera par transition M1. Les règles de sélection sur la parité définissent les multipôles qui interviennent dans une transition, soit :

$$E1, M2, E3, \dots \quad \text{ou} \quad M1, E2, M3, \dots$$

On sait d'ailleurs qu'à basse énergie seuls les multipôles les plus bas contribuent. La conservation de la parité interdit la présence simultanée de multipôles de même ordre et de nature différente, par exemple E1 et M1. Avec des impuretés de parité cette règle de sélection est contournée et on observera une interférence entre un multipôle *normal*, par exemple E1, et un multipôle *anormal*, qui serait alors $\tilde{M}1$ (on utilise le signe \sim pour caractériser le multipôle anormal). On peut montrer que l'interférence E1- $\tilde{M}1$ ou M1- $\tilde{E}1$ donne aux γ émis par des noyaux non polarisés une polarisation circulaire (hélicité). Une telle hélicité, étant un pseudoscalaire, est un signal clair de violation de parité. Nous avons déjà vu comment on mesure une polarisation circulaire γ . Mais cette polarisation est ici très faible :

$$P_c \sim \frac{M1 \tilde{E}1}{|M1|^2} \sim \frac{\tilde{E}1}{M1}$$

ce qui est normalement de l'ordre de 10^{-7} . Comme le pouvoir d'analyse d'un polarimètre Compton est de l'ordre du % on se retrouve avec des différences de taux de comptage de l'ordre de 10^{-9} . Heureusement, il y a des circonstances favorables en physique nucléaire, qui peuvent apporter des facteurs d'augmentation considérables. Certaines transitions γ , pour des raisons de structure

nucléaire (règles de sélection dues à des modèles), subissent des ralentissements importants, 10^4 et même plus. Si le multipôle normal subit une telle suppression (ce que l'on sait par l'expérience) et si l'on a des raisons de penser que le multipôle anormal ne subit pas le même effet, on se trouve dans un cas favorable, la polarisation circulaire pouvant atteindre des valeurs de 10^{-4} et même 10^{-2} . On connaît de tels exemples dans des noyaux lourds qui peuvent être étudiés avec des sources radioactives. Un exemple spectaculaire est une transition dans le ^{180}Hf . Le niveau de 1142,9 MeV ($J = 8^-$) est métastable, avec une vie moyenne de 5,5 h. Sa transition E1 vers le niveau de 1085,3 MeV ($J = 8^+$) est interdite par la règle de sélection sur K ($\Delta K = 8$). Le facteur d'inhibition est 10^{16} .

Ces noyaux lourds sont intéressants lorsqu'il s'agit de prouver l'existence de l'effet (violation de parité), mais si l'on veut se livrer à une interprétation quantitative on est aux prises avec des problèmes de structure nucléaire extrêmement ardues. On essaie donc de se tourner vers des noyaux plus simples, mais alors il faut faire des expériences sur accélérateurs, ce qui représente des difficultés supplémentaires (le faisceau d'un accélérateur n'a pas la stabilité géométrique et temporelle d'une source radioactive). Il y a quelques noyaux particulièrement intéressants à cause de la présence de doublets de parité (niveaux de parités différentes presque dégénérés en énergie): ^{18}F , ^{19}F , ^{21}Ne . Nous considérerons en détail le cas de ^{18}F . Nous remarquons la présence d'un doublet de parité formés des niveaux ($J = 0^+$, $T = 1$, $E = 1042$ keV) et ($J = 0^-$, $T = 0$, $E = 1081$ keV). Tous deux se déséxcitent par transition γ vers le niveau fondamental ($J = 1^+$, $T = 0$). Normalement, la transition de 1042 keV est une transition M1 et la transition de 1081 keV est E1. La transition E1 est très fortement retardée, la vie moyenne du niveau de 1081 keV étant $\tau(1081) = 27,5 \pm 1,9$ ps., ce qui est une manifestation de la règle de sélection sur l'isospin (transition $0 \rightarrow 0$ dans un noyau self-conjugué). Alors que la transition M1 est normale, la vie moyenne du niveau de 1042 keV étant $2,7 \pm 0,5$ fs. On s'attend donc à un effet important dans la transition E1. On établit une relation entre la polarisation circulaire γ mesurée et l'élément de matrice de l'interaction qui viole la parité $H_{p,v}$:

$$P_{\gamma}(1081) = -2 \frac{\langle \text{Fond.} | M1 | 0^+, 1042 \rangle}{\langle \text{Fond.} | E1 | 0^-, 1081 \rangle} \frac{\langle 0^+, 1042 | H_{p,v} | 0^-, 1081 \rangle}{\Delta E}$$

Avec $\Delta E = 39$ keV on trouve:

$$|P_{\gamma}(1081)| = 5,47 \text{ eV}^{-1} |\langle 0^+, 1042 | H_{p,v} | 0^-, 1081 \rangle|$$

Ceci suppose une approximation à deux niveaux; on ne considère que le mélange de parité entre les niveaux de 1042 et 1081 keV et on néglige la contribution de tous les autres états. Pour une

discussion plus détaillée de cette question, voir Adelberger⁴⁸.

Le système le plus simple est évidemment le système nucléon-nucléon, c'est pourquoi la réaction de capture :



a été étudiée par Lobashov⁴⁹. Les difficultés expérimentales sont considérables. La polarisation circulaire du γ de 2.2 MeV est de l'ordre de 10^{-8} . Il faut utiliser des neutrons (non polarisés) provenant d'un réacteur. Or un réacteur est une source intense de rayonnement β^- (les produits de fission), et les γ de freinage produits par les électrons sont polarisés circulairement à 100%. Il faut donc être certain de bien contrôler le bruit de fond. L'effet à mesurer étant très petit, il faut disposer d'une statistique énorme, ce qui exclut la technique de comptage des impulsions individuelles et impose l'intégration du courant. On utilise un polarimètre à effet Compton. Le champ magnétique est renversé toutes les secondes. Il faut alors détecter dans le courant issu du photomultiplicateur une composante alternative de fréquence égale à 1 Hz. Cette composante est évidemment superposée à un courant continu, et noyée dans les fluctuations de ce courant. On l'extrait par filtrage. Il faut disposer d'un filtre extrêmement sélectif. Lobashov utilisa une méthode très ingénieuse, qui consiste à exciter les oscillations d'un pendule accordé sur la bonne fréquence. Plus tard, des méthodes électroniques furent mises au point. Le résultat de l'expérience de Lobashov posa un problème pendant de nombreuses années, car la polarisation circulaire observée était beaucoup trop grande, d'un facteur 100. L'expérience de Lobashov a été refaite, par l'auteur lui-même, et les choses sont rentrées dans l'ordre. Il est fort possible que le problème ait été causé par le rayonnement de freinage des rayons β . En se plaçant dans de meilleures conditions expérimentales, on se protège mieux contre cette source de bruit de fond.

5.5 Quelle est l'origine de la violation de la parité ?

5.5.1 Les théories de jauge avec symétrie droite-gauche spontanément brisée.

Quelle est l'origine de la violation de la parité ? Évidemment, ce n'est pas le modèle standard qui va répondre à cette question, puisque dans ce modèle la violation de la parité est mise à la main. Devons-nous admettre que l'univers est essentiellement asymétrique, et que cette asymétrie apparaît explicitement dans le Lagrangien ? C'est là une façon de briser une symétrie, mais ce n'est pas la seule. Une autre possibilité est de partir d'un Lagrangien symétrique et ensuite d'introduire une brisure spontanée de symétrie. On connaît de nombreux exemples en physique où un Lagrangien symétrique donne lieu à des solutions qui ne respectent pas la symétrie. C'est le cas de l'aimantation. De tels exemples font intervenir une transition de phase,

pour une certaine valeur d'une variable physique. La violation de la parité pourrait appartenir à cette catégorie de phénomènes. À haute énergie (ou à de courtes distances) la parité pourrait être une bonne symétrie, et le groupe de jauge serait de la forme (pour la partie électrofaible) $SU(2)_L \times SU(2)_R \times U(1)$. Le secteur de Higgs serait organisé de telle façon qu'il donne des masses différentes aux bosons droits W_R^\pm et Z_R^0 et aux bosons gauches W_L^\pm et Z_L^0 (ces derniers sont ceux qui ont été découverts au CERN et dont les masses sont inférieures à 100 GeV). Les bosons droits pourraient avoir des masses de l'ordre de plusieurs centaines de GeV. Aux énergies qui ont été exploitées en laboratoire, leur effet ne se ferait pas sentir de façon mesurable. En fait, les bosons physiques observés seraient des mélanges de bosons droits et gauches, avec un angle de mélange ξ .

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \xi & -\sin \xi \\ \sin \xi & \cos \xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_L \\ V_R \end{bmatrix}$$

5.5.2 Les vérifications expérimentales possibles à haute et à basse énergie.

Les bosons connus seraient principalement gauches, mais pourraient aussi contenir une petite composante droite. On devrait donc observer des écarts à la théorie V-A, même à basse énergie. Mais pour les déceler, il faut faire des expériences de haute précision. Une telle expérience a été faite à TRIUMF sur la désintégration du muon⁵⁰. Il faut trouver une configuration cinématique pour laquelle la théorie V-A donne un effet nul. On est alors sensible à un terme de la forme V+A (produit par les courants droits). On peut montrer que l'asymétrie des électrons de désintégration s'annule dans la direction du spin du muon à l'énergie maximale du spectre (voir Appendice B). On peut disposer d'un faisceau de muons polarisés et on peut aussi utiliser la technique de rotation du spin (μ SR ou muon spin rotation). L'expérience permet alors de fixer des limites supérieures à la masse du boson W_R et à l'angle de mélange ξ . Une autre expérience, faite au laboratoire KEK, près de Tokyo, sur la désintégration du K^+ , donne aussi des limites supérieures.

Plusieurs articles ont suggéré des expériences sur la polarisation des électrons ou des positrons dans les transitions β . Il s'agit de vérifier si la polarisation longitudinale des positrons et des électrons est bien égale à $\pm v_e/c$ comme le veut la théorie V-A. Les écarts attendus étant très petits, il est impossible de penser à des mesures absolues. Mais on peut essayer, par des mesures relatives, de mettre en évidence de petites différences de polarisation entre des transitions de Fermi et des transitions de Gamow-Teller, qui réagissent différemment à la présence de courants droits. Bég et al.⁵¹ ont calculé les effets de ces courants droits sur la polarisation longitudinale des électrons β :

$$\frac{P_F}{P_{V-A}} = -2 \frac{\eta_{AV}}{1 + \eta_{AV}^2} \quad \frac{P_{GT}}{P_{V-A}} = -2 \frac{\eta_{AA}}{\eta_{AV}} \frac{1}{1 + \frac{\eta_{AA}^2}{\eta_{AV}^2}}$$

pour les transitions de Fermi et de Gamow-Teller respectivement. Les notations sont les suivantes :

$$\eta_{AV} = -\epsilon \frac{m_2^2 - m_1^2}{\epsilon^2 m_1^2 + m_2^2} \quad \eta_{AA} = \frac{\epsilon^2 m_2^2 + m_1^2}{\epsilon^2 m_1^2 + m_2^2}$$

où m_1 et m_2 sont les masses des bosons W_1 et W_2 et :

$$\epsilon = \frac{1 + \text{tg}\xi}{1 - \text{tg}\xi}$$

De telles expériences supposent une grande maîtrise des mesures de polarisation, et aussi une analyse théorique très précise, tenant compte d'un grand nombre de petits effets dont certains sont influencés par la structure nucléaire. On mise beaucoup sur une méthode de mesure de la polarisation des positrons, basée sur la formation de positronium en présence d'un champ magnétique⁵².

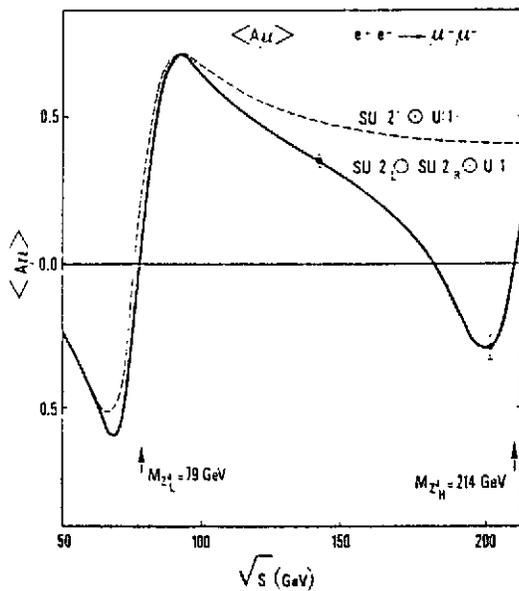


Figure 17: Asymétrie de la réaction $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ pour le modèle standard et pour une théorie avec symétrie droite-gauche. On a supposé l'existence d'un boson Z^0 additionnel, de masse 214 GeV. Les résultats expérimentaux actuels ne permettent pas de distinguer entre les deux modèles. Les barres d'erreurs correspondent à une expérience utilisant 1000 heures de faisceau à LEP.

C'est probablement en allant vers de plus hautes énergies que la question pourra être tranchée. Dans le programme expérimental de LEP on trouve de telles études. On voit qu'au delà du pic du Z^0 on s'attend à observer un effet important dans l'asymétrie de la réaction $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ (Fig. 17).

5.6 Une application "pratique" de la non-conservation de la parité.

La découverte de la non-conservation de la parité a pu être considérée pendant un temps comme dénuée de toute application "utile". Ce n'est plus le cas aujourd'hui. La non-conservation de la parité se révèle être un outil extrêmement utile en physique du solide et en chimie.

Le muon, en se désintégrant, émet ses positrons de façon asymétrique, ce qui donne l'information sur l'orientation de son spin. On dispose donc d'un petit aimant qui peut voyager dans la matière, explorer les champs magnétiques locaux et envoyer des messages à l'observateur. De plus, le temps de vie du muon est suffisamment long (2.2 μ s.) pour que l'on puisse effectuer des mesures différentielles (en fonction du temps). Il n'est donc pas étonnant que la technique dite " μ SR" (muon spin rotation) soit très populaire chez les physiciens du solide⁵³. Après des usines à pions se sont constitués des groupes qui utilisent cette technique.

Le muon positif, dans la matière, forme un atome de muonium ($\mu^+ e^-$), très semblable à un atome d'hydrogène. On dispose donc, en chimie, d'un isotope ultra-léger de l'hydrogène, qui émet des messages lors de sa désintégration. D'où la possibilité d'étudier des phénomènes temporels, comme des mécanismes de réaction.

La dépolarisation des muons dans la matière est aussi une source utile d'information⁵⁴.

6 La violation de PC et la violation de T

6.1 La violation de PC dans le système des kaons^{SS}. Les paramètres ϵ et ϵ' .

Après la découverte de la violation maximale des symétries P et C, il était apparent qu'il y avait conservation du produit CP. Ce qui avait fait dire à certains que l'opération P était automatiquement accompagnée de l'opération C. Vue dans un miroir, une particule deviendrait l'antiparticule associée. Un électron deviendrait un positron, un noyau de cobalt deviendrait de l'anticobalt. Il n'était pas possible, expérimentalement, de réfuter ce point de vue. Par exemple, l'examen des équations de Maxwell nous dit que, du point de vue de la parité, les champs électrique et magnétique ont des comportements opposés (l'un vecteur polaire, l'autre vecteur axial) mais on ne peut pas décider de leur comportement dans l'absolu. Le fait de considérer la charge électrique comme un scalaire est arbitraire, on pourrait aussi la considérer comme un pseudoscalaire.

Mais la conservation de CP a des conséquences importantes pour le système des mésons K neutres. on connaît les mésons K^0 et \bar{K}^0 qui sont reliés par l'opération C :

$$C|K^0\rangle = |\bar{K}^0\rangle \quad C|\bar{K}^0\rangle = |K^0\rangle$$

Ce sont les états qui sont produits par interaction forte et ils se distinguent par leur étrangeté :

$$S(K^0) = +1 \quad S(\bar{K}^0) = -1$$

Dans un monde sans interactions faibles, l'étrangeté serait conservée et il n'y aurait aucune transition possible entre ces deux états dégénérés en masse (à cause de l'invariance CPT). On aurait une situation semblable à celle du couple électron-positron, deux particules entre lesquelles toute transition est interdite par la conservation de la charge électrique. Mais les interactions faibles, qui ne conservent pas l'étrangeté, peuvent induire des transitions entre les mésons K neutres. De telles transitions impliquent $\Delta S = 2$, et se produisent donc au second ordre des interactions faibles avec $\Delta S = 1$, ou par toute autre interaction qui autoriserait $\Delta S = 2$ au premier ordre. Les mésons K^0 et \bar{K}^0 peuvent donc se mélanger, et on peut facilement voir quel est le type de mélange qui intervient dans les interactions faibles si celles-ci conservent

CP. Nous avons déjà vu quelle est l'action de C sur les mésons K neutres. Quand à l'action de P, elle résulte du caractère pseudoscalaire des mésons K. Donc :

$$CP|K^0\rangle = -|\bar{K}^0\rangle \quad CP|\bar{K}^0\rangle = -|K^0\rangle$$

Les états propres de CP sont donc les combinaisons linéaires :

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad |K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

correspondant aux valeurs propres CP = +1 et CP = -1 respectivement. Ces deux particules se désintègrent de façon différente. Le K_1^0 se désintègre en deux pions ($\pi^+\pi^-$ ou $\pi^0\pi^0$). En effet, ces systèmes de deux pions ont des états propres de CP avec la valeur propre +1. Dans le système propre de la paire $\pi^+\pi^-$ l'opérateur P échange π^+ et π^- et l'opérateur C rétablit la configuration initiale. Le système $\pi^0\pi^0$ est inchangé. La conservation de CP autorise donc la désintégration du K_1^0 en deux pions, mais interdit la désintégration du K_2^0 en deux pions. Ce dernier pourra, par contre, se désintégrer en trois pions. Comme le facteur d'espace de phase favorise la désintégration en deux particules, le K_1^0 aura une durée de vie⁵⁶ beaucoup plus courte que le K_2^0 . C'est pourquoi les deux particules physiques dont on observe la désintégration sont appelées K_L^0 (long) et K_S^0 . Si CP est conservé ces deux états coïncident avec K_2^0 et K_1^0 respectivement.

En 1964, Fitch, Cronin et leurs collaborateurs mirent en évidence la désintégration du K_S^0 en deux pions, avec un petit rapport d'embranchement cependant. Une telle désintégration est un signal clair de violation de CP. Contrairement à la violation de P et C qui est maximale, la violation de CP se manifeste comme un petit effet, avec toutefois des conséquences très importantes sur le plan de la physique. On a, en fait, peu avancé dans la compréhension de la violation de CP depuis sa découverte. Ce ne sont pourtant pas les tentatives d'explication qui manquent.

En présence d'une violation de CP les deux états K_S^0 et K_L^0 s'écrivent :

$$|K_S^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} [(1+\epsilon)|K^0\rangle - (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle] = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} [|K_1^0\rangle + \epsilon|K_2^0\rangle]$$

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2(1+|\epsilon|^2)}} [(1+\epsilon)|K^0\rangle + (1-\epsilon)|\bar{K}^0\rangle] = \frac{1}{\sqrt{1+|\epsilon|^2}} [|K_2^0\rangle + \epsilon|K_1^0\rangle]$$

et le paramètre ϵ caractérise la violation de CP dans la matrice de masse des mésons K neutres. L'évolution en fonction du temps s'écrit :

$$|K(t)\rangle = A(t) |K^0\rangle + B(t) |\bar{K}^0\rangle$$

Le doublet :

$$\psi(t) = \begin{pmatrix} A(t) \\ B(t) \end{pmatrix}$$

obéit à l'équation d'évolution :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} A(t) \\ B(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} \\ H_{21} & H_{22} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A(t) \\ B(t) \end{pmatrix}$$

$$\text{avec } H_{11} = H_{22} = M - i \frac{\Gamma}{2} \quad H_{12} = M_{12} - i \frac{\Gamma_{12}}{2} \quad H_{21} = M_{12}^* - i \frac{\Gamma_{12}^*}{2}$$

Les éléments diagonaux sont égaux à cause de l'invariance CPT. Les termes non diagonaux sont égaux seulement s'il y a invariance CP. La partie hermitique de la matrice décrit les oscillations de $\psi(t)$ entre les états K^0 et \bar{K}^0 et la partie antihermitique est responsable de la désintégration. On peut calculer le paramètre ϵ :

$$\epsilon = \frac{\sqrt{H_{12}} - \sqrt{H_{21}}}{\sqrt{H_{12}} + \sqrt{H_{21}}}$$

Le paramètre ϵ est une mesure de la violation de CP dans la matrice de masse. Mais il pourrait y avoir une autre source de violation de CP. On sait que la désintégration procède principalement avec un changement d'isospin $\Delta I = 1/2$ mais il y a aussi une contribution de $\Delta I = 3/2$. Le système $\pi\pi$ intervient donc par ses deux états d'isospin $I = 0$ et $I = 2$.

Exercice : Montrer que les états d'isospin $I = 0$ et $I = 2$ sont les seuls possibles.

Les amplitudes de désintégration correspondant à ces deux états d'isospin pourraient présenter une différence de phase :

$$\langle \pi\pi(I) | H_W | K^0 \rangle = a_I \exp(i\delta_I)$$

où δ_1 est le déphasage pion-pion dans l'état final d'isospin 1. Comme il s'agit d'un effet des interactions fortes il a été séparé dans l'expression de l'élément de matrice. Les a_i sont donc à priori des nombres complexes. On peut poser arbitrairement $\text{Im } a_0 = 0$. D'où un autre paramètre ϵ' donné par :

$$\epsilon' = \frac{i}{\sqrt{2}} \exp[i(\delta_0 - \delta_2)] \frac{\text{Im}(a_2)}{a_0}$$

Les deux paramètres ϵ et ϵ' ont des origines différentes. Le paramètre ϵ a son origine dans la matrice de masse. Il résulte de la possibilité de transition entre K^0 et \bar{K}^0 et correspond à un changement d'étrangeté $\Delta S = 2$. Le paramètre ϵ' a son origine dans la phase relative des éléments de matrice d'isospin de la désintégration en deux pions et il correspond à un changement d'étrangeté $\Delta S = 1$. Mais on sait que l'amplitude $\Delta T = 1/2$ domine de beaucoup l'amplitude $\Delta T = 3/2$. Il en résulte que ϵ' est beaucoup plus petit que ϵ .

On peut relier les diverses grandeurs mesurables aux paramètres ϵ et ϵ' :

$$\eta_{+-} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^+\pi^-)}{A(K_S \rightarrow \pi^+\pi^-)} = \epsilon + \epsilon'$$

$$\eta_{00} = \frac{A(K_L \rightarrow \pi^0\pi^0)}{A(K_S \rightarrow \pi^0\pi^0)} = \epsilon - 2\epsilon'$$

Le tableau suivant⁵⁷ donne les valeurs expérimentales des différents paramètres

$ \eta_{+-} $	$(2.299 \pm 0.036) \times 10^{-3}$
$ \eta_{00} $	$(2.275 \pm 0.021) \times 10^{-3}$
Φ_{00}	$(54 \pm 5)^\circ$
Φ_{+-}	$(44.6 \pm 1.2)^\circ$
$\text{Re}(\epsilon)$	$(1.621 \pm 0.088) \times 10^{-3}$
ϵ/ϵ'	$(-3 \pm 4) \times 10^{-3}$

La mesure du rapport ϵ'/ϵ suppose la mesure de deux rapports d'embranchement :

$$1 - 6 \frac{\epsilon'}{\epsilon} = \frac{K_L \rightarrow \pi^0\pi^0}{K_L \rightarrow \pi^+\pi^-} \frac{K_S \rightarrow \pi^+\pi^-}{K_S \rightarrow \pi^0\pi^0}$$

Nous ne poursuivrons pas la discussion de la violation de CP en détails. Le sujet est très vaste. Actuellement il y a encore beaucoup de possibilités ouvertes. On attache une grande

importance à la mesure très précise du rapport ϵ'/ϵ .

6.2 La recherche de la violation de T.

Si l'on croit à l'invariance CPT, une violation de CP a comme conséquence une violation de T. Etant donné le mystère qui entoure cette question de la violation de CP, il est intéressant de se demander dans quels domaines de la physique on pourrait rechercher une violation de T, quels seraient les signaux non-ambigus d'une telle violation ainsi que l'ordre de grandeur des effets attendus. La violation de T a des conséquences expérimentales vérifiables: dans la relation entre sections efficaces de réactions inverses, la relation entre polarisation et asymétrie, l'existence de termes "impairs" dans le renversement du temps (désintégration β du neutron, transitions électromagnétiques), l'existence d'un moment dipolaire électrique pour une particule ou un atome.

6.2.1 Réactions nucléaires (réciprocité).

On trouve dans le livre de Sakurai⁵⁸ une discussion du principe de réciprocité (en anglais "detailed balance") qui concerne les sections efficaces de deux réactions inverses:

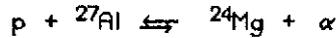


On suppose que les particules ne sont pas polarisées et qu'aucune polarisation n'est détectée. L'invariance T relie les sections efficaces $\sigma(A + B \rightarrow C + D)$ et $\sigma(C + D \rightarrow A + B)$:

$$p_{AB}^2 (2J_A + 1)(2J_B + 1) \sigma(A + B \rightarrow C + D) = p_{CD}^2 (2J_C + 1)(2J_D + 1) \sigma(C + D \rightarrow A + B)$$

Toute violation de cette égalité constituerait un signal de violation de T. Mais le fait que cette égalité soit vérifiée n'est pas à lui tout seul une preuve de l'invariance T. Il existe des circonstances où une violation de T ne donnerait aucun écart à la relation de réciprocité. C'est le cas d'une réaction qui serait bien décrite par l'approximation de Born; c'est aussi le cas d'une réaction pour laquelle on aurait deux voies ouvertes seulement, car alors l'unitarité de la matrice S garantit la relation de réciprocité. Il se pourrait aussi que la violation de T soit telle qu'elle disparaisse dans la comparaison des sections efficaces, cette dernière ayant fait perdre l'information sur des phases des éléments de matrice. Il existe des expériences très précises sur la vérification de la réciprocité. La difficulté expérimentale vient du fait qu'il faut étudier deux réactions différentes (avec des faisceaux et des cibles différentes) et que l'on se trouve aux prises avec un sérieux problème de normalisation des sections efficaces. On peut contourner la

difficulté en faisant seulement des mesures relatives. L'idée est la suivante: supposons que l'on trouve une réaction nucléaire pour laquelle la section efficace varie de façon considérable sur une gamme d'énergie restreinte (que l'on peut donc explorer facilement avec le même accélérateur et le même système de détection) ou encore en fonction de l'angle à une même énergie. On observera donc un minimum très marqué de la section efficace, proche d'un maximum. On peut penser qu'au maximum l'amplitude normale (invariante par T) domine la section efficace. On peut alors utiliser ce maximum pour normaliser les sections efficaces des deux réactions inverses. On examinera ensuite ce qui se passe au voisinage du minimum. À cet endroit, l'amplitude normale doit être fortement atténuée et il est possible que l'on se trouve dans des conditions favorables pour observer l'interférence entre l'amplitude normale (invariante dans T) et l'amplitude anormale (qui viole T). Une expérience à haute statistique⁵⁹ (Fig. 18) a été réalisée à Bochum avec le Tandem-Dynamitron. Elle était basée sur la comparaison de deux réactions inverses l'une de l'autre :



Aucune violation de la relation de réciprocité ne fut observée.

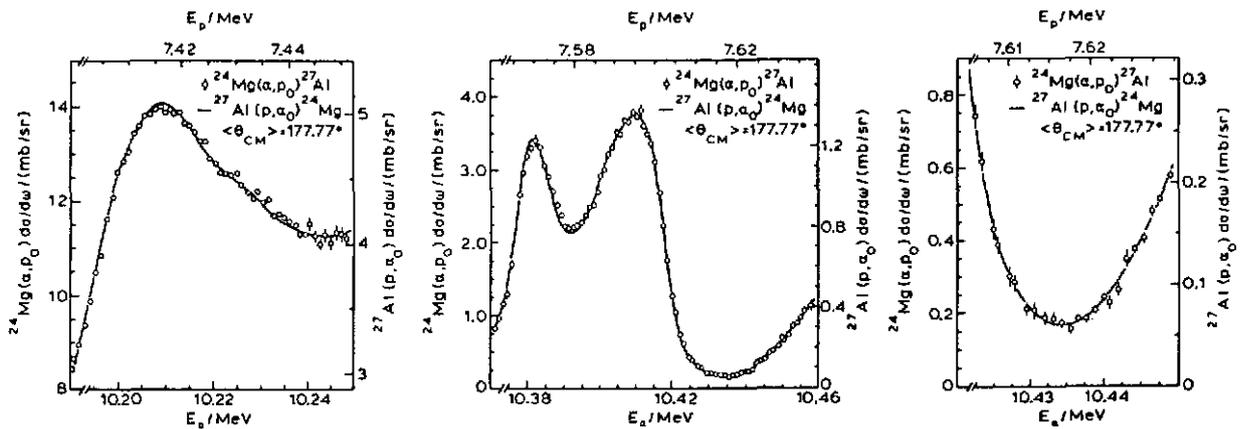


Figure 18: Comparaison des sections efficaces de deux réactions inverses. La sensibilité du test est maximale dans la région du minimum de la section efficace. Cette région a été dilatée dans la partie droite de la figure.

6.2.2 Le théorème polarisation-asymétrie.

Une autre conséquence de l'invariance T est le théorème polarisation-asymétrie. Elle implique aussi l'utilisation de deux réactions inverses (éventuellement une diffusion élastique) (Fig. 19):

$$B (\vec{a}, c) D \qquad D (c, \vec{a}) B$$

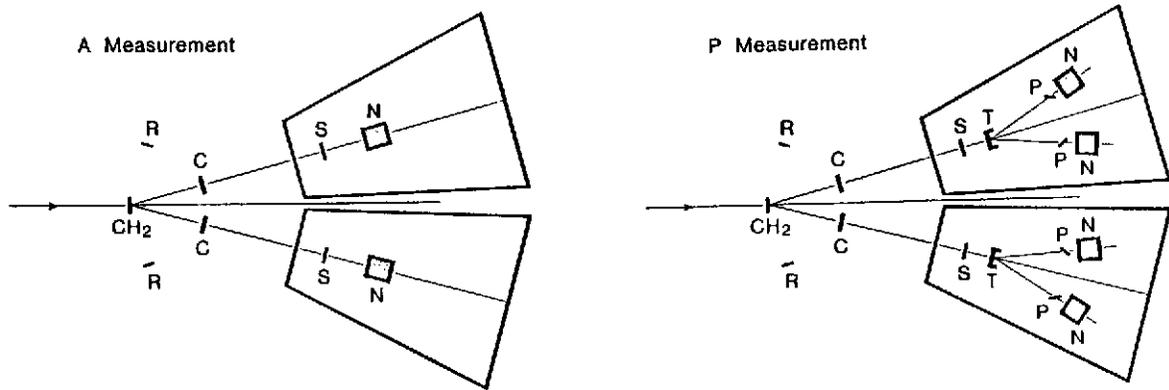
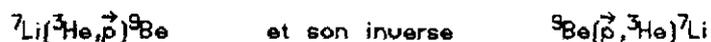


Figure 19: Principe de la mesure de l'asymétrie A (à gauche) et de la polarisation P (à droite). L'utilisation d'une cible de CH_2 permet de mesurer simultanément P-A pour la diffusion p-p (effet étudié) et pour la diffusion p- ^{12}C (effet nul). Le proton de recul peut être détecté dans les détecteurs de recul R (élimination du bruit de fond). Les autres éléments sont: C [collimateurs]; S et P [scintillateurs définissant les angles solides]; T [analyseurs de polarisation]; N [détecteurs à iodure de sodium].

La première réaction nécessite un faisceau de particules "a" polarisées. On mesure l'asymétrie A (ramenée à une polarisation de 100%). La deuxième réaction se fait avec un faisceau "c" non polarisé et on mesure la polarisation des particules "a" produites. Il faut donc utiliser une autre réaction pour mesurer cette polarisation. On utilise généralement une diffusion élastique sur l'hélium ou le carbone. Certains auteurs ont utilisé le silicium, qui présente l'avantage de servir simultanément de cible et de détecteur. Comme on est obligé d'utiliser des cibles assez épaisses comme analyseur de polarisation (pour avoir un taux de comptage suffisant), une fraction non négligeable de l'énergie est perdue dans la cible. L'utilisation du silicium permet de mesurer cette énergie et donc d'améliorer la résolution en énergie de l'expérience. Le théorème

polarisation-asymétrie se traduit par l'égalité $P = A$. Toute violation de cette égalité est un signal clair de violation de T. Inversement, si l'on observe que P est égal à A, on ne peut pas conclure qu'il y a invariance T. On peut en effet montrer que certaines réactions ne sont pas du tout sensibles à une violation de T, c'est à dire que même en présence d'une violation importante de T le théorème polarisation-asymétrie est encore satisfait, à cause de la structure particulière de la matrice de diffusion. Il faut donc être très prudent quand on tire des conclusions d'un test qui a donné un résultat négatif. Par contre, un test qui donne un résultat positif doit être pris au sérieux. En 1980, à la Conférence Internationale de Physique Nucléaire de Berkeley, une communication sur un écart important à la relation $P = A$ souleva un beau tollé. Des mesures de polarisation effectuées à l'Université Laval de Québec avec un polarimètre à silicium, et des mesures d'asymétrie effectuées au Lawrence Berkeley Laboratory, mettaient en évidence⁶⁰ une différence importante entre P et A. Les réactions utilisées étaient :



et :

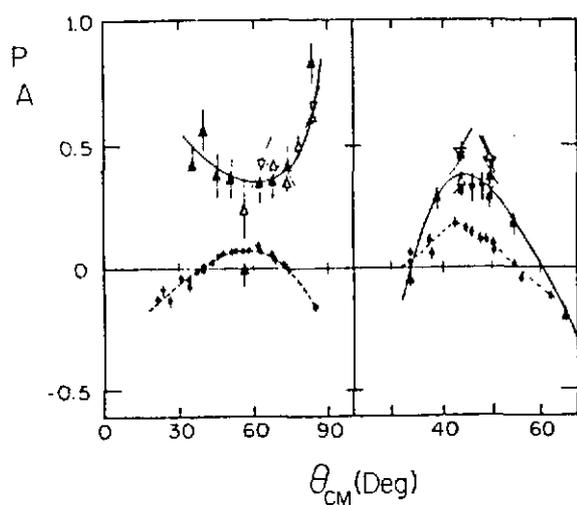


Figure 20: Comparaison de P et A pour deux couples de réactions inverses. L'écart observé entre P et A a été interprété comme une violation de l'invariance T.

À gauche, couple ${}^7\text{Li}-{}^9\text{Be}$.

À droite, couple ${}^9\text{Be}-{}^{11}\text{B}$.

Les points de polarisation sont ceux qui ont les plus grandes barres d'erreurs.

Ces résultats (Fig. 20) furent accueillis avec beaucoup de scepticisme, car l'effet observé

était énorme. Des expériences ultérieures, réalisées avec un polarimètre à hélium⁶¹ ou un polarimètre à carbone⁶² ne confirmèrent pas l'écart observé entre P et A et montrèrent en fait un effet nul (Fig. 21). Aucune explication n'a été donnée pour un tel désaccord. Il est prudent de conclure que l'invariance T n'est pas remise en question.

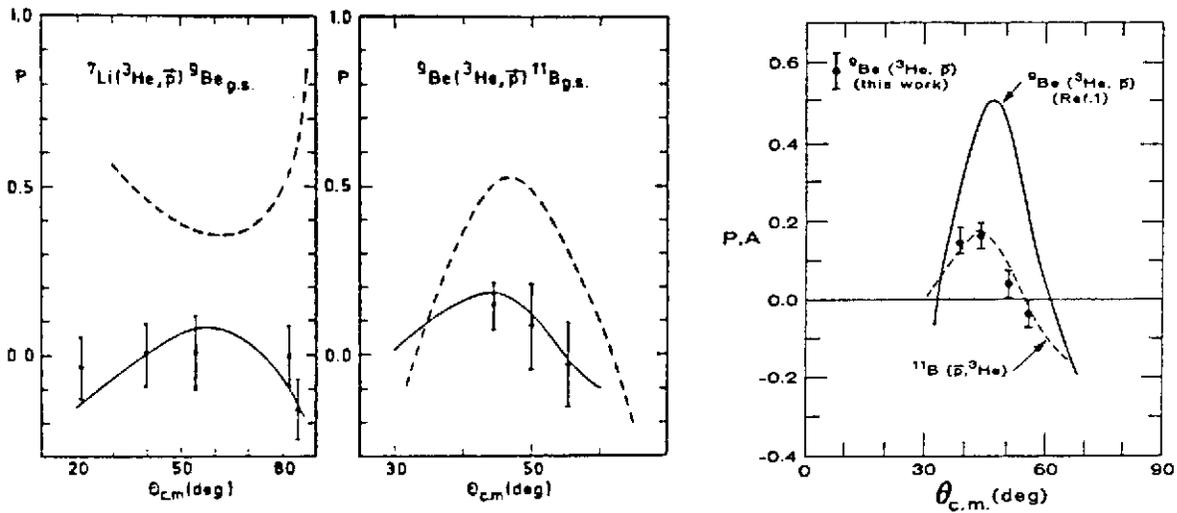


Figure 21: Comparaison de P et A pour deux réactions inverses.

Cet incident eut au moins le mérite de faire réfléchir les physiciens sur la valeur des tests d'invariance T qui avaient été exécutés auparavant. Conzett⁶³ montra que les tests négatifs réalisés en diffusion élastique de protons sur le théorème $P = A$ ne prouvaient en fait rien du tout. Il est intéressant de développer ce point davantage. Généralement, les tests du théorème $P = A$ sont réalisés avec des diffusions élastiques de protons sur des noyaux de spin $1/2$. Un noyau de spin zéro est exclu car la structure de la matrice de spin est si simple que l'invariance par parité suffit à garantir la relation $P = A$. On avait alors utilisé les noyaux ^3He et ^{13}C . On peut comparer avec ^4He et ^{12}C où l'effet attendu est nul. Pour une diffusion élastique d'un proton, les expressions de P et A sont les suivantes (Fig. 22):

$$P = \frac{\sigma^{++} + \sigma^{--} - \sigma^{+-} - \sigma^{-+}}{2 \sigma}$$

$$A = \frac{\sigma^{++} + \sigma^{+-} - \sigma^{-+} - \sigma^{--}}{2 \sigma}$$

où σ^{if} est la section efficace pour la diffusion d'un proton d'un état de spin i vers un état de spin f et σ la somme des σ^{if} . On a alors :

$$P - A = \frac{\sigma^{-+} - \sigma^{+-}}{\sigma}$$

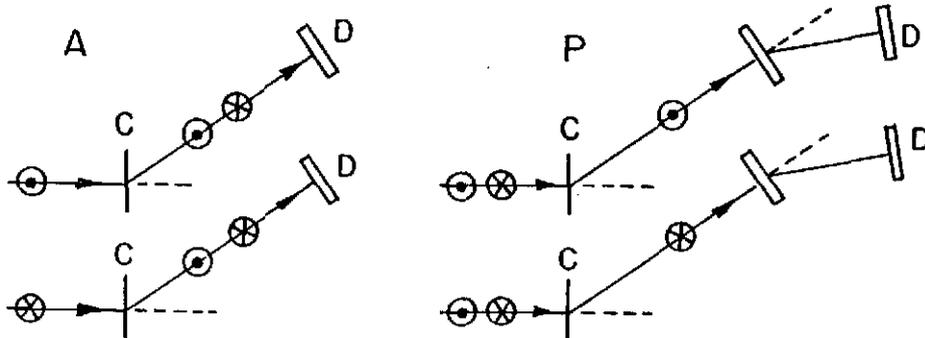


Figure 22: Principe de la mesure de l'asymétrie (avec faisceau incident polarisé) et de la polarisation (faisceau incident non polarisé). On mesure la différence entre les sections efficaces pour les deux configurations indiquées. Ceci s'applique à la diffusion d'une particule de spin 1/2.

On définit aussi la probabilité de renversement de spin (spin-flip) :

$$S = \frac{\sigma^{+-} + \sigma^{-+}}{2 \sigma}$$

et l'asymétrie de renversement de spin :

$$\Delta S = \frac{\sigma^{-+} - \sigma^{+-}}{\sigma^{-+} + \sigma^{+-}}$$

On établit facilement la relation :

$$P - A = 2 S \Delta S$$

On voit donc que la sensibilité du test sur $P - A$ dépend de la grandeur de S . Si pour une

raison quelconque S est petit dans les conditions de l'expérience, la différence $P - A$ ne sera pas assez grande pour sortir des barres d'erreurs. Une grande violation de l'invariance T pourrait signifier, par exemple, $\sigma^{-+} = 2 \sigma^{+-}$, soit $\Delta S = 1/3$. Conzett a analysé les résultats obtenus sur ${}^3\text{He}$ et ${}^{13}\text{C}$ et il trouve:

Pour $p-{}^3\text{He}$ $2 S = 0.05 \pm 0.03$

Pour $p-{}^{13}\text{C}$ $2 S \leq 0.06 \pm 0.02$

ce qui donne à la différence $P - A$ de trop petites valeurs pour qu'elles puissent être mesurées avec précision. On doit donc effectuer des tests dans des circonstances où la probabilité de renversement de spin est grande. En effet, la valeur de $|P - A|$ est bornée supérieurement:

$$|P - A| \leq 2 S$$

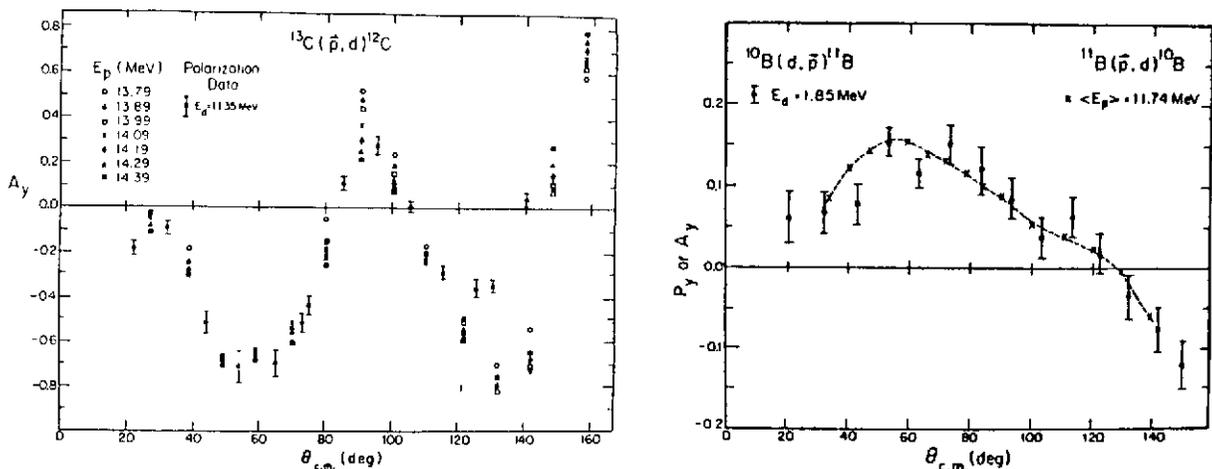


Figure 23: Comparaison de P et A pour deux couples de réactions inverses.

D'autres expériences⁶⁴ ont aussi donné des résultats négatifs. On ne peut donc pas affirmer qu'il y a violation de T . Une expérience récente, effectuée à TRIUMF à plus haute énergie, donne aussi un résultat négatif⁶⁵. On a étudié la diffusion élastique proton-proton à 200 MeV, dans des conditions cinématiques où la probabilité de renversement de spin est élevée. On utilise une

cible de CH_2 , ce qui permet de mesurer simultanément P et A sur l'hydrogène et sur le carbone. Le carbone 12 ayant un spin nul, on sait que pour ce noyau il faut trouver $P = A$. Cette considération permet de "faire le zéro" de la mesure. La diffusion sur l'hydrogène utilise la mesure des deux protons en coïncidence. On trouve :

$$P - A = 0.0047 \pm 0.0025 \text{ (statistique)} \pm 0.0015 \text{ (systématique)}$$

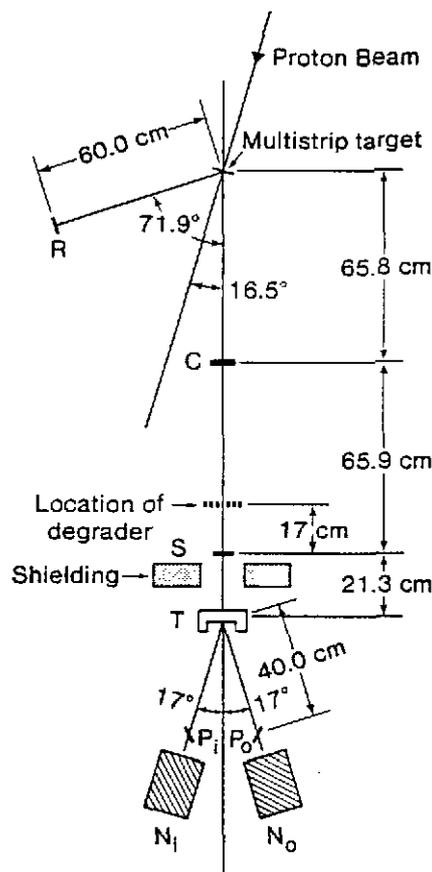


Figure 24: L'expérience de TRIUMF sur la comparaison de P et A. Les notations sont définies Fig. 19.

6.2.3 La désintégration β du neutron et des noyaux.

Le terme $D \cdot J \cdot (p_e \times p_\nu)$ est impair dans le renversement du temps. L'expression de D est donnée dans l'appendice A. Elle dépend des parties imaginaires de combinaisons bilinéaires des constantes de couplage. Dans une interaction $V - A$ le terme d'interaction coulombienne dans l'état final, qui simule une violation de T, est nul. On doit se soucier seulement des interactions *Induites*, magnétisme faible, tenseur induit. Le terme de magnétisme faible peut être évalué et on dispose d'une limite supérieure sur le terme tensoriel induit.

Une expérience utilisant un faisceau de neutrons polarisés a été faite à l'ILL à Grenoble. Évidemment, on ne détecte pas le neutrino. La cinématique permet de remplacer le terme $p_e \times p_\nu$ par le terme $p_e \times p_p$, où p_p est l'impulsion du proton. Le résultat⁶⁶ est compatible avec une valeur nulle du coefficient D :

$$D = - (1.1 \pm 1.7) \times 10^{-3}$$

ce qui se traduit par un angle de phase entre C_V et C_A :

$$\phi = (180.14 \pm 0.22)^\circ$$

Une expérience semblable⁶⁷ a été faite sur la désintégration β du ^{19}Ne . Là encore le coefficient D est compatible avec 0 et l'angle de phase avec 180° .

$$D = -(0.5 \pm 1.0) \times 10^{-3} \quad \phi = (179.94 \pm 0.11)^\circ$$

6.2.4 Les corrélations dans les transitions électromagnétiques nucléaires.

Un groupe du Caltech⁶⁸ a recherché la violation de T dans des transitions électromagnétiques nucléaires. Le terme "impair" recherché est :

$$(\mathbf{J} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{E})(\mathbf{J} \cdot \mathbf{k})(\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}) \sin \eta$$

où \mathbf{k} représente la direction du γ , \mathbf{E} son vecteur polarisation linéaire, et \mathbf{J} l'orientation nucléaire. Le paramètre η est le déphasage entre les éléments de matrice E_2 et M_1 de la transition γ . Dans le renversement du temps, on a les transformations suivantes :

$$\mathbf{J} \rightarrow -\mathbf{J} \quad \mathbf{k} \rightarrow -\mathbf{k} \quad \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{E}$$

et donc le terme en question viole T. Par contre, on peut facilement montrer qu'il est invariant dans P.

Exercice : Montrer que le terme $(\mathbf{J} \cdot \mathbf{k} \times \mathbf{E})(\mathbf{J} \cdot \mathbf{k})(\mathbf{J} \cdot \mathbf{E})$ est invariant dans la parité.

On voit que l'expérience nécessite des noyaux polarisés dans l'état initial. On peut utiliser une méthode d'orientation nucléaire à basse température, ou encore utiliser le fait que les noyaux produits par désintégration β , et correspondant à une direction particulière de l'électron émis, sont polarisés. Dans ce dernier cas, il faudra donc faire une triple coïncidence β - γ - γ . Tous les résultats ont été négatifs. Le tableau suivant⁶⁹ montre les valeurs mesurées pour la phase relative η . L'invariance T exige que η soit égale à 0 ou π , mais l'interaction dans l'état final est la cause d'une petite contribution à η . C'est ce qui limite la valeur du test.

<u>noyau</u>	<u>$\sin\eta \times 10^3$</u>
^{57}Fe	0.3 ± 0.7
^{131}Xe	1.1 ± 1.1
^{191}Ir	0.5 ± 0.4
^{99}Ru	1.0 ± 1.7
^{197}Au	0.3 ± 0.7
^{193}Ir	0.2 ± 2.4
^{110}Cd	2 ± 3
^{192}Pt	4 ± 5

Ces résultats montrent qu'il n'existe pas de violation de T à un niveau de l'ordre du % ou plus. En fait, dans le modèle standard, il ne peut pas y avoir une violation de T aussi grande. Les résultats précédents sont donc en accord avec le modèle standard, mais sont limités en sensibilité, et ne peuvent pas réellement tester les prédictions de ce modèle.

6.2.5 Les moments dipolaires des particules et des atomes⁷⁰.

Enfin, nous devons considérer le cas du moment dipolaire des particules et des atomes. L'existence d'un moment dipolaire viole simultanément P et T. On peut s'en rendre compte facilement. La seule direction qui caractérise une particule est celle de son spin. Dans le système propre de cette particule, les moments dipolaires magnétique et électrique seront donc alignés suivant le spin de la particule. L'énergie de la particule plongée dans un champ électromagnétique sera donc donnée par :

$$W = -g_{\mu} \mathbf{S} \cdot \mathbf{H} - g_e \mathbf{S} \cdot \mathbf{E}$$

Sous l'opération parité, on a les transformations suivantes :

$$S \rightarrow S \quad H \rightarrow H \quad E \rightarrow -E$$

et dans le renversement du temps :

$$S \rightarrow -S \quad H \rightarrow -H \quad E \rightarrow E$$

On voit que le moment dipolaire électrique ne peut exister que si P et T sont violées. La grandeur du moment dipolaire électrique est très sensible au mécanisme de violation de T. C'est pourquoi la recherche d'un moment dipolaire est activement poursuivie dans différents laboratoires. Il est évident que le neutron présente un cas favorable, car il n'a pas de charge électrique. Des expériences sont effectuées à l'Institut Laue-Langevin à Grenoble. On dispose déjà de limites supérieures très basses.

L'intérêt du moment dipolaire du neutron est sa très grande sensibilité aux différents modèles. On trouve des variations de plusieurs ordres de grandeur suivant le modèle utilisé⁷¹.

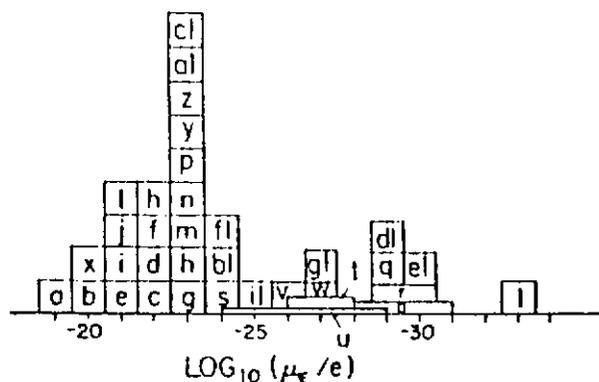


Figure 25: Diverses prédictions théoriques pour le moment dipolaire du neutron. On notera l'étalement des prédictions sur plusieurs ordres de grandeur. Pour la signification des lettres, voir la référence 71.

De nouvelles expériences ont été proposées, qui utilisent la transmission de neutrons polarisés à travers une cible polarisée. Le terme recherché est $J_n \cdot (p_n \times J)$ où J est le spin du noyau cible. Ce terme viole simultanément P et T. On doit donc le comparer au terme $J_n \cdot p_n$ qui viole P mais est invariant sous le renversement du temps. On mesure ce dernier terme avec une cible non polarisée. L'expérience demande une très grande intensité de neutrons. Elle est prévue à Los Alamos au moyen de la source intense de neutrons de l'anneau de stockage de protons⁷².

6.3 P et T en Chromodynamique Quantique. Les axions.

Les violations de CP qui ont été considérées dans le début de ce chapitre ont pour origine les interactions faibles. Nous allons voir maintenant comment une violation de CP s'introduit dans les interactions fortes (en CDQ) et comment on essaie de s'en débarrasser.

Ce nouvel effet, qui provient d'une "anomalie" dans le courant baryonique axial, revient à rajouter à l'hamiltonien normal de la CDQ :

$$\mathcal{L}_{CDQ} = \sum_q \bar{q} (i\gamma^\mu D_\mu + m) q - \frac{1}{4} G_{\mu\nu} G_{\mu\nu}$$

un terme de la forme :

$$\mathcal{L}(\theta) = -\theta \alpha_s \tilde{G}_{\mu\nu} G_{\mu\nu}$$

où \tilde{G} est le dual de G , soit :

$$\tilde{G}_{\mu\nu} = \epsilon_{\mu\nu\rho\lambda} G_{\rho\lambda}$$

L'analogie électromagnétique de $G\tilde{G}$ est $F\tilde{F}$ qui est, à un facteur numérique près, égal à $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$. Ces termes $G\tilde{G}$ et $F\tilde{F}$ violent simultanément P et T. Le terme en θ écrit plus haut a une conséquence observable, un moment dipolaire non nul pour le neutron, égal à :

$$d_n \sim 4 \times 10^{-16} |\theta| \quad (\text{en e-cm})$$

La limite supérieure expérimentale sur le moment dipolaire du neutron exige que $|\theta|$ soit très petit :

$$|\theta| < 10^{-9}$$

Il faut en conclure que θ est, soit nul, soit très petit, et le problème est d'introduire ce très petit paramètre d'une façon naturelle.

Si les quarks sont de masse nulle on peut faire une transformation chirale qui amène θ à la valeur 0. Il est donc possible de se débarrasser de $\mathcal{L}(\theta)$. En fait une condition suffisante est que l'un des quarks ait une masse nulle. On a supposé que peut-être le quark u aurait une masse nulle mais cela est contredit par d'autres considérations. Les masses des quarks sont influencées par les interactions faibles. Le terme en θ aurait donc des contributions venant de la CDQ et des interactions faibles, et il serait surprenant qu'une annulation de ces deux

contributions puisse produire une aussi petite valeur de $|\theta|$. Une discussion plus poussée du problème nous entrainerait à parler des *instantons*. Disons seulement que par suite du caractère non-abélien de la CDQ des solutions d'un caractère particulier (les instantons) font qu'il est impossible de se débarrasser du terme en θ .

La solution qui est encore en faveur actuellement consiste à amener la valeur de θ à 0 en imposant une symétrie supplémentaire, la symétrie de de Peccei et Quinn. Ces deux auteurs proposèrent d'imposer au Lagrangien total :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{CDQ} + \mathcal{L}_{GWS}$$

une symétrie chirale $U(1)_A$, une telle symétrie permettant de ramener θ à la valeur 0. Cette symétrie doit être brisée par un secteur de Higgs particulier, ce qui entraîne l'existence d'un nouveau boson pseudoscalaire, de masse nulle. Suite à la présence des instantons et la brisure de la symétrie de Peccei-Quinn, ce boson, qui a été baptisé *axion*, acquiert une petite masse, de l'ordre de quelques MeV. Electriquement neutre, il se désintégrerait en deux photons, ou encore en une paire e^+e^- . En raison de sa faible masse, il pourrait être émis dans des transitions nucléaires à la place d'un photon. On n'a trouvé aucune trace de cette particule, ni en physique nucléaire, ni en physique des particules. Récemment, le groupe de SIN (l'usine à pions de Zurich) apportait des résultats négatifs⁷³ dans l'étude de la désintégration :

$$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e a$$

où a est un axion, comme sous-produit de leur étude de la désintégration :

$$\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e e^+ e^-$$

Donc il n'y a pas, pour l'instant, de preuve expérimentale de l'existence de l'axion. La question était revenue à l'ordre du jour à la suite de la découverte de paires e^+e^- émises dans des collisions entre ions lourds (U, Cm, Th, 6 MeV/nucléon). Rappelons que des chercheurs de GSI, l'accélérateur d'ions lourds de Darmstadt, au cours d'une recherche sur les positrons prédits par l'électrodynamique quantique, mettaient en évidence des raies étroites et intenses de positrons, semblant venir du centre de masse des ions lourds en collision. L'intensité était trop grande pour faire penser à une émission de nature électromagnétique. Plus tard, des mesures de coïncidences ont démontré qu'il s'agissait bien de paires e^+e^- , les deux particules ayant des énergies et des largeurs pratiquement identiques. Une interprétation en terme de particule neutre intermédiaire

s'accorde avec les résultats expérimentaux, et à partir des énergies mesurées on trouve que cette particule neutre Φ aurait une masse de 1,68 MeV. Aucune explication conventionnelle vraiment convaincante n'a été apportée. Dès lors, il était bien tentant d'introduire une nouvelle particule, et un candidat possible était évidemment un boson léger pseudo-scalaire, par exemple un axion. Mais il n'est pas si facile, de nos jours, d'introduire une nouvelle particule. Il faut s'assurer qu'elle ne vient pas perturber la physique que nous connaissons. En effet, à partir des phénomènes connus, on peut mettre des restrictions très sévères sur toute particule hypothétique. De fortes contraintes proviennent de la valeur de $g - 2$, des désintégrations des mésons J/ψ et upsilon ⁷⁴, ainsi que d'expériences de "beam dump"⁷⁵. Enfin, des expériences sur les transitions électromagnétiques dans les noyaux⁷⁶ témoignent une fois de plus du rôle que la physique nucléaire continue de jouer dans la physique des particules et des interactions fondamentales. Il semble donc qu'il n'existe pour l'instant aucune explication satisfaisante au phénomène observé à GSI: nouvelle physique ou physique conventionnelle, l'avenir le dira!

7 La violation du nombre baryonique⁷⁷.

7.1 L'apparente conservation du nombre baryonique.

La conservation du nombre baryonique est une hypothèse bien naturelle, qui explique la stabilité de la matière telle que nous la connaissons aujourd'hui. S'il existe une violation de la conservation du nombre baryonique, elle doit se manifester par des effets tout à fait négligeables dans la physique courante. Cependant, pour expliquer la prépondérance de la matière sur l'antimatière et le rapport du nombre de photons au nombre de baryons il faut admettre que la loi de conservation du nombre baryonique n'est pas absolue. On a vu aussi qu'il n'y avait pas de raison physique contraignante pour la conservation du nombre baryonique. Il nous apparaît donc que la loi de conservation des baryons est une hypothèse commode, mais arbitraire, dont la validité peut-être mise en cause dès que l'on s'éloigne du domaine où elle a été formée. C'est pourquoi les physiciens ont toujours cherché à faire reculer les limites expérimentales sur la vie moyenne du proton. Mais ce sont les théories de jauge unificatrices qui ont précipité les événements.

7.2 Les prédictions des modèles de grande unification⁷⁸.

Le modèle standard résulte de la juxtaposition de la CDQ et de la théorie électrofaible de G-S-W. Cette dernière décrit les interactions électromagnétiques et faibles par un même formalisme, mais ne constitue pas une véritable unification. Dans le modèle standard, il y a trois constantes de couplage, g_3 , g_2 et g_1 , qui correspondent aux trois facteurs du produit $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. De plus, il y a un grand nombre de paramètres arbitraires (masses, angles de mélange, etc...). Il est donc normal de poursuivre ce qui est appelé *la grande unification*. Le principe en est fort simple. Il faut trouver un groupe unique G qui admette $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ comme sous-groupe :

$$G \supset SU(3) \times SU(2) \times U(1)$$

On n'aura plus qu'une seule constante de couplage, et un paramètre comme $\sin^2\theta_w$ deviendra calculable (ce sera essentiellement un coefficient de Clebsch-Gordan du groupe G). Une prédiction à peu près inévitable, et très spectaculaire, des modèles de grande unification, est l'instabilité du nucléon. On dit souvent "désintégration du proton", mais il ne faut pas perdre de vue que le

neutron doit subir le même sort. Évidemment, le neutron est déjà instable par radioactivité β . Par instabilité du neutron on entend les modes de désintégration d'un neutron qui, dans un noyau, est stable vis à vis de la radioactivité β .

Dans un modèle d'unification les trois constantes de couplage g_3, g_2, g_1 n'en font plus qu'une, g , à une certaine énergie très élevée, 10^{15} GeV ou plus (Fig. 26):

$$g_3(M) = g_2(M) = g_1(M) = g$$

où M est la *masse d'unification*. La symétrie du groupe G est alors exacte. À plus basse énergie, la symétrie est brisée spontanément par des bosons de Higgs, et les trois "constantes" g_3, g_2 et g_1 se mettent à varier de façon différente. Il existe plusieurs possibilités pour le groupe G . Chacune fait ses prédictions spécifiques pour les divers modes de désintégration possibles, les rapports d'embranchement et les vies moyennes. Etant donné l'énergie disponible dans la désintégration d'un nucléon, il y a beaucoup de voies ouvertes. Il faut seulement satisfaire aux lois de conservation de l'énergie-impulsion, du moment angulaire et de la charge électrique. Les modes de désintégration les plus simples comportent deux corps dans l'état final, mais on ne peut pas exclure des modes plus compliqués.

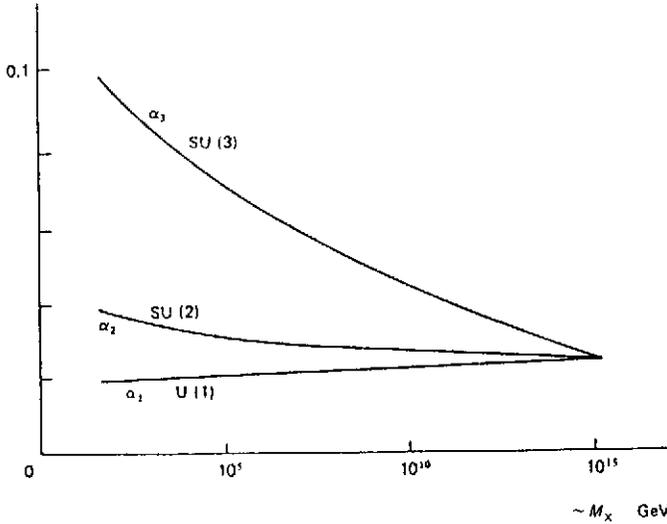


Figure 26: La variation des "constantes" de couplage du modèle standard. Les α ($i=1,2,3$) sont définies par analogie avec l'électrodynamique, soit $\alpha = g^2/4\pi$.

7.2.1 SU(5) comme exemple⁷⁹.

Quels sont les candidats possibles pour le groupe unificateur G? Il y en a évidemment plusieurs. Beaucoup d'attention a été accordée au groupe le plus économique, SU(5). Nous le considérerons à titre d'exemple, même si l'on sait qu'il doit être abandonné comme groupe unificateur. Son grand intérêt est sa simplicité. Ses représentations 5* et 10 permettent de loger tous les fermions d'une famille. Pour la famille fondamentale, ce sont les quarks u et d dans leurs trois états de couleur et leur deux états de chiralité, l'électron dans ses deux états de chiralité et le neutrino gauche. Remarquons que le groupe SU(5) ne fait pas de place à un neutrino droit. Les deux représentations s'écrivent conventionnellement:

$$5^* = \begin{bmatrix} d_r^c \\ d_b^c \\ d_v^c \\ e^- \\ \nu_e \end{bmatrix}_L \quad 10 = \begin{bmatrix} 0 & -u_v^c & u_b^c & u_r & d_r \\ u_v^c & 0 & -u_r^c & u_b & d_b \\ -u_b^c & u_r^c & 0 & u_v & d_v \\ -u_r & -u_b & -u_v & 0 & e^+ \\ -d_r & -d_b & -d_v & -e^+ & 0 \end{bmatrix}_L$$

où les indices r, b et v sont associés aux trois couleurs fondamentales de la CDQ. On remarque que la représentation 10 est antisymétrique.

Les bosons de jauge correspondent aux générateurs infinitésimaux du groupe ($5^2 - 1 = 24$). La décomposition de cette représentation 24 suivant SU(3) et SU(2) donne:

$$24 = (8,1) + (1,3) + (1,1) + (3,2) + (\bar{3},2)$$

Ils comprennent les 12 bosons du modèle standard:

- (8,1) octet de couleur, singulet de saveur: les 8 gluons.
- (1,3) singulet de couleur, triplet de saveur: W^+ , Z^0 , W^- ,
- (1,1) singulet de couleur, singulet de saveur: le photon,

et 12 bosons supplémentaires qui induisent des transitions entre quarks et leptons. Ces bosons possèdent à la fois une couleur et une saveur:

$(3,2)$ triplet de couleur, doublet de saveur: $X_i, Y_i, i = 1,2,3$,

$(\bar{3},2)$ triplet de couleur, doublet de saveur: $\bar{X}_i, \bar{Y}_i, i = 1,2,3$.

Leurs charges électriques sont fractionnaires. Ils sont responsables des processus suivants, qui violent la conservation du nombre baryonique (Fig. 27):

$$u u \rightarrow X^{(4/3)} \rightarrow e^+ \bar{d}$$

$$u d \rightarrow Y^{(1/3)} \rightarrow \nu_e \bar{d}$$

$$u d \rightarrow Y^{(1/3)} \rightarrow e^+ \bar{u}$$

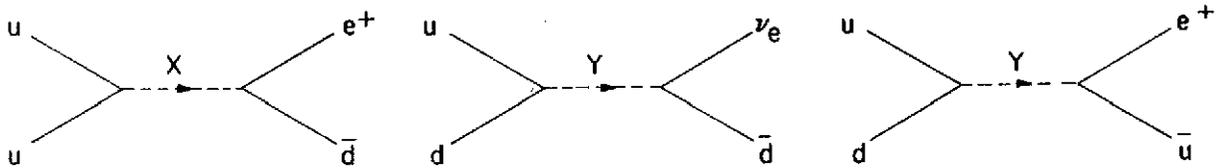


Figure 27: Processus impliquant les bosons X et Y.

Ces bosons se comportent tantôt comme des diquarks, tantôt comme des leptodiquarks.

Il faut noter que la théorie de jauge construite sur $SU(5)$ est spontanément brisée. Les bosons X et Y sont très lourds, car la désintégration des baryons est très lente. On évalue que la vie moyenne du proton doit être de la forme:

$$\tau_p = k \frac{M^4}{M_p^5}$$

où M_p est la masse du proton et M la masse associée à la première brisure de symétrie qui rend les bosons X et Y massifs. La constante k dépend du modèle. Compte tenu de la limite inférieure sur la vie moyenne du proton, on arrive à la conclusion que M doit être de l'ordre de 10^{15} GeV. Ensuite, il y a une autre brisure de symétrie qui rend les bosons W et Z massifs et dont la masse caractéristique est de l'ordre de la centaine de GeV. Évidemment, il faut faire intervenir deux secteurs de Higgs distincts pour réaliser ces deux brisures de symétrie. Entre les

deux énergies caractéristiques de ces deux brisures de symétrie, il ne se passe rien. On dit que c'est le *désert*.

$$\begin{array}{ccc} \text{SU}(5) & \longrightarrow & \text{SU}(3) \times \text{SU}(2) \times \text{U}(1) & \longrightarrow & \text{SU}(3)_{\text{CDQ}} \times \text{U}(1)_{\text{EDQ}} \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ & & \text{X, Y} \approx 10^{15} \text{ GeV} & & \text{W, Z} \approx 10^2 \text{ GeV} \end{array}$$

Seuls restent sans masse les bosons de la CDQ (les 8 gluons) et le photon de l'EDQ.

Ce modèle est très attrayant par sa simplicité. Un premier succès fut la prédiction de la valeur de l'angle de Weinberg. À très haute énergie (masse d'unification), $\sin^2\theta_W$ est tout simplement un coefficient de Clebsch-Gordan de SU(5), et sa valeur est 3/8. Il faut ensuite disposer d'une méthode pour faire varier les "constantes" de couplage, et donc aussi $\sin^2\theta_W$. Le groupe de renormalisation⁸⁰ permet de calculer la valeur de $\sin^2\theta_W$ à basse énergie, là où existent les résultats expérimentaux. On obtient⁸¹:

$$\sin^2\theta_W(m_W) = 0.216 \pm 0.004$$

ce qui est proche de la valeur mesurée expérimentalement:

$$\sin^2\theta_W(m_W) = 0.219 \pm 0.006$$

Il faut cependant dire que les prédictions de SU(5) sur les rapports de masses des quarks et leptons ne sont pas correctes.

Le modèle SU(5) fait des prédictions relativement précises et non-ambiguës pour l'instabilité du nucléon. Non seulement la vie moyenne, mais aussi les vies moyennes partielles pour les différents modes de désintégration. On trouve que le proton se désintègre principalement par la voie $p \rightarrow e^+ \pi^0$ et que la vie moyenne partielle est donnée par:

$$\tau_p (p \rightarrow e^+ \pi^0) \approx (0.06-240) \times 10^{29} \text{ ans}$$

7.2.2 Les autres possibilités.

Pour le groupe G, d'autres possibilités ont été considérées. Le groupe SO(10) présente beaucoup d'attrait. Les quarks et leptons d'une même famille peuvent être logés dans une représentation 16 de SO(10). Ce groupe contient SU(5) comme sous-groupe et la répartition des 16 particules suivant des multiplets de SO(10) est la suivante:

$$16_{SO(10)} = 10_{SU(5)} + 5^*_{SU(5)} + 1_{SU(5)}$$

On note l'apparition d'une particule supplémentaire, singulet de SU(5). C'est un neutrino droit, qui peut introduire un terme de Majorana dans la matrice de masse. Cette question est étroitement liée à l'existence de la double désintégration β sans neutrinos.

Le groupe SO(10) subirait plusieurs brisures successives de symétrie, avec pour chacune l'apparition de bosons de jauge massifs, ce qui aurait pour résultat de peupler le désert. Une possibilité est la suivante :

$$\begin{aligned} SO(10) &\rightarrow SU(4) \times SU(2)_R \times SU(2)_L \rightarrow SU(3)_c \times U(1) \times SU(2)_R \times SU(2)_L \\ &\rightarrow SU(3)_c \times U(1) \times U(1)_R \times SU(2)_L \rightarrow SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1) \rightarrow SU(3)_c \times U(1)_{e.m.} \end{aligned}$$

Il faut noter, à haute énergie, la présence des deux groupes SU(2) droit et gauche, donc dans ce domaine la parité redevient une symétrie exacte.

7.3 La recherche de l'instabilité du nucléon.

Les prédictions sur la vie moyenne du proton incitèrent les expérimentateurs à rechercher activement la désintégration de cette particule. Un tel programme exige des conditions expérimentales très particulières. Au moment du démarrage des expériences, on savait qu'il fallait être sensible à des vies moyennes de l'ordre de 10^{23} ans ou même davantage. Il faut disposer d'une grande quantité de nucléons, donc de plusieurs dizaines ou centaines de tonnes de matériau. Celui-ci sera la plupart du temps de l'eau ou du fer. Le système de détection comprendra nécessairement un grand nombre d'éléments. Enfin, comme il s'agit de la recherche d'événements rares il faudra se protéger contre les événements trop fréquents qui seraient causés par le rayonnement cosmique, surtout les muons. En installant l'expérience sous terre, dans une mine ou dans un tunnel surmonté par une haute montagne, on parvient à réduire le nombre des muons à un taux raisonnable. Actuellement, on distingue deux classes de détecteurs : les détecteurs Cerenkov et les calorimètres.

Le détecteur Cerenkov utilise une grande piscine remplie d'eau pure, dont les parois sont tapissées de photomultiplicateurs. Les particules chargées rapides émettent la lumière Cerenkov suivant la surface d'un cône d'angle $\theta = \text{arc cos}(\beta/n)$, où n est l'indice de réfraction du milieu et $\beta = v/c$, v étant la vitesse de la particule. Lorsque la particule se déplace, on peut suivre son mouvement en observant l'intersection du cône de lumière Cerenkov avec la paroi de la piscine. Les photomultiplicateurs fournissent une information temporelle qui permet de reconstruire

(avec une certaine précision) la trajectoire de la particule. Dans le cas d'une désintégration de proton en e^+ et π^0 on se trouvera en présence de trois particules, le positron et les deux γ de désintégration du π^0 , qui produisent des gerbes électromagnétiques. On observera donc trois cones Cerenkov qui seront plus ou moins diffus. On peut reconstruire les trajectoires des particules et vérifier qu'elles obéissent bien aux lois de la cinématique. Comme les électrons voyagent pratiquement à la vitesse de la lumière le détecteur Cerenkov est très bien adapté à la recherche de ce mode de désintégration. Par contre, pour des particules plus lourdes, la sensibilité est beaucoup moins bonne. Cette sensibilité augmente évidemment avec la fraction de la surface de la paroi qui est couverte par des photomultiplicateurs. Dans l'expérience japonaise Kamiokande on fait usage de photomultiplicateurs de très grande surface, développés spécialement pour ce genre d'expérience.

Une autre méthode consiste à mettre l'accent sur la précision spatiale, et donc sur la qualité de la reconstruction des trajectoires. On utilise pour cela des calorimètres. Le fer constitue la source de nucléons mais c'est un matériau inactif. Des plaques minces de fer alternent avec des plans de détection, qui peuvent être des tubes à décharge, comme dans l'expérience du tunnel du Fréjus. Le système de déclenchement utilise des plans de compteurs Geiger-Müller. L'impulsion de tension est appliquée sur les plans de détection chaque fois qu'une certaine condition est réalisée (par exemple un certain nombre de compteurs G-M ont été touchés).

On peut déjà affirmer avec certitude que le modèle SU(5) a été réfuté par l'expérience. La limite inférieure sur le mode $p \rightarrow e^+ \pi^0$:

$$\frac{\tau_p}{B} > 2.5 \times 10^{32} \text{ ans}$$

où B est le rapport d'embranchement du mode considéré, est incompatible avec la prédiction théorique.

Il est important de noter ici l'intervention de la physique nucléaire. La plupart des nucléons dont on recherche la désintégration sont contenus dans des noyaux complexes: noyaux d'oxygène pour les détecteurs Cerenkov, noyaux de fer pour les calorimètres. On ne peut donc échapper à certains effets *nucléaires*⁸², dont il faudra tenir compte dans l'analyse des résultats. La probabilité d'émission d'un pion peut être modifiée par le milieu nucléaire; il peut y avoir interaction du pion avec ce milieu; il faut tenir compte du mouvement de Fermi des nucléons, etc... La signature du processus fondamental peut être altérée par le milieu nucléaire. Il y a là un domaine d'intervention des physiciens nucléaires.

7.4 Les oscillations neutron-antineutron.

Une prédiction de $SO(10)$ est l'existence d'un autre type de violation de la conservation du nombre baryonique: les oscillations neutron-antineutron. Si le nombre baryonique n'est pas conservé, il pourra y avoir des transitions entre l'état neutron $|n\rangle$ et l'état antineutron $|\bar{n}\rangle$. Ceci rappelle évidemment la situation des mésons K^0 et \bar{K}^0 , avec cependant des différences énormes dans les ordres de grandeur. La transition neutron-antineutron implique une violation du nombre baryonique $\Delta B = 2$. Dans un faisceau de neutrons se propageant librement dans l'espace, il y aura des oscillations entre l'état $|n\rangle$ et l'état $|\bar{n}\rangle$. La présence d'un antineutron peut être détectée expérimentalement par son annihilation avec une cible, qui libère une énergie égale à $2 M_n$, soit environ 2 GeV. Cette énergie se retrouve sous forme de pions, principalement. Des expériences sont poursuivies auprès de plusieurs réacteurs, dont celui de l'ILL⁸³. Pour l'instant, on n'a pu établir que des limites supérieures.

A l'intérieur d'un noyau, un neutron peut aussi osciller entre les états $|n\rangle$ et $|\bar{n}\rangle$. Il pourra donc aussi y avoir annihilation avec un nucléon du même noyau. Ce processus correspond à la disparition de deux nucléons dans un noyau, avec libération d'une énergie de 2 GeV environ. Tous les détecteurs qui sont utilisés pour rechercher l'instabilité du nucléon peuvent aussi détecter l'annihilation neutron-antineutron. Pour l'instant on ne dispose que de limites supérieures.

8 La conservation du nombre leptonique^{B4}.

La physique nucléaire nous a fait don d'un processus extrêmement important pour la physique des particules, la double désintégration β . Certains noyaux sont stables vis à vis de la désintégration β ordinaire, à cause de la conservation de l'énergie, mais sont instables dans un processus qui change par deux unités le nombre de protons et le nombre de neutrons (Fig. 28).

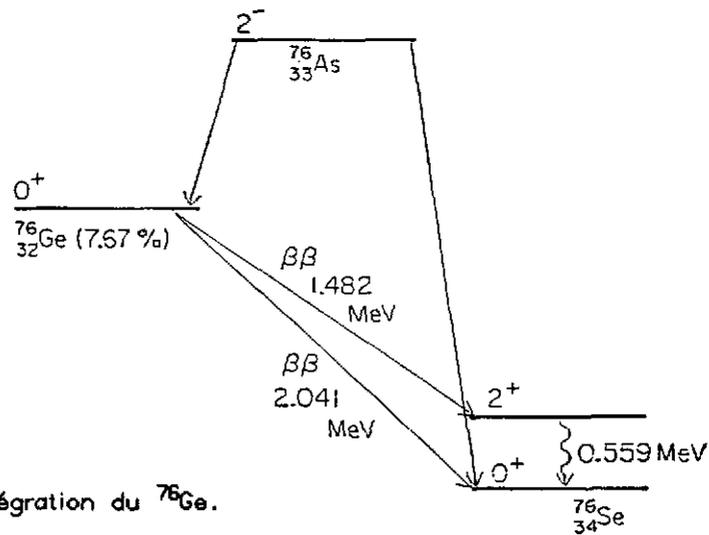


Figure 28: Schéma de désintégration du ^{76}Ge .

Il est alors possible que deux neutrons subissent simultanément la désintégration β :

$$(A,Z) \rightarrow (A,Z+2) e^- e^- \bar{\nu}_e \bar{\nu}_e$$

Ce processus est appelé *double désintégration β* avec émission de neutrinos (ici des antineutrinos), en abrégé ($\beta\beta 2\nu$). Le nombre leptonique est conservé dans un tel processus, qui n'apporte pas grand chose de nouveau. C'est une interaction faible au second ordre, donc un phénomène très rare. Son observation ne constitue pas une révolution dans la théorie des interactions fondamentales. Mais le neutrino pourrait bien être une particule spéciale, ainsi que l'avait suggéré Majorana: une particule "absolument neutre", dépourvue de toute charge et identique à son antiparticule. Alors, un autre processus pourrait devenir possible, dans certaines conditions, la double désintégration β sans émission de neutrinos, en abrégé ($\beta\beta 0\nu$):

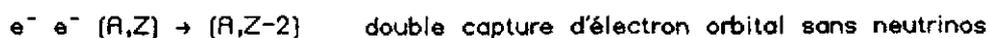


pour lequel il y a violation du nombre leptonique.

8.1 Neutrino de Dirac ou neutrino de Majorana ?

Longtemps après l'hypothèse de Majorana, nous ne savons toujours pas de quelle nature est le neutrino : particule de Dirac ou de Majorana. En fait, cette question est dénuée d'intérêt si le neutrino a une masse nulle. On sait qu'il y a deux neutrinos par famille : l'un a une hélicité gauche et l'autre une hélicité droite. On peut les considérer comme un couple particule-antiparticule ou encore comme les deux états d'hélicité d'un neutrino de Majorana. Mais la distinction prend un sens dès que les neutrinos ont des masses non nulles, une situation qui est suggérée par pratiquement toutes les théories de jauge qui se situent au delà du modèle standard.

Le neutrino de Majorana, étant identique à sa propre antiparticule, ne respecte pas la conservation du nombre leptonique L . C'est pourquoi dans les débuts de la radioactivité β on pensait bien pouvoir établir expérimentalement la nature du neutrino, en étudiant l'un des processus qui violent la conservation de L :



8.2 La double désintégration β sans émission de neutrinos

Seule la double désintégration β^- a été abondamment étudiée. Sa signature est très caractéristique. Les deux électrons se partagent l'énergie disponible (la différence de masse entre le noyau initial et le noyau final, si l'on néglige l'énergie de recul du noyau). La somme des énergies des deux électrons doit donc donner un pic dans le spectre, alors que la double désintégration β avec neutrinos donne une distribution continue, puisque l'énergie disponible se partage entre les quatre leptons. Pour améliorer la réjection du bruit de fond on peut aussi tenter d'observer les trajectoires des électrons dans un détecteur à traces.

L'espace des phases avantage la double désintégration sans neutrinos ($\beta\beta 0\nu$) par rapport à

la double désintégration β avec neutrinos ($\beta\beta 2\nu$). Cet avantage, qui se traduit par un rapport de 10^8 dans la probabilité de transition, laissait espérer des vies moyennes de 10^{15} années pour ($\beta\beta 0\nu$), ce qui aurait été facilement mesurable. Les résultats négatifs furent interprétés comme une preuve du caractère "Dirac" du neutrino, et l'hypothèse de Majorana fut oubliée. Cependant, en 1956, on reconnut que le neutrino possédait une hélicité, que l'hélicité du neutrino émis en radioactivité β^- était négative (théorie V-A) est égale à -1 (neutrino de masse nulle). Il devenait alors évident que la non-observation de la double désintégration β pouvait s'expliquer par une interdiction d'hélicité, et qu'aucune conclusion ne pouvait être tirée en ce qui concerne le caractère "Dirac" ou "Majorana". En effet, la double désintégration β sans neutrino suppose que le neutrino virtuel émis par un quark d est réabsorbé par un autre quark d. La théorie V-A place un opérateur $1 - \gamma_5$ devant le neutrino émis et un opérateur $1 + \gamma_5$ devant le neutrino absorbé. L'amplitude de probabilité est alors rigoureusement nulle (Fig. 29).

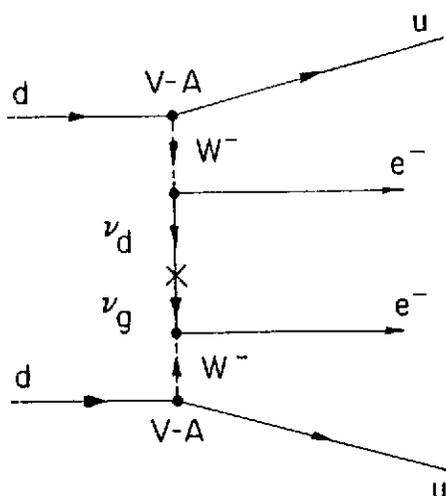


Figure 29: La double désintégration β sans émission de neutrinos. Avec des neutrinos de masse nulle et des courants V-A il y a interdiction d'hélicité. Le neutrino virtuel émis dans la première désintégration β est droit. Il faudrait un neutrino gauche pour produire la seconde désintégration β .

8.2.1 Les divers mécanismes possibles de violation du nombre leptonique⁸⁵

Il existe plusieurs mécanismes qui peuvent rendre possible la désintégration ($\beta\beta 0\nu$). Certains utilisent des particules connues, d'autres des particules hypothétiques, comme les bosons de Higgs. D'une façon plus classique, et avec le neutrino seulement, il y a deux façons de contourner l'interdiction d'hélicité:

- a) si le neutrino a une masse finie son hélicité n'est plus parfaitement gauche, il y a une petite composante droite qui fait que le neutrino émis par l'un des quarks d peut être accepté par un autre quark d, avec une amplitude de probabilité proportionnelle à la masse.

b) si l'interaction faible n'est pas exactement de la forme V-A (présence de courants droits de la forme V+A) un neutrino qui serait émis avec une certaine hélicité au premier vertex pourrait être réabsorbé au second vertex, avec une amplitude de probabilité proportionnelle au coefficient du terme V+A.

Bien entendu, ces deux mécanismes peuvent s'appliquer simultanément. On voit que la double désintégration β est une source d'information sur des questions fondamentales comme la masse du neutrino, ou encore la présence de courants droits dans les interactions faibles. Or, précisément, il s'agit là de deux questions qui sont posées avec insistance par les théories de jauge. La plupart des généralisations du modèle standard violent la conservation du nombre leptonique et ont donc une préférence pour le caractère "Majorana". Elles font toutes sortes de prédictions sur les masses des neutrinos. Elles offrent aussi une explication plausible du fait expérimental que dans toutes les familles les neutrinos ont des masses beaucoup plus petites que leurs partenaires (leptons chargés, quarks).

D'autres mécanismes ont été proposés. Une extension du secteur de Higgs (triplet formé de deux bosons chargés et d'un boson neutre)⁸⁶ est une possibilité suggérée par certains modèles de grande unification. Un boson de Higgs, le *majoron*⁸⁷ pourrait être émis lors de la double désintégration β et passer inaperçu. Le spectre des électrons serait alors un spectre continu (désintégration à trois corps) mais sa forme serait différente de celle du spectre de la double désintégration β avec deux neutrinos (désintégration à quatre corps). On peut aussi invoquer des mécanismes faisant intervenir des résonances Δ dans le noyau, ce qui permet de faire des rapprochements intéressants avec le double échange de charge des pions dans les noyaux⁸⁸.

8.2.2 La situation expérimentale

La plupart des expériences ont pour but la détection directe des électrons de double désintégration β . Comme il s'agit d'un phénomène rare, la source doit contenir le plus grand nombre possible de noyaux radioactifs. Mais les β sont de faible énergie. Tout absorbant entre la source et le détecteur est donc fatal. On peut contourner la difficulté de plusieurs façons: le détecteur est un milieu gazeux, la source et le détecteur ne font qu'un, ou les deux à la fois. La deuxième possibilité a été exploitée pour les éléments qui entrent dans la composition des détecteurs. Le fluorure de calcium est un scintillateur (analogue à l'iodure de sodium) et il a été utilisé pour rechercher la double désintégration β du ^{48}Ca . Mais c'est de loin le germanium qui est le plus populaire, à cause des détecteurs au germanium à haute résolution en énergie. Un autre avantage du germanium est la possibilité de la produire avec une très grande pureté, en particulier avec une très faible teneur en thorium, uranium, etc... qui sont des impuretés très dangereuses pour une expérience aussi délicate. Le germanium naturel contient l'isotope ^{76}Ge

(7.76%) qui est un candidat à la double désintégration β . On essaie évidemment de construire des cristaux de germanium de plus en plus gros. D'autre part, il y a des négociations entre plusieurs laboratoires (dont le Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux) pour réaliser un cristal de germanium enrichi.

Le ^{76}Ge (0^+) se désintégrerait vers l'état fondamental du ^{76}Se (0^+) et vers le premier état excité (2^+). La désintégration au fondamental peut se produire par effet de masse finie du neutrino ou encore par la présence de courants droits. Alors que la désintégration vers le niveau 2^+ exige la présence de courants droits. On peut démontrer facilement cette propriété si l'on se contente d'un raisonnement non-relativiste (donc pas tout à fait rigoureux). Dans le cas de neutrinos de masse finie, mais avec des courants gauches seulement, les deux électrons, qui sont émis à 180° , ont la même hélicité. Ils sont donc dans un état de spin $S = 0$ (antisymétrique). À cause du principe de Pauli, leur état orbital doit être symétrique, ce qui donne $L = 0$ comme configuration la plus probable. Le moment angulaire total est donc $J = 0$. Partant d'un noyau pair-pair ($J = 0$) on ne peut donc aller que vers un état $J = 0$, soit l'état fondamental dans le cas du ^{76}Ge . Par contre, avec un vertex $V-A$ et un vertex $V+A$, les deux électrons auront des hélicités opposées et seront donc dans un état de spin $S = 1$ (symétrique). Leur état orbital sera antisymétrique, donc la valeur la plus probable du moment orbital sera $L = 1$. Le moment angulaire total pourra prendre les valeurs $J = 0, 1$ et 2 . On pourra donc atteindre le premier niveau excité 2^+ . On a donc là, en principe, un moyen de préciser le mécanisme de la violation du nombre leptonique. Cependant, les théories de jauge ont une préférence pour des neutrinos de Majorana de masse non nulle. Il est donc probable que l'existence de la double désintégration ($\beta\beta 0\nu$) constituerait une preuve que le neutrino a une masse.

À l'heure actuelle, la double désintégration ($\beta\beta 0\nu$) n'a pas été observée. En combinant tous les résultats sur le ^{76}Ge on arrive à une limite inférieure pour la vie moyenne :

$$T(^{76}\text{Ge}; 0^+ \rightarrow 0^+) > 4.4 \times 10^{23} \text{ ans}$$

En supposant l'absence de courants droits, on arrive à une limite supérieure sur la masse du neutrino :

$$\langle m_\nu \rangle < 0.8 - 2.3 \text{ eV}$$

avec :

$$\langle m_\nu \rangle = \sum_j U_{ej}^2 m_j \exp(i\alpha_j)$$

où U est une matrice de mélange leptonique. Le domaine de valeurs s'explique par les incertitudes de la structure nucléaire dans le calcul de l'élément de matrice.

Si l'on croit à ce résultat, il semble être en contradiction avec l'expérience de l'ITEP (Moscou), qui donne une valeur finie de 14 eV à la masse du neutrino. Il faut cependant noter que s'il y a mélange de plusieurs neutrinos (avec une matrice U_{ej}) les phases α_j peuvent produire des annulations. Il est même possible d'avoir $\langle m_\nu \rangle = 0$ avec des masses m_j non nulles.

Un autre type de détecteur très prometteur est la *chambre à projection temporelle* (en anglais Time Projection Chamber, ou TPC⁸⁹). Ce détecteur sera décrit dans le chapitre suivant. Il permet une reconstruction tri-dimensionnelle des trajectoires des particules chargées. On peut alors mesurer les énergies des électrons et l'angle de leurs trajectoires. On peut localiser le point d'émission et vérifier qu'il se trouve dans la source. Plusieurs isotopes pourront être étudiés avec ce détecteur, dont ^{82}Se et ^{136}Xe . Dans ce dernier cas, le xénon est le gaz de remplissage de la chambre. Le même milieu sert de source et de détecteur. L'abondance isotopique du xénon 136 dans le xénon naturel est 8,87% et on peut espérer pouvoir utiliser du xénon enrichi en isotope 136 (un produit de fission abondamment produit dans les réacteurs nucléaires). L'énergie disponible est $(2,481 \pm 0,015)$ MeV. Elle est donc plus élevée que celle du ^{76}Ge , ce qui permet d'espérer un plus grand taux de désintégration (espace des phases plus grand). Avec un détecteur de grand volume (2000 litres, 5-10 atmosphères) on dispose d'environ 10^{25} atomes de ^{136}Xe . Un facteur 10 peut être gagné si l'on utilise du Xe enrichi. C'est beaucoup plus que ce que permettrait un cristal de germanium. Compte tenu des progrès qui seront réalisés, il devrait être possible d'améliorer grandement les limites actuelles, et peut-être de découvrir la désintégration ($\beta\beta 0\nu$).

La double désintégration β conduisant à un niveau excité est intéressante car elle permettra éventuellement de distinguer entre différents mécanismes. On peut étudier ce processus en faisant des coïncidences électron-gamma⁹⁰. Une collaboration franco-espagnole (Bordeaux-Saragosse) s'est engagée dans un tel projet. On trouvera plus de détails sur cette expérience dans l'exposé de Philippe Hubert.

9 La violation des nombres leptoniques partiels.

9.1 L'absence de communication entre les différentes familles de leptons⁹¹.

Toute l'histoire de cette question commence avec la découverte du muon. Tout d'abord, l'arrivée de cette particule fut acclamée, car on attendait la particule prédite par Yukawa (et qui, nous le savons, est le méson π). Mais, très rapidement, on montra que cette nouvelle particule n'avait pas d'interaction forte, et donc ne pouvait pas être le méson de Yukawa. Elle fut appelée "méson" μ , ce qui est incorrect puisqu'elle doit être rangée parmi les leptons. Pendant très longtemps, le "méson" μ constitua un mystère pour les physiciens. Que venait faire cette particule dont on n'avait vraiment pas besoin? On connaît la remarque de Rabi: "Who ordered that?". On ne pouvait pas se douter, à l'époque, que le muon, comme on l'appelle aujourd'hui, était le précurseur d'une seconde famille de quarks et de leptons.

Le muon avait des interactions faibles et électromagnétiques, comme l'électron. Tout faisait dire que le muon était identique à l'électron, mises à part sa masse et son instabilité. On s'interrogea longuement sur une interaction inconnue qui distinguerait le muon de l'électron, et plusieurs expériences tentèrent de mettre en évidence une telle interaction. Le muon était-il un état excité de l'électron? Il aurait alors dû se désintégrer en électron et γ . C'est là que s'ouvre le chapitre de la fameuse désintégration:

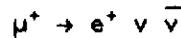
$$\mu \rightarrow e \gamma$$

Pour des raisons expérimentales, on considérera la désintégration du muon positif. En effet, le muon négatif est capturé par les noyaux, un autre processus d'interaction faible, et, sauf dans les noyaux très légers, il n'a aucune chance de se désintégrer. Par contre, il pourrait interagir avec un noyau (A,Z) et se transformer en un électron suivant la réaction:

$$\mu^- (A,Z) \rightarrow e^- (A,Z)$$

Cette réaction est appelée *conversion muon-électron dans un noyau* et nous en reparlerons plus tard en détails. Très tôt, des expérimentateurs démontrèrent que le muon ne meurt pas par ces processus là. À Chalk River, Hincks et Pontecorvo⁹² réglèrent la question du $\mu \rightarrow e \gamma$, et en Europe, Lagarrigue et Peyrou⁹³ celle de la conversion μ -e dans un noyau. On établit que la

désintégration du muon donne trois particules, dont deux sont neutres. La théorie élaborée par Michel fut capable de reproduire le spectre des positrons du muon et confirma que les deux particules neutres sont des neutrinos différents. Pour satisfaire à la conservation des leptons on décida que l'un était un neutrino et l'autre un antineutrino :



Mais cela ne réglait pas le problème du $\mu \rightarrow e \gamma$. Il devenait de plus en plus évident que les interactions faibles devaient être transmises par des bosons intermédiaires massifs. Rien ne s'opposait à la désintégration $\mu \rightarrow e \gamma$. Le neutrino émis au premier vertex pouvait être réabsorbé au second. Le γ était émis quelque part par le courant chargé (Fig. 29).

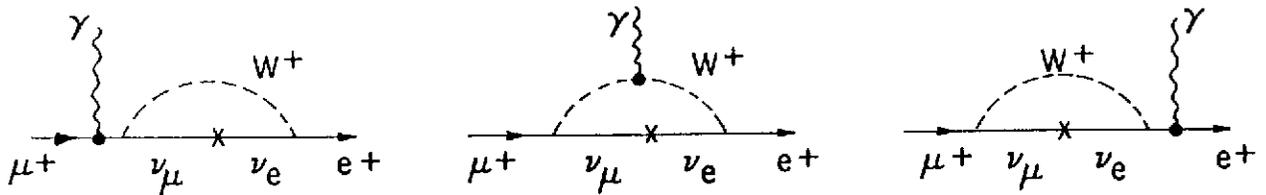


Figure 30: La désintégration $\mu \rightarrow e \gamma$ via un boson intermédiaire. Elle est possible si le neutrino émis au premier vertex peut être absorbé au second. Elle est impossible si les deux neutrinos sont de nature différente.

Il n'était pas possible, à l'époque, de calculer exactement la probabilité de transition de la désintégration $\mu \rightarrow e \gamma$, et donc le rapport d'embranchement :

$$R(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma}{\mu^+ \rightarrow e^+ \nu \bar{\nu}}$$

faute de disposer d'une théorie renormalisable des interactions faibles. On tombait sur une divergence, que l'on évitait en mettant une coupure sur la masse, mais avec des valeurs raisonnables de la coupure on arrivait à un rapport d'embranchement de l'ordre de 10^{-4} , alors que la limite supérieure expérimentale était déjà inférieure à 10^{-7} , pour se stabiliser à 2.2×10^{-8} dans les années soixante. Il devenait évident qu'une nouvelle règle de sélection devait être introduite pour interdire le $\mu \rightarrow e \gamma$. Si les deux neutrinos émis dans la désintégration du muon étaient de nature différente, l'un associé à l'électron, l'autre associé au muon, le neutrino émis au premier vertex ne pourrait pas être réabsorbé par le second. Différents schémas furent

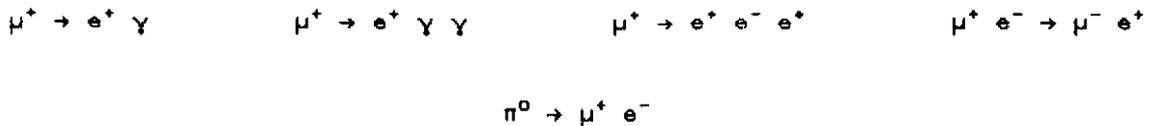
introduits. Le premier utilise une règle de sélection *additive*. On définit un nombre leptonique électronique et un nombre leptonique muonique, de la façon suivante :

	e^-	e^+	ν_e	$\bar{\nu}_e$	μ^-	μ^+	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$
$L_e =$	+1	-1	+1	-1	0	0	0	0
$L_\mu =$	0	0	0	0	+1	-1	+1	-1

La désintégration :



est permise par cette règle, mais les processus suivants sont interdits :



ainsi que les processus conjugués de charge. Et aussi les réactions avec des noyaux (en fait avec des quarks) :



sans compter des désintégrations des kaons et autres mésons.

Evidemment, il fallait vérifier cette hypothèse des deux neutrinos. Le principe est l'utilisation de faisceaux de neutrinos (ou d'antineutrinos) muoniques, produits par désintégration de pions :



pour bombarder des noyaux (protons et neutrons). Si le neutrino muonique est différent du neutrino électronique, et s'il existe une loi de conservation, on produira seulement des muons, pas des électrons. Des expériences furent entreprises à Brookhaven et au CERN. L'expérience de Brookhaven donna un premier résultat⁹⁴, confirmé ensuite au CERN. Des neutrinos muoniques produisent seulement des muons. Les quelques électrons observés étaient compatibles avec la contamination du faisceau de neutrinos muoniques par des neutrinos électroniques provenant des désintégrations :



qui ont un rapport d'embranchement de 10^{-4} . Avec la découverte du neutrino muonique, il devenait clair qu'on était en présence d'une seconde famille de leptons.

Après la découverte du lepton τ et de fortes indications expérimentales de l'existence d'un neutrino associé, on a défini un nombre leptonique tauonique en parfaite analogie avec les nombres électronique et muonique. On interdit donc de la même façon les désintégrations $\tau \rightarrow e \gamma$ et $\tau \rightarrow \mu \gamma$, etc...

D'autres schémas furent proposés. Une règle multiplicative introduit un nombre quantique qui serait +1 pour les leptons électroniques et -1 pour les leptons muoniques. Il y a quelques différences dans les règles de sélection. Les processus suivants:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

$$\mu^+ e^- \rightarrow \mu^- e^+$$

et leurs conjugués (par C) sont permis par la règle multiplicative et interdits par la règle additive. Cette règle multiplicative se comprend facilement dans le cas de deux familles. Elle ne se généralise pas de façon naturelle à trois familles. On dispose de limites supérieures sur les deux processus indiqués plus haut, mais ces limites ne sont pas aussi bonnes que dans le cas de la règle additive.

Konopinski et Mahmoud⁹⁵ ont introduit un autre schéma dans lequel un seul nombre leptonique est introduit. On définit:

$$L = +1 \text{ pour } e^-, \nu_e, \mu^+ \text{ et } \bar{\nu}_\mu \quad L = -1 \text{ pour } e^+, \bar{\nu}_e, \mu^- \text{ et } \nu_\mu$$

On interdit de cette façon la plupart des processus non observés mais on autorise:

$$\mu^- (A,Z) \rightarrow e^+ (A,Z-2)$$

qui n'existe pas non plus. Ce schéma a donc été abandonné. D'ailleurs, il n'aurait pas été facile de le généraliser à trois familles.

9.2 La recherche des désintégrations $\mu \rightarrow e\gamma, e\gamma\gamma, eee, \text{etc...}$

La situation concernant les nombres leptoniques partiels resta stable jusqu'au début des années 70. Deux faits nouveaux relancèrent la question. Ce fut d'abord la mise en service des usines à pions, qui ouvrirent de nouvelles possibilités expérimentales. Il devenait évident qu'avec

des faisceaux plus intenses et de meilleure qualité (meilleur cycle utile en particulier), et en exploitant aussi de meilleurs détecteurs et les ressources des ordinateurs modernes, on pourrait abaisser de plusieurs ordres de grandeur les limites supérieures sur les processus interdits par la conservation des nombres leptoniques partiels. Il n'y avait pas encore, à ce moment là, une grande motivation théorique. Lorsque je proposai, à TRIUMF, une recherche du $\mu \rightarrow e \gamma$, l'expérience fut acceptée, mais seulement en seconde priorité, le comité lui préférant une autre de mes propositions, l'étude de la désintégration $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$. Un groupe de SIN avait commencé à travailler sur la recherche du $\mu \rightarrow e \gamma$ avec un dispositif expérimental très simple, semblable à celui de la proposition à TRIUMF, formé essentiellement de deux cristaux d'iodure de sodium. Début 1977, une rumeur, dont il est difficile de déceler l'origine, se propagea dans les milieux scientifiques. Le $\mu \rightarrow e \gamma$ aurait été observé à SIN avec un rapport d'embranchement de l'ordre de 10^{-8} . Le résultat fut une avalanche d'articles théoriques, montrant combien il était facile et naturel de trouver des mécanismes qui pouvaient prédire une violation du nombre muonique au niveau de 10^{-8} . À TRIUMF, nous fûmes invités à modifier nos plans, et les deux cristaux d'iodure de sodium que nous utilisions pour la désintégration $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu_e \gamma$ furent désormais consacrés à la recherche du $\mu \rightarrow e \gamma$. Très vite, nous avons pu établir une limite supérieure de 3.6×10^{-9} , résultat qui fut amélioré ensuite à 1.0×10^{-9} , la limite permise par la technique utilisée. Entre temps, le groupe de SIN avait amélioré sa méthode en y ajoutant une mesure de l'angle, en plus de la mesure des énergies, pour aboutir aussi à une limite de 1.0×10^{-9} . À LAMPF, une expérience beaucoup plus élaborée était mise en place, avec un spectromètre magnétique pour l'électron et un hodoscope pour le γ . Après plusieurs années d'efforts, la limite sur le $\mu \rightarrow e \gamma$ était abaissée à 1.7×10^{-10} . En principe, la mesure du $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ est très simple. Le muon se désintègre au repos et il envoie son positron et son γ dans des directions opposées (à 180°) et avec des énergies pratiquement égales à $m_\mu/2$ (la masse du positron étant négligeable). La mesure des énergies suffit à caractériser un bon événement, mais une mesure de l'angle aide à réduire le bruit de fond. Ce dernier a deux sources principales. La première est la désintégration radiative du muon, qui accompagne la désintégration normale. Cette désintégration radiative :

$$\mu^+ \rightarrow e^+ \nu_e \overline{\nu}_\mu \gamma$$

est permise par les lois de conservation de L_e et L_μ et son rapport d'embranchement est de l'ordre du % (une puissance de α). La théorie permet de calculer la distribution en angle et en énergies de ce processus, dont l'intensité décroît extrêmement vite quand on s'approche de l'énergie maximale pour le positron et le γ . On comprend bien pourquoi il est essentiel d'avoir

une bonne résolution en énergie et une bonne résolution angulaire pour réduire cette source de bruit de fond. La seconde concerne les coïncidences fortuites entre une désintégration normale qui produit le positron et une désintégration radiative qui produit le γ . Ici encore le bruit de fond est calculable et mesurable expérimentalement (à partir des événements hors coïncidence). Une bonne résolution en énergie et une bonne résolution angulaire sont essentiels pour réduire cette source de bruit de fond.

9.3 La conversion muon-électron dans un noyau⁹⁶.

A TRIUMF, nous avons construit un détecteur d'un type tout à fait nouveau, la Chambre à Projection Temporelle (en anglais TPC = Time-Projection-Chamber). Il se compose d'un volume gazeux (80% argon, 20% méthane, à la pression atmosphérique) soumis à un champ électrique et à un champ magnétique parallèles. Toute particule chargée traversant la chambre produit des

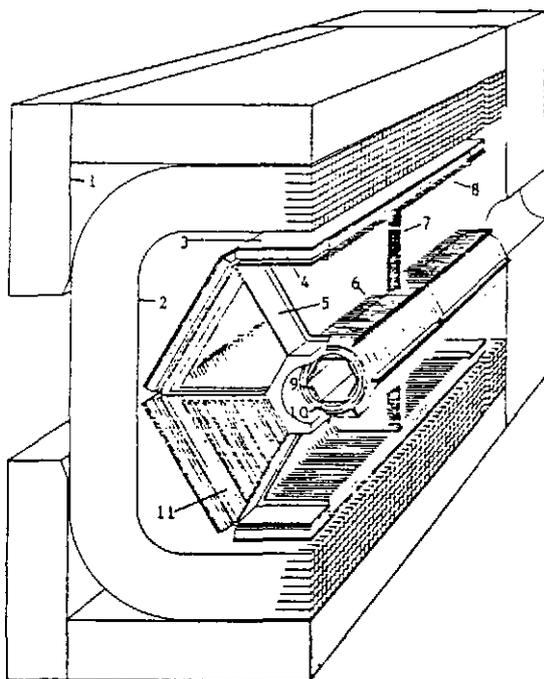


Figure 31: La chambre à projection temporelle de TRIUMF. Les éléments numérotés sont: (1) la carcasse en fer de l'électro-aimant; (2) les bobines; (3) les scintillateurs extérieurs pour le déclenchement; (4) les chambres proportionnelles extérieures, aussi pour le déclenchement, (5) le support; (6) les fils de champ intérieurs; (7) le plan central à la haute tension; (8) les fils de champ extérieurs; (9) les scintillateurs intérieurs pour le déclenchement; (10) la chambre proportionnelle intérieure; (11) les fils (cathodes) de détection des trajectoires.

électrons d'ionisation. Ces électrons migrent suivant le champ électrique et s'enroulent autour du champ magnétique, ce qui limite la diffusion multiple. On obtient de cette façon la projection de la trajectoire d'une particule sur un plan de fils qui donne les coordonnées x et y d'un certain

nombre de points. La coordonnée z est obtenue en mesurant le temps de migration des électrons. Le temps zéro est donné par le déclenchement de scintillateurs par la particule avant et après son parcours dans la chambre. Le temps final est donné par l'arrivée des électrons d'ionisation sur un fil. Pour mesurer la position sur le fil on utilise des capteurs qui mesurent la charge induite (Figs. 31 et 32).

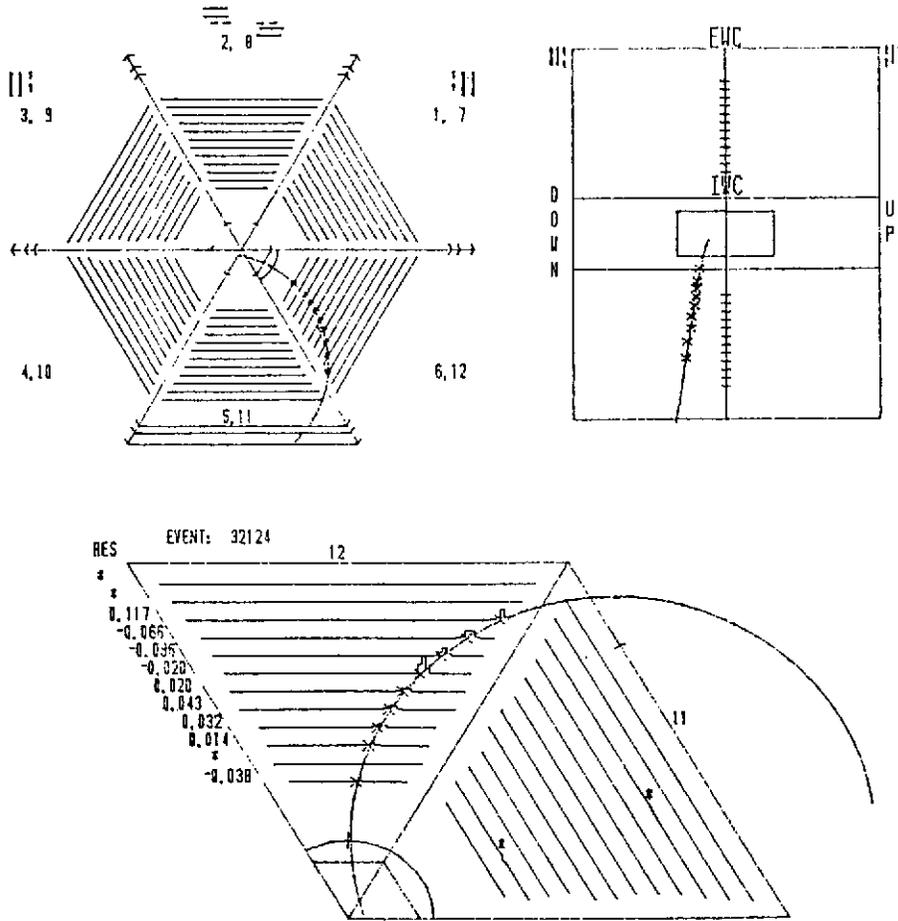


Figure 32: Trajectoire d'un électron dans la TPC. L'impulsion mesurée est $p = 94.2 \text{ MeV}/c$.

Nous avons cherché à observer la conversion muon-électron dans le titane:



Le choix du titane est quelque peu arbitraire et résulte de considérations théoriques et pratiques. Dans un article déjà ancien, Weinberg et Feinberg avaient préconisé la conversion $\mu \rightarrow e$ dans un noyau pour la recherche de la violation des nombres leptoniques partiels. Il s'agit d'étudier la réaction où le noyau reste dans son état fondamental. Les quarks nucléaires apportent alors une contribution cohérente, ce qui se traduit par une augmentation de la section efficace, comparativement aux excitations inélastiques qui nécessitent un réarrangement du noyau, et qui sont fortement inhibées. On a donc intérêt à aller vers des noyaux lourds, mais après les noyaux moyens (région du calcium) on ne gagne plus grand chose à cause de la diminution du facteur de forme, et il y a aussi des considérations relatives au bruit de fond.

Un avantage de la conversion $\mu \rightarrow e$ est la simplicité de la signature de l'événement et l'absence presque totale de bruit de fond. On s'attend à observer un électron monoénergétique d'énergie :

$$E_{e^-} = m_{\mu} - B - R \sim 106 \text{ MeV}$$

où B est l'énergie de liaison du muon dans l'atome muonique initial (formé après capture d'un muon pratiquement au repos). Cette énergie est le double de l'énergie maximale des électrons de désintégration du muon libre, et il n'y a donc rien à craindre de ce côté là. Mais, en réalité, le muon se désintègre alors qu'il est en orbite autour du noyau. Ce dernier peut participer aux échanges d'impulsion et d'énergie, et on peut trouver une configuration où le neutrino part avec une énergie nulle, la conservation de l'impulsion étant assurée par le recul du noyau. Comme le noyau est très lourd, il emporte très peu d'énergie, R est négligeable et l'électron emporte une énergie de 106 MeV. La théorie montre que le spectre des électrons de désintégration du muon libre est peu modifié par cet effet, mise à part une longue queue qui s'étend vers les hautes énergies jusqu'à environ 106 MeV. La déformation augmente fortement avec le Z du noyau (une autre raison pour ne pas choisir un noyau trop lourd). Cet effet de désintégration du muon en orbite est calculable exactement. Le résultat est que le bruit de fond correspondant, pour un noyau de la région du titane, n'est pas dangereux, même pour des rapports d'embranchement de conversion $\mu \rightarrow e$ de l'ordre de 10^{-12} . Une autre source de bruit de fond provient de la capture radiative des muons :



Il existe une certaine probabilité pour que le γ se convertisse en une paire e^+e^- avec un partage de l'énergie très asymétrique et favorable à l'électron, qui se retrouve alors dans la région de 106 MeV. On essaiera donc de trouver un noyau pour lequel la valeur Q est élevée

pour la capture, de façon à minimiser l'énergie du γ . Un calcul de Monte-Carlo, effectué pour le titane, montre que ce bruit de fond ne devient dangereux que pour des rapports d'embranchement inférieurs à 10^{-12} . La présence de pions résiduels dans le faisceau de muons est un facteur potentiellement dangereux. Les pions négatifs donnent des γ de capture à des énergies supérieures à 106 MeV, donc des paires, d'où des électrons qui peuvent emporter des énergies de l'ordre de 106 MeV. On doit donc prendre des mesures pour éliminer les pions dans le faisceau. Un séparateur électromagnétique permet de réduire la contamination des pions à mieux que 10^{-4} . On peut ensuite utiliser diverses techniques d'identification et de rejet des pions: temps de vol, élimination des événements prompts (la capture des muons a dans le titane un temps de décroissance de 600 ns). Le même séparateur réduit la contamination des électrons dans le faisceau de muons. Un compteur veto, placé derrière la cible, fait partie d'un télescope de scintillateurs qui permet de compter les muons qui s'arrêtent dans le titane. Finalement, les rayons cosmiques peuvent simuler de bons événements. Le détecteur est protégé des rayons cosmiques par des grands scintillateurs et des chambres à dérive.

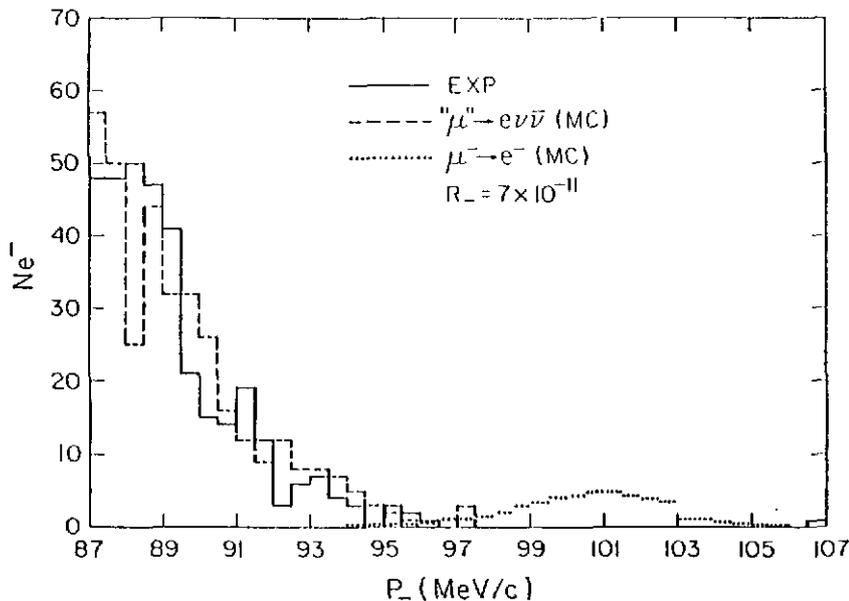


Figure 33: Le spectre des électrons observés, ainsi que les prédictions des calculs Monte-Carlo. La courbe en tirets représente le bruit de fond calculé (désintégration du muon en orbite). La courbe en pointillés représente le pic des électrons de conversion $\mu \rightarrow e$ en supposant un rapport d'embranchement de 7×10^{-11} (une limite supérieure obtenue précédemment).

Au cours de l'expérience, qui a duré plusieurs années, on a arrêté dans la cible 9×10^{12} muons. Aucun électron n'a été observé dans une fenêtre d'énergie allant de 96.5 MeV à 106.0 MeV. Suite aux pertes d'énergie des électrons de 106 MeV dans la cible et les différents matériaux entourant la TPC, cette fenêtre devrait contenir 80% des électrons de la conversion $\mu \rightarrow e$ (Fig. 33). Compte tenu de l'efficacité de détection, dont la détermination constitue évidemment une bonne partie de l'expérience, on arrive à une limite supérieure de 4.5×10^{-12} (résultat encore préliminaire mais peu susceptible de changer beaucoup).

9.4 Les résultats et leur signification.

Le tableau suivant résume la situation actuelle en ce qui concerne les processus qui sont interdits par la conservation des nombres leptoniques partiels (toutes les limites supérieures correspondent à un niveau de confiance de 90%) :

$\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$	$\leq 4.9 \times 10^{-11}$	LAMPF, Crystal Box
$\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$	$\leq 7.2 \times 10^{-11}$	LAMPF, Crystal Box
$\mu^+ \rightarrow e^+ e^- e^+$	$\leq 2.4 \times 10^{-12}$	SIN, SINDRUM
$\mu^- \text{ Ti} \rightarrow e^- \text{ Ti}$	$\leq 4.5 \times 10^{-12}$	TRIUMF, TPC
$\mu^- \text{ Ti} \rightarrow e^+ \text{ Ca}$	$\leq 9.0 \times 10^{-11}$	TRIUMF, TPC

Les limites de la non-conservation des nombres leptoniques partiels ont donc considérablement reculé depuis la mise en service des usines à pions. Mais jusqu'où peut on aller? Dans le cas de la conversion muon-électron, on entrevoit la possibilité de gagner un facteur 10 ou plus, mais au prix d'efforts considérables. On peut augmenter l'intensité du faisceau en construisant un canal de muons plus performant. Mais il faut aussi réduire la contamination en pions. Il faut disposer d'un meilleur détecteur: augmenter l'angle solide par une meilleure géométrie (éliminer les zones mortes), améliorer la résolution (davantage de points par trace), compter plus vite (moins de temps mort). Dans le cas du $\mu \rightarrow e \gamma$, où l'on est pénalisé par l'efficacité de conversion du γ , il faut utiliser plusieurs convertisseurs et maintenir une bonne résolution à la fois pour l'électron et le γ . Et si possible mettre un veto sur la désintégration radiative. Le projet MEGA de Los Alamos est conçu pour mesurer un rapport d'embranchement de l'ordre de 10^{-13} . Mais le détecteur commence à devenir énorme, et les nombreux problèmes à résoudre (en particulier les problèmes de reconnaissance des événements) vont mobiliser une équipe nombreuse pendant de longues années. Il faut vraiment être convaincu de l'intérêt de l'expérience.

Quelles sont les prédictions théoriques? Et pourquoi une telle abondance d'articles

théoriques pour une simple rumeur? Considérons d'abord le modèle standard dans sa version minimale. Dans une telle théorie, la conservation des nombres leptoniques partiels est assurée, mais d'une manière artificielle. C'est parce que le modèle ne contient pas les ingrédients nécessaires pour violer la loi de conservation. L'absence de neutrino droit ne permet pas d'introduire un terme de masse de Dirac. Le secteur de Higgs est limité à un doublet et il est impossible de construire à partir de là un terme de masse de Majorana. Les neutrinos de toutes saveurs sont donc de masse nulle. La violation des nombres leptoniques partiels par les bosons de Higgs n'est pas possible avec un seul doublet de Higgs. On voit donc que la violation des nombres leptoniques partiels peut être utilisée pour étudier la physique qui est au delà du modèle standard et pour décider éventuellement entre diverses extensions et généralisations de ce modèle.

Une modification possible au modèle standard minimal est l'introduction de neutrinos droits, ce qui autorise les neutrinos à devenir massifs. Les théories de jauge permettent de calculer le rapport d'embranchement :

$$R(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{3\alpha}{32\pi} \sin^2\theta \cos^2\theta \left(\frac{m_1^2 - m_2^2}{M_W^2} \right)^2$$

où m_1 et m_2 sont les masses des neutrinos ν_1 et ν_2 et θ un angle de mélange, tel que :

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \end{pmatrix}$$

M_W est la masse du boson intermédiaire chargé W^\pm et α la constante de structure fine.

Mais avec les données actuelles sur les masses des neutrinos ν_e et ν_μ on calcule (avec la valeur maximale $\theta = \pi/4$):

$$R \approx 10^{-27}$$

ce qui est absolument inobservable.

L'existence du $\mu \rightarrow e \gamma$ suppose donc l'existence de nouvelles particules de masses élevées. Une possibilité consiste à associer à la composante droite de l'électron (un singulet d'isospin faible dans le modèle standard) un lepton neutre lourd, pour arriver à un doublet d'isospin faible. La formule précédente devient :

$$R(\mu \rightarrow e \gamma) = \frac{3\alpha}{32\pi} \sin^2\theta \cos^2\theta \left(\frac{M_1^2 - M_2^2}{M_W^2} \right)^2$$

où M_1 et M_2 sont les masses des leptons lourds N_e et N_μ respectivement, et θ l'angle de mélange dans ce secteur. Avec des masses M_1 et M_2 suffisamment élevées et suffisamment différentes on peut donner à $R(\mu \rightarrow e \gamma)$ des valeurs aussi grandes que les limites supérieures expérimentales. On voit, à partir de cet exemple, que la mesure de $R(\mu \rightarrow e \gamma)$ ne serait pas suffisante à elle toute seule pour déterminer les paramètres du modèle, ni même de distinguer entre différents modèles. C'est pourquoi il est nécessaire de rechercher tous les modes de désintégration, et d'une façon plus générale tous les processus qui violent la conservation des nombres leptoniques partiels. Les rapports d'embranchement des diverses désintégrations interdites du muon ne sont pas reliés entre eux d'une manière rigide. Par exemple il ne faut pas conclure que la désintégration $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$ est moins probable que la désintégration $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$ par un facteur de l'ordre de 137. Il existe même un modèle dans lequel la désintégration avec deux γ est plus probable que la désintégration avec un seul γ . Même si le modèle en question est tombé en désuétude, cet exemple illustre combien les valeurs des rapports d'embranchement dépendent des modèles. De la même façon, la désintégration $\mu^+ \rightarrow e^+ e^- e^+$ donnera des informations complémentaires à celles obtenues par l'étude du $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma$. La désintégration $\mu^+ \rightarrow e^+ \gamma \gamma$ est particulièrement intéressante dans les modèles de quarks et leptons composites. Dans certaines versions de ces modèles, l'électron, le muon et le tauon sont les états $1S_{1/2}$, $2S_{1/2}$ et $3S_{1/2}$ d'un même système composite. La transition du muon à l'électron se ferait plus facilement par émission de deux γ , avec passage par l'intermédiaire d'un état P. La limite supérieure obtenue sur la désintégration à deux photons permet de fixer une limite inférieure à la masse de cet état P. Avec la meilleure limite actuelle on trouve que la masse de cet état P est supérieure à 1.1 TeV. Cela impose une contrainte très forte aux modèles composites⁹⁷.

Même si la supergravité sort du cadre de ce cours il faut noter quelques articles récents⁹⁸, dans lesquels la désintégration $\mu \rightarrow e \gamma$ fait l'objet de prédictions théoriques. Ceci renforce l'intérêt de cette désintégration comme l'un des puissants moyens d'investigation en physique des particules.

9.5 Les oscillations de neutrinos entre différentes saveurs⁹⁹.

9.5.1 Les oscillations dans le vide.

Le formalisme est développé dans l'appendice C. Avec des neutrinos de masse non nulle, les états qui interviennent dans les interactions faibles, ν_e , ν_μ , ν_τ , peuvent ne pas coïncider avec les états propres de la masse, ν_1 , ν_2 et ν_3 . Il en résulte des oscillations des neutrinos entre les différentes saveurs. Considérant deux saveurs pour simplifier, la longueur d'onde d'oscillation est donnée par:

$$\lambda = 2.48 \text{ mètres } \frac{p(\text{MeV-c}^{-1})}{\Delta m^2(\text{eV}^2)}$$

où p est l'impulsion du faisceau de neutrinos et $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$, m_1 et m_2 étant les masses des neutrinos. Le même formalisme s'applique aux antineutrinos. Un antineutrino électronique qui est produit dans un réacteur va osciller entre un état électronique et un état muonique. La probabilité de l'observer à l'état électronique à une distance L sera :

$$P(\bar{\nu}_e; L) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}$$

Ceci a pour conséquence une *dispartition* d'antineutrinos électroniques qui pourra être mise en évidence expérimentalement, les antineutrinos étant détectables par la désintégration β inverse (production de positrons). Quand à la probabilité d'observer un antineutrino muonique à une distance L , elle est donnée par :

$$P(\bar{\nu}_\mu; L) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}$$

Il y a donc *appartition* d'antineutrinos muoniques. Mais ils ne seront pas détectables, car leur énergie est en dessous du seuil de la production de muons. Avec des réacteurs on ne peut donc faire que des expériences de *dispartition*. Par contre, avec des accélérateurs de particules, on peut faire des expériences d'*appartition*.

Les oscillations de neutrinos ont fait l'objet de nombreuses recherches, auprès des réacteurs et auprès des accélérateurs. La situation est encore assez confuse (Fig. 34).

Du côté des réacteurs, des expériences ont démarré à l'institut Laue-Langevin à Grenoble¹⁰⁰, et elles se sont poursuivies auprès de réacteurs plus puissants (en fait des réacteurs de production d'énergie électrique), en France au Bugey, et en Suisse à Gösgen. Aux États-Unis, des expériences ont débuté à Savannah River. Les chercheurs de Gösgen n'observent pas d'oscillations et mettent des limites qui se traduisent par des contours dans le plan des deux paramètres $\sin^2 2\theta$ et Δm^2 . Leur conclusion repose sur l'analyse des données prises à trois distances différentes. Les chercheurs du Bugey¹⁰¹, à partir de deux positions d'un même détecteur, concluent à l'existence d'oscillations avec les valeurs suivantes des paramètres :

$$\sin^2 2\theta = 0.25 \qquad \Delta m^2 = 0.2 \text{ eV}^2$$

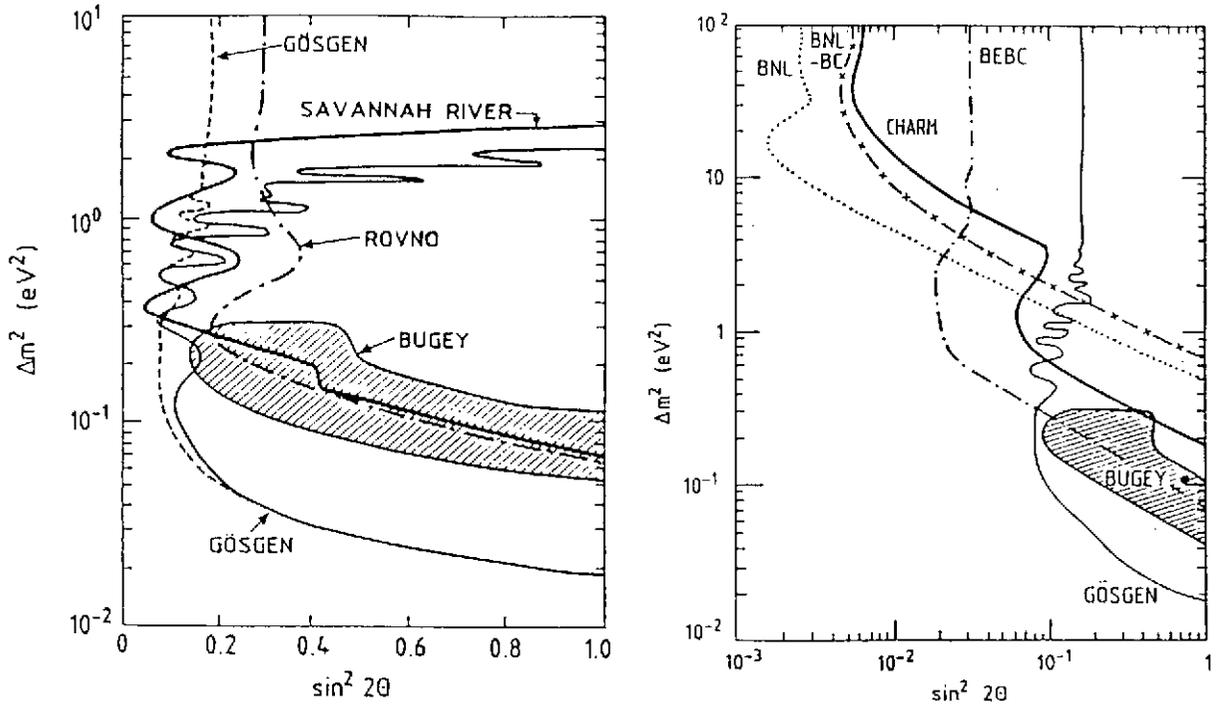


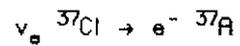
Figure 34: Résultats des expériences sur les oscillations de neutrinos¹⁰². À gauche, expériences avec réacteurs. À droite, expériences avec accélérateurs.

A chaque conférence, on assiste à un duel entre les représentants du Bugey et de Gösgen. Non seulement ils présentent leurs propres résultats, mais aussi ils analysent les données de leurs concurrents et en tirent des conclusions en leur faveur. Remarquons qu'un facteur important dans l'analyse est la connaissance du spectre des antineutrinos. On peut éventuellement se passer de cette information si l'on dispose de deux détecteurs fonctionnant simultanément. Mais si les données sont prises avec le même détecteur dans des positions différentes à des temps différents, il faut tenir compte de l'évolution du spectre des antineutrinos. La composition du réacteur change constamment, l'uranium disparaît et il y a formation de plutonium. La nature des produits de fission varie et donc aussi le spectre des antineutrinos de désintégration β . D'où un intérêt croissant des physiciens pour la connaissance exacte du spectre du réacteur. Quant à l'expérience de Savannah River, elle n'a donné que des résultats préliminaires qui sont interprétés différemment par les physiciens du Bugey et de Gösgen. En conclusion, il faut attendre de nouveaux résultats. Le groupe du Bugey prépare une nouvelle expérience avec un détecteur nettement amélioré.

Du côté des accélérateurs la situation est sensiblement la même. La plupart des expériences¹⁰³ ont conclu à l'absence d'oscillations et fixé des limites sur les paramètres $\sin^2 2\theta$ et Δm^2 . Une expérience a trouvé un excès d'électrons significatif¹⁰⁴ que l'on peut expliquer par des oscillations de neutrinos. Les accélérateurs de haute énergie fournissent des faisceaux de neutrinos muoniques puisque ces derniers proviennent de la désintégration des pions. On peut faire des expériences de disparition (des neutrinos muoniques) ou d'apparition (de neutrinos électroniques). Les expériences de disparition demandent des mesures à au moins deux distances différentes, donc un détecteur mobile ou plusieurs détecteurs fixes. Les expériences d'apparition peuvent se faire avec un seul détecteur. Elles sont en principe plus fiables puisque le rapport signal/bruit est théoriquement infini. Ce n'est pas le cas dans la pratique car le faisceau de neutrinos muoniques est contaminé par des neutrinos électroniques (les pions et les kaons se désintègrent aussi en électrons). Il faut donc bien connaître la composition du faisceau pour interpréter les résultats. Des mesures effectuées au CERN et à Brookhaven sur les leptons produits par les interactions des neutrinos avec la matière ont trouvé trois fois plus d'électrons que prévu d'après la contamination du faisceau. Ces résultats demandent une confirmation.

9.5.2 Les oscillations dans la matière.

Des développements intéressants ont résulté des travaux de Wolfenstein¹⁰⁵, Mikheyev et Smirnov¹⁰⁶, d'où le nom de MSW qui a été donné au modèle qui traite des oscillations de neutrinos dans la matière¹⁰⁷. On trouvera les détails des calculs dans l'appendice C. Dans la matière, les neutrinos électroniques (c'est la saveur produite dans le soleil) n'interagissent pas de la même façon que les neutrinos muoniques ou tauoniques. En effet, seuls les neutrinos électroniques peuvent échanger des bosons W avec les électrons. Les oscillations de neutrinos seront donc modifiées par la présence de matière. Mais ce qui est vraiment nouveau, c'est la possibilité d'une résonance. Pour une certaine valeur de la densité de la matière l'angle de mélange (on considère deux saveurs seulement) passe par la valeur $\pi/4$, ce qui correspond au mélange maximal. On peut calculer que cette valeur de la densité peut se trouver réalisée dans une région du soleil. Plusieurs auteurs ont exploité ce modèle pour tenter de résoudre *l'énigme des neutrinos solaires*¹⁰⁸. On sait en effet que des expériences (qui se poursuivent depuis de nombreuses années) trouvent au niveau de la terre un flux de neutrinos environ trois fois plus faible que la prédiction théorique, qui repose sur les meilleures données disponibles: modèles solaires, sections efficaces nucléaires. Il est possible que la physique des particules apporte une explication satisfaisante à ce problème qui intrigue physiciens et astrophysiciens. Il faut cependant remarquer que les neutrinos dont il est question ici sont ceux qui sont au dessus du seuil de détection par la réaction:



Ces neutrinos ne représentent qu'une faible fraction de la totalité des neutrinos produits dans le soleil. Il devient donc urgent de mettre en place des détecteurs sensibles aux neutrinos de basse énergie, beaucoup plus abondants et produits par des réactions mieux connues. Le gallium est un élément intéressant et des tentatives sont faites pour mettre sur pied une collaboration internationale vouée à l'utilisation d'un détecteur au gallium. Au Canada, un groupe a proposé de construire un détecteur Cerenkov à eau lourde. Il faudra attendre plusieurs années avant que, peut-être, les neutrinos nous livrent leurs secrets.

10 Conclusion

10.1 Les perspectives d'avenir.

Quel va être le rôle de la physique nucléaire dans les décennies à venir? Voilà une question qui est souvent posée, et qui fait l'objet de nombreux débats. Sans vouloir donner une réponse complète à cette question, il me semble que le domaine des symétries nous suggère une plus grande ouverture de la physique nucléaire vis-à-vis des autres disciplines que sont la physique des particules et l'astrophysique. En fait, même si cela peut sembler paradoxal, la physique nucléaire, la physique des particules et l'astrophysique n'ont jamais été aussi proches les unes des autres qu'aujourd'hui. Il devient donc urgent, plus que jamais, de favoriser les contacts et les transitions entre ces trois domaines.

La compréhension des interactions fondamentales est nécessaire aux physiciens nucléaires qui étudient la composition et la structure des noyaux atomiques. On connaît le rôle important que jouent les interactions électromagnétiques dans cette recherche. C'est grâce aux interactions électromagnétiques qu'on a pu mettre en évidence, de façon non équivoque, les degrés de liberté non-nucléoniques dans les noyaux. Les interactions faibles seront appelées à jouer un rôle dans la mesure où l'on disposera de faisceaux de neutrinos suffisamment intenses pour la physique nucléaire. Les neutrinos constituent en effet la sonde la plus "propre" que l'on puisse imaginer.

Le noyau atomique continuera de jouer le rôle de laboratoire pour l'étude des interactions fondamentales et des symétries des lois de la nature. Le palmarès de la physique nucléaire est déjà impressionnant: découverte de la violation de la parité et de la conjugaison particule-antiparticule, établissement de la théorie V-A, vérification de la théorie du courant vectoriel conservé, absence des courants faibles de seconde classe, violation de la parité dans les interactions quark-quark, tests de l'invariance par renversement du temps. Et plus récemment, mesure de la masse du neutrino, double désintégration β , recherche des axions. Par leur aspect instrumental, bien des expériences de physique des particules ont attiré des physiciens nucléaires: oscillations de neutrinos, oscillations neutron-antineutron, désintégration du proton.

Pour l'interprétation de plusieurs expériences de physique des particules, il faut faire appel à la physique nucléaire. Les études sur l'instabilité du nucléon font intervenir des noyaux complexes et certaines complications en résultent. L'interprétation des expériences sur la double désintégration β passent par l'évaluation des éléments de matrice nucléaires, qui peuvent dépendre de façon critique de la structure des noyaux étudiés.

Actuellement, un nouveau domaine s'ouvre à la physique nucléaire, celui des ions lourds relativistes, ou encore des collisions noyau-noyau à haute énergie (des dizaines de GeV/nucléon

dans le référentiel du centre de masse). Il est hors de doute que les nucléons sont constitués de quarks et de gluons et que les forces nucléaires ont leur origine profonde dans la chromodynamique quantique. Il doit donc exister des conditions dans lesquelles les nouveaux degrés de liberté (quarks et gluons) se manifestent de façon explicite. La chromodynamique quantique (CDQ) permet de jeter un nouveau pont entre la physique nucléaire et la physique des particules (et aussi l'astrophysique). Une prédiction spectaculaire de la CDQ est l'existence, dans certaines conditions de densité et de température, d'un plasma de quarks et gluons, un nouvel état de la matière nucléaire. Les collisions noyau-noyau à très haute énergie constituent le meilleur espoir de réaliser la transition entre la matière nucléaire hadronique (baryons et mésons) et le plasma de quarks et gluons. Les énormes progrès réalisés dans le domaine de la technologie ont rendu possible l'utilisation d'ions lourds relativistes. Des expériences "pilotes" ont été entreprises au CERN (au super-synchrotron à protons) avec des faisceaux d'ions oxygène de 200 GeV/nucléon. D'autres ions (soufre, calcium) devraient être disponibles prochainement. Enfin, il est techniquement possible de construire des collisionneurs à ions lourds, comme le RHIC (Relativistic Heavy Ion Collider), en projet à Brookhaven. Il existe là un terrain où physiciens nucléaires et physiciens des particules parlent le même langage et travaillent ensemble. Cet exemple n'est pas hors de propos dans un cours sur les symétries, car une restauration de la symétrie chirale semble bien devoir accompagner le déconfinement des quarks et des gluons.

Les connexions entre physique nucléaire, physique des particules et astrophysique (et aussi cosmologie) apparaissent clairement: nucléosynthèse, neutrinos solaires, matière cachée dans l'univers, etc..., sans oublier le plasma de quarks et gluons.

Quand on discute de l'avenir de la physique nucléaire il ne faudrait pas perdre de vue cette concordance des objectifs entre des disciplines qui devraient développer des collaborations constructives plutôt que des rivalités.

Appendice A: La violation de la parité dans les transitions β

Ecrivons la forme générale de l'hamiltonien responsable de la désintégration β^{109} :

$$\mathcal{H} = g \left[\sum_i C_i (\bar{p} O_i n) (\bar{e} O_i \nu_e) + \sum_i C_i' (\bar{p} O_i n) (\bar{e} O_i \gamma_5 \nu_e) + \text{h.c.} \right]$$

L'indice i prend les valeurs S (scalaire), V (vecteur), T (tenseur), A (vecteur axial) et P (pseudoscalaire). Les opérateurs O_i ont la forme habituelle:

$i = S$	$O_i = 1$
$i = V$	$O_i = \gamma_\mu$
$i = T$	$O_i = i \gamma_\mu \gamma_\nu$ (avec $\mu \neq \nu$)
$i = A$	$O_i = i \gamma_\mu \gamma_5$
$i = P$	$O_i = \gamma_5$

La constante g caractérise les interactions faibles. Les C_i et les C_i' sont des constantes de couplage relatives aux différentes interactions S, V, T, A et P. Les termes associés aux C_i sont des scalaires. Ce sont les seuls termes qui avaient été considérés avant l'hypothèse de la violation de Parité (Lee et Yang, 1956). Les termes associés aux C_i' sont des pseudoscalaires et c'est la présence simultanée des C_i et des C_i' qui cause la violation de la parité. On voit que les termes qui sont écrits explicitement plus haut décrivent la radioactivité β^- : annihilation d'un neutron et d'un neutrino, création d'un proton et d'un électron. Le terme hermitique conjugué (h.c.) décrit la radioactivité β^+ .

Les termes qui violent la parité sont caractérisés par une interférence entre les C_i et les C_i' et contiendront les combinaisons:

$$\text{Re}(C_i C_j'^*) \quad \text{et} \quad \text{Im}(C_i C_j'^*)$$

Pour conserver la parité il faut poser:

$$C_i \neq 0, C_i' = 0 \quad \text{ou} \quad C_i = 0, C_i' \neq 0$$

Le terme qui contient la partie réelle des $C_i C_i^*$ viole l'invariance C et le terme qui contient la partie imaginaire viole l'invariance T.

Les données expérimentales permettent de simplifier l'expression de l'hamiltonien, qui peut aussi s'écrire :

$$\mathcal{H} = g \left[\sum_i (\bar{p} \ O_i \ n) \left(\bar{e} \ O_i \left(\frac{C_i + C_i^*}{2} \frac{1 + \gamma_5}{2} + \frac{C_i - C_i^*}{2} \frac{1 - \gamma_5}{2} \right) v_e \right) \right] + \text{h.c.}]$$

On voit apparaître les projecteurs sur les états de chiralité devant l'état du neutrino. Si le neutrino est gauche, ce qui est en accord avec l'expérience, on doit faire disparaître $1 - \gamma_5$, ce qui donne :

$$C_i = C_i^*$$

et la parité est violée au maximum en faveur du neutrino gauche. Si l'électron est émis dans la désintégration β avec une chiralité gauche, ce qui est en accord avec l'expérience, on devra faire précéder l'état de l'électron du même projecteur :

$$e = \frac{1 + \gamma_5}{2} e \quad \text{soit} \quad \bar{e} = \bar{e} \frac{1 - \gamma_5}{2}$$

puisque $\bar{e} = e^\dagger \gamma_4$ et que γ_5 anticommute avec γ_4 . Le terme leptonique est donc de la forme :

$$\bar{e} \frac{1 - \gamma_5}{2} O_i \frac{1 + \gamma_5}{2} v_e$$

Pour $i = S, T$ ou P ceci est identiquement nul (car O_i commute avec γ_5 et les deux projecteurs sont orthogonaux). On est donc ramené à

$$\mathcal{H} = g \left[\bar{u} \ \gamma_\mu \ (C_V - C_A \gamma_5) \ d \right] \left(\bar{e} \ \gamma_\mu \ a v_e \right)$$

où l'on a traduit l'hamiltonien en termes de quarks et où a est l'opérateur de projection sur les états de chiralité gauche :

$$a = \frac{1 + \gamma_5}{2}$$

Avec $C_V = -C_A$ on arrive à une expression parfaitement symétrique par rapport aux quarks et aux leptons :

$$\mathcal{H} = G \left(\bar{u} \ \gamma_\mu \ a d \right) \left(\bar{e} \ \gamma_\mu \ a v_e \right)$$

C'est la théorie V-A. Les quarks et les leptons interviennent par leur composante gauche seulement. On comprend mieux maintenant ce qu'il faut entendre par "la parité est violée au maximum".

On trouve dans la littérature¹¹⁰ les expressions des diverses observables dans le cas le plus général d'une interaction β . Considérons le cas de noyaux orientés (ou de neutrons polarisés). La probabilité de transition est donnée par:

$$W(\langle J \rangle | E_e, \Omega_e, \Omega_\nu) dE_e d\Omega_e d\Omega_\nu = S(E_e) dE_e d\Omega_e d\Omega_\nu$$

$$\xi \left\{ 1 + a \frac{\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_\nu}{E_e E_\nu} + b \frac{m}{E_e} + c \left[\frac{1}{3} \frac{\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{p}_\nu}{E_e E_\nu} - \frac{(\mathbf{p}_e \cdot \mathbf{j})(\mathbf{p}_\nu \cdot \mathbf{j})}{E_e E_\nu} \right] \left[\frac{J(J+1) - 3 \langle \mathbf{J} \cdot \mathbf{j} \rangle^2}{J(2J-1)} \right] \right. \\ \left. + \frac{\langle J \rangle}{J} \cdot \left[A \frac{\mathbf{p}_e}{E_e} + B \frac{\mathbf{p}_\nu}{E_\nu} + D \frac{\mathbf{p}_e \times \mathbf{p}_\nu}{E_e E_\nu} \right] \right\}$$

où $S(E_e)$ est l'expression habituelle du spectre:

$$S(E_e) = \frac{1}{(2\pi)^5} F(\pm Z, E_e) p_e E_e (E_0 - E_e)^2$$

et:

\mathbf{p}_e vecteur impulsion de l'électron (ou du positron),

\mathbf{p}_ν vecteur impulsion du neutrino (ou de l'antineutrino),

E_0 énergie maximale de l'électron,

E_e et E_ν énergies de l'électron et du neutrino,

J spin du noyau émetteur (ou du neutron),

$\langle \mathbf{J} \rangle$ vecteur polarisation du noyau ou du neutron,

$F(\pm Z, E_e)$ est la fonction de Fermi.

Les divers coefficients ont pour expression:

$$\xi = |M_F|^2 (|C_S|^2 + |C_S'|^2 + |C_V|^2 + |C_V'|^2) + |M_{GT}|^2 (|C_T|^2 + |C_T'|^2 + |C_A|^2 + |C_A'|^2)$$

$$a\xi = |M_F|^2 \left(-|C_S|^2 - |C_S'|^2 + |C_V|^2 + |C_V'|^2 \mp \frac{\alpha Z m}{p_e} 2 \operatorname{Im}(C_S C_V^* + C_S' C_V'^*) \right) \\ + \frac{1}{3} |M_{GT}|^2 \left(|C_T|^2 + |C_T'|^2 - |C_A|^2 - |C_A'|^2 \pm \frac{\alpha Z m}{p_e} 2 \operatorname{Im}(C_T C_A^* + C_T' C_A'^*) \right)$$

$$b\xi = \pm 2\gamma \left[|M_F|^2 \operatorname{Re}(C_S C_V^* + C_S' C_V'^*) + |M_{GT}|^2 \operatorname{Re}(C_T C_A^* + C_T' C_A'^*) \right]$$

$$c\xi = |M_{GT}|^2 \lambda_{J'J} [|C_T|^2 + |C_{T'}|^2 - |C_A|^2 - |C_{A'}|^2 \pm \frac{\alpha Z m}{P_e} 2 \operatorname{Im}(C_T C_{A'}^* + C_{T'} C_A^*)]$$

$$\begin{aligned} A\xi = & \pm |M_{GT}|^2 \lambda_{J'J} [2 \operatorname{Re}(C_T C_{T'}^* - C_A C_{A'}^*) + \frac{\alpha Z m}{P_e} 2 \operatorname{Im}(C_T C_{A'}^* + C_{T'} C_A^*)] \\ & + \delta_{J'J} M_F M_{GT} \left(\frac{J}{J+1} \right)^{1/2} [2 \operatorname{Re}(C_S C_{T'}^* + C_S' C_T^* - C_V C_A^* - C_V' C_{A'}^*) \\ & \pm \frac{\alpha Z m}{P_e} 2 \operatorname{Im}(C_S C_{A'}^* + C_S' C_A^* - C_V C_{T'}^* - C_V' C_T^*)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B\xi = & |M_{GT}|^2 \lambda_{J'J} 2 \operatorname{Re} \left[\frac{Y m}{E_e} (C_T C_{A'}^* + C_{T'} C_A^*) \pm (C_T C_{T'}^* + C_A C_{A'}^*) \right] \\ & - \delta_{J'J} M_F M_{GT} \left(\frac{J}{J+1} \right)^{1/2} [\operatorname{Re}(C_S C_{T'}^* + C_S' C_T^* + C_V C_A^* + C_V' C_{A'}^*) \\ & \pm \frac{Y m}{E_e} \operatorname{Re}(C_S C_{A'}^* + C_S' C_A^* + C_V C_{T'}^* + C_V' C_T^*)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D\xi = & \delta_{J'J} M_F M_{GT} \left(\frac{J}{J+1} \right)^{1/2} [2 \operatorname{Im}(C_S C_{T'}^* - C_V C_A^* + C_S' C_T^* - C_V' C_{A'}^*) \\ & \mp \frac{\alpha Z m}{P_e} 2 \operatorname{Re}(C_S C_{A'}^* - C_V C_{T'}^* + C_S' C_A^* - C_V' C_T^*)] \end{aligned}$$

Le paramètre $\lambda_{J'J}$ est donné par :

$$\lambda_{J'J} = \begin{cases} 1 & \text{si } J' = J - 1 \\ 1/(J + 1) & \text{si } J' = J \\ -J/(J + 1) & \text{si } J' = J + 1 \end{cases}$$

et $\gamma = (1 - \alpha^2 Z^2)^{1/2}$.

Les termes en γ sont des corrections apportées par l'interaction de Coulomb dans l'état final.

Appendice B: La désintégration du muon

On trouve dans un article de Scheck^{III} les expressions des différentes observables de la désintégration du muon pour l'interaction la plus générale, qui peut s'écrire sous la forme:

$$\mathcal{H} = \sum_i [\bar{e} O_i \mu] [\bar{\nu}_e O_i (C_i + C_i' \gamma_5) \nu_\mu] + h.c.$$

où les notations sont les mêmes que dans l'appendice A. L'hamiltonien est écrit sous la forme "avec rétention de la charge", ce qui est possible après une transformation de Fierz appropriée. Cette transformation consiste à changer l'ordre des fermions dans l'hamiltonien et à faire une transformation linéaire sur les constantes de couplage C_i et C_i' .

La probabilité de désintégration différentielle pour un muon négatif est donnée par:

$$\begin{aligned} \frac{d^4 \Gamma(x, \theta, \varphi, \psi)}{dx d(\cos\theta)} &= \frac{mW^4 A}{32\pi^3} (x^2 - x_0^2)^{1/2} \left\{ \left[x(1-x) + \frac{2}{9}\rho(4x^2 - 3x - x_0^2) + \eta x_0(1-x) \right] \right. \\ &- \frac{1}{3} \xi (x^2 - x_0^2)^{1/2} \cos\theta \left[1-x + \frac{2}{3}\delta(4x - 3 - \frac{\mu}{m}x_0) \right] \\ &- \xi' (x^2 - x_0^2)^{1/2} \cos\varphi \left[1-x + \frac{2}{3}\delta(4x - 3 - \frac{\mu}{m}x_0) \right] \\ &+ \frac{1}{3} \xi'' \cos\theta \cos\varphi \left[x(1-x) + \frac{2}{3}\rho(4x^2 - 3x - x_0^2) + \eta x_0(1-x) \right] \\ &+ \sin\theta \sin\varphi \cos\psi \left[(1-x) x_0 \frac{3a - 2b - 2c}{3A} + x(1-x) \frac{\alpha}{A} + (x^2 - x_0^2) \frac{2\beta}{3A} \right] \\ &\left. + \sin\theta \sin\varphi \sin\psi (x^2 - x_0^2)^{1/2} \left[(1-x) \frac{\alpha'}{A} + \frac{2}{3}(1 - \frac{\mu}{m}x_0) \frac{\beta'}{A} \right] \right\} \end{aligned}$$

avec les définitions suivantes:

μ = masse de l'électron, m = masse du muon

W = énergie maximale de l'électron = $\frac{m^2 + \mu^2}{2m} = 52.831 \text{ MeV}$

$x = \frac{E_e}{W}$ énergie réduite de l'électron, qui varie de $x_0 = \frac{\mu}{W} = 9.67 \times 10^{-3}$ à 1.

Les autres paramètres sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 a &= |C_S|^2 + |C_S'|^2 + |C_P|^2 + |C_P'|^2 & b &= |C_V|^2 + |C_V'|^2 + |C_A|^2 + |C_A'|^2 & c &= |C_T|^2 + |C_T'|^2 \\
 \alpha &= |C_S|^2 + |C_S'|^2 - |C_P|^2 - |C_P'|^2 & \beta &= |C_V|^2 + |C_V'|^2 - |C_A|^2 - |C_A'|^2 \\
 a' &= 2 \operatorname{Re}(C_S C_P'^* + C_S' C_P^*) & b' &= 2 \operatorname{Re}(C_V C_A'^* + C_V' C_A^*) & c' &= 2 \operatorname{Re}(C_T C_T'^*) \\
 \alpha' &= 2 \operatorname{Im}(C_S C_P'^* + C_S' C_P^*) & \beta' &= 2 \operatorname{Im}(C_V C_A'^* + C_V' C_A^*) \\
 A &= a + 4b + 6c & A_p &= 3b + 6c & A_\eta &= \alpha - 2\beta \\
 A\xi &= -3a' - 4b' + 14c' & A\xi\delta &= -3b' + 6c' \\
 A\xi' &= -a' - 4b' - 6c' & A\xi'\delta' &= -b' - 2c' \\
 A\xi'' &= 3a + 4b - 14c & A\xi''\rho' &= 3b - 6c & A\xi''\eta' &= 3\alpha + 2\beta
 \end{aligned}$$

θ est l'angle entre le vecteur polarisation du muon P_μ et l'impulsion p_e de l'électron.

φ est l'angle entre le vecteur polarisation P_e de l'électron et l'impulsion p_e de l'électron.

ψ est l'angle entre le plan (P_μ, p_e) et le plan (P_e, p_e) .

Les projections de P_e sur les axes sont désignées par :

$$\begin{aligned}
 - P_L &= P_e \cos\varphi && \text{polarisation longitudinale.} \\
 - P_\perp &= P_e \sin\varphi \cos\psi && \text{polarisation perpendiculaire.} \\
 - P_T &= P_e \sin\varphi \sin\psi && \text{polarisation transversale.}
 \end{aligned}$$

Le terme en $\sin\theta \sin\varphi \sin\psi$ provient du produit mixte (P_μ, p_e, P_e) . Ce terme a un caractère scalaire et il est "impair" sous l'opération T. Il est associé à des parties imaginaires de combinaisons bilinéaires des constantes de couplage. La présence de ce terme est interdite par l'invariance T. Inversement, la détection d'une polarisation transversale serait un signal clair de violation de l'invariance T.

Le terme en $\sin\theta \sin\varphi \cos\psi$ détermine la polarisation perpendiculaire. Si l'on néglige le terme proportionnel à x_0 on voit que la polarisation perpendiculaire s'annule dans le cas de l'interaction V-A. La présence d'une polarisation perpendiculaire serait le signal d'une déviation par rapport à la théorie V-A.

Les termes en $\cos\varphi$ sont reliés à la polarisation longitudinale. Si l'on intègre sur θ on

trouve l'expression de la polarisation longitudinale des électrons pour des muons non polarisés.

Le terme en $\cos\theta$ décrit la distribution angulaire des électrons par rapport au spin du muon. Il est intéressant de noter que pour $x = 1$ (énergie maximale de l'électron) l'expression de l'asymétrie est (en négligeant x_0):

$$\frac{2}{9}\rho - \frac{2}{9}\delta \cos\theta$$

La théorie V-A donne $\rho = 3/4$ et $\delta = 3/4$. L'asymétrie est nulle pour $\theta = 0$. Dans ces conditions cinématiques on est très sensible à tout écart par rapport à la théorie V-A. Cette propriété a été utilisée pour tenter de mettre en évidence la présence de courants droits de la forme V+A.

Considérons maintenant le cas particulier du modèle standard. On a une interaction V-A:

$$C_V = C_V' = -C_A = -C_A'$$

Les seuls coefficients différents de zéro sont:

$$\begin{array}{llll} b = -b' = 4 C_V^2 & A = 16 C_V^2 & \rho = \delta = 3/4 & \eta = 0 \\ \xi = \xi' = \xi'' = 1 & \delta' = 1/4 & \rho' = 3/4 & \eta' = 0 \end{array}$$

On constate que les polarisations *perpendiculaire* et *transversale* s'annulent. En négligeant x_0 et μ on trouve:

$$W(x, \theta, \varphi) = \frac{m^5 C_V^2}{12\pi^3} x^2 (1 - \cos\varphi) [(3 - 2x) + (1 - 2x) \cos\theta]$$

Avec cette approximation, l'hélicité des électrons est indépendante de x et de θ :

$$h = \frac{W(x, \theta, \varphi = 0) - W(x, \theta, \varphi = \pi)}{W(x, \theta, \varphi = 0) + W(x, \theta, \varphi = \pi)} = -1$$

Si l'on intègre sur l'énergie de l'électron, la distribution angulaire prend la forme:

$$\bar{W}(\theta) = \frac{m^5 C_V^2}{24\pi^3} \left(1 - \frac{1}{3} \cos\theta\right)$$

Si l'on n'observe pas la polarisation des électrons il faut intégrer sur φ :

$$W(x, \theta) = \frac{m^5 C_V^2}{12\pi^3} x^2 [(3 - 2x) + (1 - 2x) \cos\theta]$$

À l'extrémité du spectre ($x = 1$):

$$W(x = 1, \theta) = \frac{m^5 C_V^2}{12\pi^3} (1 - \cos\theta)$$

ce qui s'annule pour $\theta = 0$.

Si les muons ne sont pas polarisés il faut intégrer sur θ :

$$W(x) = \frac{m^5 C_V^2}{12\pi^3} x^2 (3 - 2x)$$

Pour la désintégration du muon positif il y a quelques signes à changer:

$$C_V = C_V' = C_A = C_A'$$

Les paramètres ξ et ξ' changent de signe. L'hélicité des positrons est $h = +1$ et la distribution angulaire s'obtient en changeant $\cos\theta$ en $-\cos\theta$.

Appendice C : Oscillations de neutrinos entre différents saveurs

Nous allons considérer le cas de deux saveurs seulement, afin de ne pas alourdir le formalisme. On pourra ensuite généraliser facilement à n saveurs. Nous traiterons le cas de deux neutrinos. Le même formalisme peut être appliqué aux antineutrinos.

Sauf dans le cas trivial où les neutrinos sont de même masse, les états qui participent aux interactions faibles, $|v_e\rangle$ et $|v_\mu\rangle$, ne coïncident pas nécessairement avec les états propres de la masse, $|v_1\rangle$ et $|v_2\rangle$ (de masses m_1 et m_2 respectivement). On passe d'une base à l'autre au moyen d'une matrice de type Cabibbo. Comme dans le cas des quarks, cette matrice peut être rendue réelle par un choix de phases pour les différentes particules (ceci étant vrai pour deux saveurs seulement):

$$\begin{pmatrix} |v_e\rangle \\ |v_\mu\rangle \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} |v_1\rangle \\ |v_2\rangle \end{pmatrix} \text{ et inversement: } \begin{pmatrix} |v_1\rangle \\ |v_2\rangle \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} |v_e\rangle \\ |v_\mu\rangle \end{pmatrix}$$

On verra qu'il est possible de restreindre les valeurs de θ à l'intervalle $0 < \theta < \pi/4$.

L'état le plus général d'un neutrino évoluera en fonction du temps suivant:

$$|v(t)\rangle = v_1(t) |v_1\rangle + v_2(t) |v_2\rangle$$

où l'on a développé sur la base de la masse, avec:

$$v_1(t) = \exp(-iE_1 t) v_1(0) \quad \text{et} \quad v_2(t) = \exp(-iE_2 t) v_2(0)$$

(on a posé $\hbar = c = 1$).

On peut faire un changement de base:

$$|v(t)\rangle = v_e(t) |v_e\rangle + v_\mu(t) |v_\mu\rangle$$

ce qui donne:

$$\begin{pmatrix} v_e(t) \\ v_\mu(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} \text{ et inversement } \begin{pmatrix} v_1(t) \\ v_2(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_e(t) \\ v_\mu(t) \end{pmatrix}$$

D'où l'équation d'évolution :

$$i \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} v_e(t) \\ v_\mu(t) \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 & 0 \\ 0 & E_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_e(t) \\ v_\mu(t) \end{pmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} (E_2 + E_1) - (E_2 - E_1) \cos 2\theta & (E_2 - E_1) \sin 2\theta \\ (E_2 - E_1) \sin 2\theta & (E_2 + E_1) + (E_2 - E_1) \cos 2\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} v_e(t) \\ v_\mu(t) \end{pmatrix}$$

On a donc une équation de la forme :

$$i \frac{d}{dt} v(t) = M v(t)$$

avec :

$$M = \frac{1}{2}(E_2 + E_1) I + \frac{1}{2}(E_2 - E_1) (-\cos 2\theta \sigma_z + \sin 2\theta \sigma_x) \quad \text{et} \quad v(t) = \begin{pmatrix} v_e(t) \\ v_\mu(t) \end{pmatrix}$$

où I est la matrice unité et les σ_i les matrices de Pauli.

Faisons alors le changement de phase :

$$v(t) = \exp\left(-i \frac{E_2 + E_1}{2} t\right) \tilde{v}(t)$$

qui ne change pas les probabilités mais simplifie le calcul.

Avec $\omega = \frac{1}{2}(E_2 - E_1)$ et $M_0 = -\cos 2\theta \sigma_z + \sin 2\theta \sigma_x$ on trouve :

$$i \frac{d}{dt} \tilde{v}(t) = \omega M_0 \tilde{v}(t)$$

On intègre, ce qui donne :

$$\tilde{\nu}(t) = \exp(-i \omega M_0 t) \tilde{\nu}(0)$$

et comme la matrice M_0 a pour carré l'unité :

$$\tilde{\nu}(t) = (\cos \omega t - i M_0 \sin \omega t) \tilde{\nu}(0)$$

soit pour les composantes de saveur :

$$\tilde{\nu}_e(t) = (\cos \omega t + i \cos 2\theta \sin \omega t) \tilde{\nu}_e(0) - i \sin 2\theta \sin \omega t \tilde{\nu}_\mu(0)$$

$$\tilde{\nu}_\mu(t) = (\cos \omega t - i \cos 2\theta \sin \omega t) \tilde{\nu}_\mu(0) - i \sin 2\theta \sin \omega t \tilde{\nu}_e(0)$$

Si l'on fait $\theta = 0$ on voit que les fréquences $+\omega$ et $-\omega$ sont associées à ν_e et ν_μ respectivement.

Considérons maintenant une onde plane de neutrinos, caractérisée par une valeur précise de l'impulsion p . Evidemment il serait plus rigoureux de se placer dans un formalisme de paquets d'ondes, mais cela conduirait à des calculs plus compliqués. On a alors :

$$E_2 - E_1 = \sqrt{p^2 + m_2^2} - \sqrt{p^2 + m_1^2}$$

et comme les masses sont beaucoup plus petites que p :

$$E_2 - E_1 = p \left(1 + \frac{m_2^2}{2p^2} + \dots - 1 - \frac{m_1^2}{2p^2} - \dots \right) \approx \frac{m_2^2 - m_1^2}{2p}$$

En définissant $\Delta m^2 = m_2^2 - m_1^2$ on trouve :

$$\omega = \frac{\Delta m^2}{4p}$$

Puisque la vitesse du neutrino est très voisine de c (≈ 1) nous ferons une approximation supplémentaire et transformerons la dépendance en temps en une dépendance en distance. On trouve alors les probabilités d'observer le neutrino dans les différents états de saveur, à une distance L :

$$P(\nu_e; L) = |\tilde{\nu}_e(L)|^2 = |\tilde{\nu}_e(0)|^2 \cos^2 \frac{\pi L}{\lambda} + |\tilde{\nu}_e(0) \cos 2\theta - \tilde{\nu}_\mu(0) \sin 2\theta|^2 \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}$$

$$P(\nu_\mu; L) = |\tilde{\nu}_\mu(L)|^2 = |\tilde{\nu}_\mu(0)|^2 \cos^2 \frac{\pi L}{\lambda} + |\tilde{\nu}_\mu(0) \cos 2\theta + \tilde{\nu}_e(0) \sin 2\theta|^2 \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}$$

On vérifie que $P(\nu_e; L) + P(\nu_\mu; L) = 1$, ce qui est normal puisque nous avons considéré un neutrino *stable*.

On a introduit la longueur d'onde d'oscillation λ :

$$\lambda = \frac{4\pi p}{\Delta m^2} = 2.48 \text{ mètres} \frac{p(\text{MeV}\cdot\text{c}^{-1})}{\Delta m^2(\text{eV}^2)}$$

En général le neutrino sera produit à $L = 0$ par une interaction faible, donc dans un état de saveur bien déterminé. Par exemple, un neutrino est produit dans le soleil dans l'état électronique. On a alors $\nu_e(0) = 1$ et $\nu_\mu(0) = 0$. D'où:

$$P(\nu_e; L) = 1 - \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}$$

$$P(\nu_\mu; L) = \sin^2 2\theta \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}$$

Quand on s'éloigne de la source il y a disparition de neutrinos électroniques et apparition de neutrinos muoniques. On voit que c'est la différence de masse qui détermine la longueur d'oscillation et que c'est l'angle de mélange qui détermine l'amplitude. Cette dernière est maximale pour $\theta = \pi/4$. On voit aussi qu'il suffit de faire varier θ de 0 à $\pi/4$.

En raison des approximations qui sont faites les oscillations seront brouillées à une certaine distance de la source et on observera alors des valeurs moyennes (la moyenne étant faite sur la variable L):

$$\overline{P(\nu_e)} = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\theta \quad \overline{P(\nu_\mu)} = \frac{1}{2} \sin^2 2\theta$$

Avec le mélange maximal ($\theta = \pi/4$) on trouve:

$$\overline{P(\nu_e)} = \overline{P(\nu_\mu)} = \frac{1}{2}$$

Le résultat se généralise facilement à trois saveurs¹¹² et avec le mélange maximal on trouve:

$$\overline{P(v_e)} = \overline{P(v_\mu)} = \overline{P(v_\tau)} = \frac{1}{3}$$

Jusqu'ici nous avons considéré la propagation des neutrinos dans le vide. Dans la matière les neutrinos subissent des interactions, et comme la matière contient des électrons (pas de muons ni de tauons) les neutrinos de différentes saveurs n'interagissent pas de la même façon. Les neutrinos électroniques sont les seuls qui peuvent interagir par courant chargé (échange de W^\pm). Tous les neutrinos peuvent interagir par courant neutre (échange de Z^0). Bethe¹¹³ a montré que cela introduit un terme d'énergie potentielle spécial au neutrino électronique. L'interaction est donnée par

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} [\overline{v_e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e] [\overline{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_e]$$

Mais après une transformation de Fierz on peut aussi écrire :

$$H = \frac{G}{\sqrt{2}} [\overline{v_e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) v_e] [\overline{e} \gamma_\mu (1 + \gamma_5) e]$$

Pour des électrons au repos seule la matrice γ_4 intervient, et $1 + \gamma_5$ se réduit à l'unité. Le terme $(\overline{e} \gamma_4 e)$ est la densité des électrons. Un facteur 2 résulte de la présence de $1 + \gamma_5$ devant le neutrino. On a donc une énergie potentielle pour le neutrino électronique :

$$V = G\sqrt{2} N_e$$

où G est la constante de Fermi et N_e le nombre d'électrons par unité de volume. Le résultat précédent devra être modifié, ce qui donne :

$$i \frac{d}{dt} v(t) = \left\{ M + \begin{bmatrix} G\sqrt{2} N_e & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} v(t)$$

soit :

$$i \frac{d}{dt} v(t) = M' v(t)$$

avec :

$$\begin{aligned} M' &= \frac{1}{2}(E_2 + E_1 + GN_e\sqrt{2}) I + \frac{1}{2}(E_2 - E_1) [(k - \cos 2\theta) \sigma_z + \sin 2\theta \sigma_x] \\ &= \frac{1}{2}(E_2 + E_1 + GN_e\sqrt{2}) I + \omega M'_0 \end{aligned}$$

avec $k = \frac{GN_e \sqrt{2}}{E_2 - E_1}$ et $M'_0 = (k - \cos 2\theta) \sigma_z + \sin 2\theta \sigma_x$

La matrice M'_0 a pour carré $(1 - 2k \cos 2\theta + k^2)$ et on peut l'écrire sous la forme :

$$M'_0 = (1 - 2k \cos 2\theta + k^2)^{1/2} \begin{bmatrix} -\cos 2\theta_m & \sin 2\theta_m \\ \sin 2\theta_m & \cos 2\theta_m \end{bmatrix}$$

avec :

$$\cos 2\theta_m = \frac{\cos 2\theta - k}{(1 - 2k \cos 2\theta + k^2)^{1/2}} \quad \sin 2\theta_m = \frac{\sin 2\theta}{(1 - 2k \cos 2\theta + k^2)^{1/2}}$$

L'angle θ_m dépend de la densité du milieu traversé, donc de la position du neutrino. On fera l'hypothèse que la variation de la densité est suffisamment lente (pendant la durée d'une oscillation) pour que l'on puisse faire une *approximation adiabatique*. L'angle θ_m est un déphasage local, qui varie le long de la trajectoire du neutrino. On peut aussi introduire la fréquence locale :

$$\omega_m = \omega (1 - 2k \cos 2\theta + k^2)^{1/2}$$

La résonance se produit pour :

$$2G N_e \sqrt{2} p = \Delta m^2 \cos 2\theta$$

numériquement, en introduisant la densité ρ (en g/cm^3) et Y le nombre d'électrons par atome :

$$G N_e \sqrt{2} = 3,67 \times 10^{-24} 2 \rho Y \text{ (en eV)}$$

Les conditions peuvent être réalisées pour que la résonance se produise quelque part à l'intérieur du soleil. Examinons alors la variation des fréquences en fonction de la densité (ou encore en fonction de k pour des valeurs de ρ et de Δm^2 fixées. On obtient deux branches de courbes ayant pour asymptotes les droites de pentes $\pm \omega$ passant par le point $k = \cos 2\theta$. Un neutrino électronique créé dans une région de grande densité suivra la courbe supérieure, et si la condition d'adiabaticité est satisfaite, se retrouvera à l'état muonique. Seuls les neutrinos ayant une énergie supérieure à un certain seuil subiront cette transition. Les neutrinos de basse énergie ne seront pas altérés. Suivant les valeurs choisies pour θ et Δm^2 plusieurs scénarios

peuvent être imaginés, qui tentent de résoudre le problème des neutrinos solaires, une énigme qui a occupé les physiciens et les astrophysiciens pendant un bon nombre d'années.

Remerciements

J'ai profité de discussions intéressantes avec plusieurs de mes collègues du Laboratoire de Physique Nucléaire de l'Université de Montréal, en particulier Luc Vinet au sujet des axions. Je remercie particulièrement Bernard Goulard qui a lu le manuscrit et qui m'a suggéré de nombreuses améliorations.

Je remercie également Jacques Bérichon, qui a réalisé plusieurs dessins avec grand soin, comme il en a l'habitude.

Références

- 1 "The Discrete Symmetries P, T and C", C.N. Yang, Colloque International sur l'Histoire de la Physique des Particules, Journ. Phys. C8 439 1982.
- 2 "Review of Particle Properties", Particle Data Group, Phys. Letters 170B 1 1986.
- 3 "Positronium", S. Berko and H.N. Pendleton, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 30 543 1980.
- 4 "The Infancy and Youth of Neutrino Physics: some Recollections", B. Pontecorvo, Colloque International sur l'Histoire de la Physique des Particules, Journ. Phys. C8 221 1982.
- 5 "Mécanique quantique", A. Messiah, Dunod, Paris, 1964, Chapitre XV (Invariance et théorèmes de conservation, renversement du temps).
- 6 "PCT, Spin and Statistics, and all that", R.F. Streater and A.S. Wightman, W.A. Benjamin, Inc., 1964.
- 7 Voir référence 2.
- 8 "Future Physics at LEAR", R. Landua, Rapport CERN-EP/86-136, septembre 1986.
- 9 "Eighth-Order Anomalous Magnetic Moment of the Electron", T. Kinoshita and W.B. Lindquist, Phys. Rev. Lett. 47 1573 1981.
- 10 "New Comparison of the Positron and Electron g Factors", P.B. Schwinberg et al., Phys. Rev. Lett. 47 1679 1981.
- 11 "Die allgemeinen Prinzipien der Wellenmechanik", W. Pauli, Handbuch der Physik, volume 24, tome 1, 1933, éditeurs Geiger et Scheel; voir aussi la nouvelle édition, Handbuch der Physik, volume 5, tome 1, 1958, page 150, Editeur S. Flügge.
- 12 Voir la discussion qui suit la contribution de C.N. Yang, référence 1:
- 13 "The Effects on Populations of Exposure to Low Levels of Ionizing Radiation: 1980", Committee on the Biological Effects of Ionizing Radiation, National Academy Press, Washington, D.C., 1980.
- 14 "Present Knowledge About the New Particles", C.N. Yang, Rev. Mod. Phys. 29 231 1957.
- 15 "Beta Decay Opens The Way To Weak Interactions", E. Amaldi, Colloque International sur l'Histoire de la Physique des Particules, Journ. Phys. C8 261 1982.
"The Universal Fermi Interaction and the Conserved Vector Current in Beta Decay", C.S. Wu, Rev. Mod. Phys. 36 618 1964.
- 16 "Beta Decay", C.S. Wu and S.A. Moskowski, Interscience Publishers, Wiley and Sons, New-york, London, Sidney, 1966.
- 17 "CP Violation and K^0 Decays", K. Kleinknecht, Ann. Rev. Nucl. Sci. 26 1 1976.

- 18 "Violation of CP Invariance, C Asymmetry and Baryon Asymmetry of the Universe", A.D. Sakharov, JETP Letters 5 24 1967.
Voir aussi "Grand Unified Theories and the Origin of the Baryon Asymmetry", E.W. Kolb and M.S. Turner, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 33 645 1983.
- 19 "Rare and Ultrarare Muon Decays", S. Frankel, in "Muon Physics", edited by V.W. Hughes and C.S. Wu, Academic Press, New York, 1975.
- 20 "Gauge theory of elementary particle physics", Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- 21 "Quantum Chromodynamics", F.J. Ynduráin, Springer-Verlag, New-york, Berlin, Heidelberg, Tokyo.
"Quantum Chromodynamics: The Modern Theory of the Strong Interaction", F. Wilczek, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 32 177 1982.
- 22 Voir référence 20.
- 23 "Production and Decay of the B Quark", E.H. Thorndike, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35 195 1985.
- 24 "Majorana Neutrinos", B. Kayser, Comments Nucl. Part. Phys. 14 69 1985.
"Gauge theory of elementary particle physics", Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Clarendon Press, Oxford, 1984, page 412.
- 25 "Gauge Theories and their Unification", P. Ramond, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 33 31 1983.
- 26 "A Review of Supersymmetry and Supergravity", J.G. Taylor, Progress in Particle and Nuclear Physics, edited by D. Wilkinson, Pergamon Press, Volume 12, 1.
- 27 "An Introduction to the Possible Substructure of Quarks and Leptons", L. Lyons, Progress in Particle and Nuclear Physics, edited by D. Wilkinson, Pergamon Press, Volume 10, 227.
- 28 "Weak Interactions and Nuclear Beta Decay", H. Schopper, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1966.
- 29 "The Violation of Parity Invariance", C.S. Wu, in "Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", edited by K. Siegbahn, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965. Chapitre XXIV, C.S. Wu et al. (The Experimental Determination of the β -Interaction).
- 30 "Beta Decay", C.S. Wu and S.A. Moskowski, Interscience Publishers, Wiley and Sons, New-york, London, Sidney, 1966.
- 31 "Polarization of Radiation Following β -Decay", R.M. Steffen and H. Frauenfelder, in "Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", edited by K. Siegbahn, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965. Chapitre XXIV, C.S. Wu et al. (The Experimental Determination of the β -Interaction).
- 32 "Mécanique quantique", A. Messiah, Dunod, Paris, 1964, Chapitre XX (L'équation de Dirac).
- 33 "The Helicity of β -Particles", R.M. Steffen and H. Frauenfelder, in "Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", edited by K. Siegbahn, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965.

- Chapitre XXIV, C.S. Wu et al. (The Experimental Determination of the β -Interaction).
- 34 Voir référence 28.
- 35 "Helicity of the Neutrino", M. Goldhaber et al., in "Alpha-, Beta- and Gamma-Ray Spectroscopy", edited by K. Siegbahn, North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965. Chapitre XXIV, C.S. Wu et al. (The Experimental Determination of the β -Interaction).
- 36 "Weak Interactions, PETRA Results", DESY Report 84-048, June 1984, DESY, Hamburg.
"New Results on $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ From the JADE Detector at PETRA", DESY Report 84-078, August 1984, DESY, Hamburg.
- 37 "The Parity Non-Conserving Electron-Nucleon Interaction", E.D. Commins and P.H. Bucksbaum, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 30 1 1980.
- 38 "Parity Violation in Atoms", C.A. Piketty, Invited Paper to the International Symposium on Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei", Heidelberg, July 1986.
- 39 "Semi-Leptonic Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei: Parity Violations in Electron Scattering and Weak Neutral Currents", J.D. Walecka, Nucl. Phys. A285 349 1977.
"Parity Violating Asymmetries in Polarized Electron Scattering", E. Derman and W.J. Marciano, Ann. of Phys. 121 147 1979.
"Semileptonic Weak and Electromagnetic Interactions with Nuclei: Parity Violations in Electron Scattering and Abnormal-Parity Admixtures in Nuclear States, B.D. Serot, Nucl. Phys. A322 408 1979.
"Polarized Electron-Nucleus Scattering and Parity-Violating Neutral-Current Interactions", G. Feinberg, Phys. Rev. D12 3575 1975.
- 40 "The Structure of Neutral Currents", P.Q. Hung and J.J. Sakurai, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 31 375 1981.
- 41 "Search for Parity Violation in the Elastic Scattering of Polarized Electrons from Nuclei", Bates Proposal, P.A. Souder et al., September 14, 1977.
"Measurement of Parity Violation in the Elastic Scattering of Polarized Electrons by Nuclei (Experimental Plan)", P.A. Souder et al., Bates Electron Accelerator, April 14, 1979.
- 42 "Parity Violation in the Nucleon-Nucleon Interaction", E.G. Adelberger and W.C. Haxton, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 35 501 1985.
- 43 "Unified Treatment of the Parity Violating Nuclear Force", B. Desplanques, J.F. Donoghue and B.R. Holstein, Ann. Phys. (N.Y.) 124 449 1980.
- 44 "Formation of Parity-Nonconserving Nuclear Forces in the Standard Model $SU(2)_L \otimes U(1) \otimes SU(3)_C$ ", V.M. Dubovik and S.V. Zenkin, Ann. Phys. (N.Y.) 172 100 1986.
- 45 "Parity non-conservation in the alpha particle decay of the 8.87 MeV 2^- state of ^{16}O ", K. Neubeck, H. Schober and H. Waffler, Phys. Rev. C10, 320, 1974.

- 46 R.G.H. Robertson et al., Bull. Am. Phys. Soc. 25 577 1980.
- 47 "Study of Parity Nonconservation in $p\alpha$ scattering", R. Henneck et al., Phys. Rev. Lett. 48 725 1982.
- 48 Voir référence 42.
- 49 "A New Experimental Study of the Circular Polarization of np Capture γ -rays", V.A. Knyaz'kov et al., Nucl. Phys. A417 209 1984.
- 50 "Search for Right-Handed Currents in Muon Decay", J. Carr et al., Phys. Rev. Lett. 51 627 1983. "Search for Right-Handed Currents by Means of Muon Spin Rotation", D.P. Stoker et al., Phys. Rev. Lett. 54 1887 1985
"Search for Right-Handed Currents in Muon Decay", A. Jodidio et al., Phys. Rev. D34 1967 1986.
- 51 "Manifest Left-Right Symmetry and its Experimental Consequences", M.A.B. Bégin et al., Phys. Rev. Lett., 38 1252 1977.
- 52 "Precision Measurement of Positron Polarization in ^{68}Ga Decay based on the Use of a new Positron Polarimeter", G. Gerber et al., Phys. Rev. D15 1189 1977.
- 53 "Muon Spin Rotation Studies at SIN", M. Camani et al., Hyperfine Interactions 2 83 1976.
- 54 "Positive-Muon Spin Depolarization in Solids", T. McMullen and E. Zaremba, Phys. Rev. B18 3026 1978.
- 55 "CP Violation and K^0 Decays", K. Kleinknecht, Ann. Rev. Nucl. Sci. 26 1 1976.
" K^0 Decay and CP Violation", J. Steinberger, Rapport CERN 70-1, NP Division, 1970.
- 56 Voir référence 2.
- 57 Voir référence 2.
- 58 "Invariance Principles and Elementary Particles", J.J. Sakurai, Princeton University Press, 1964.
- 59 "Improved Experimental Test of Detailed Balance and Time Reversibility in the Reactions $^{27}\text{Al} + p \rightleftharpoons ^{24}\text{Mg} + \alpha$ ", E. Blanke et al., Phys. Rev. Lett. 51 355 1983.
- 60 "Evidence of Time-Symmetry Violation in the Interaction of Nuclear Particles", R.J. Slobodrian et al., Phys. Rev. Lett. C47 1803 1981.
- 61 " $^9\text{Be}(\vec{^3}\text{He}, \vec{p})^{11}\text{B}$ Polarization and Implications for Time-Reversal Invariance", R.A. Hardekopf et al., Phys. Rev. C25 1090 1982.
- 62 "No Evidence for Time Reversal Invariance Violation from $(\vec{^3}\text{He}, \vec{p})$ Polarization Measurements", R.P. Treille et al., Phys. Letters B134 34 1984.
- 63 "Large Deviations from the Polarization-Analysing Power Equality and Implied Breakdown of Time Reversal Invariance, H.E. Conzett et al. in "Polarization Phenomena in Nuclear Physics-1980", Lausanne, 1980, edited by G.G. Ohlsen et al., AIP Conference Proceedings, Number 69.
- 64 "Difference between Polarization and Analysing Power for 800-MeV n-p Elastic Scattering: Test

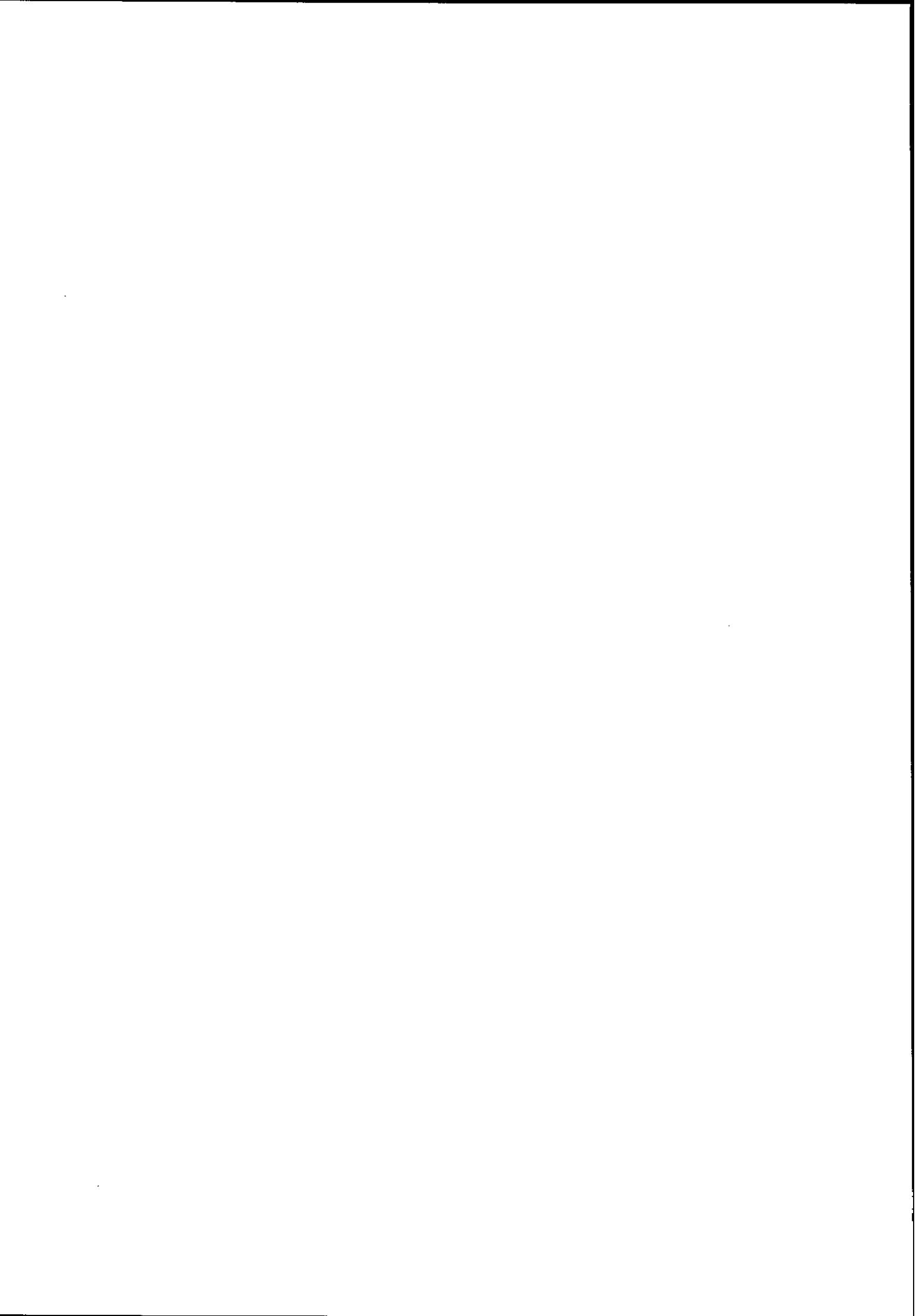
- of Time-Reversal Invariance", T.S. Bhatia et al., Phys. Rev. Lett. 48 227 1982.
- "Upper Limit for T-Invariance Violation in Elastic pp Scattering", E. Aprile et al., Phys. Rev. Lett. 47 1360 1981.
- "Time Reversal and Charge Symmetry Studies in Single Nucleon Transfer Reactions in the A = 5 System", A.L. Sagle et al., Phys. Rev. C25 1685 1982.
- "Check of the T-Invariance Principle in 635 MeV pn-Scattering", R. Zulkarneev et al., Phys. Letters 61B 164 1976.
- "Test of the Polarization-Analysing Power Equality in Two (\vec{p},d) Reactions and their Inverses", B.L. Burks et al., Phys. Rev. C25 1168 1982.
- 65 "Test of Time Reversal Invariance in p-p Elastic Scattering at 198.5 MeV", C.A. Davis et al., Phys. Rev. C33 1196 1986.
- 66 "New Experimental Limit on T Invariance in Polarized-Neutron β Decay", R.J. Steinberg et al., 33 41 1974.
- 67 "Improved Experimental Test of Time-Reversal Symmetry in ^{19}Ne β Decay", R.M. Baltrusaitis and F.P. Calaprice, Phys. Rev. Lett. 38 464 1977.
- 68 "Test of Time Reversal Invariance in ^{57}Fe ", N.K. Cheung et al., Phys. Rev. C16 2381 1977.
- "Test of Time-Reversal Invariance in ^{131}Xe ", J.L. Gimlett et al., Phys. Rev. C25 1567 1982.
- 69 "Fundamental Symmetries", D. Wilkinson, Proc. Sixth Int. Symp. Polar. Phenom. in Nucl. Phys., Osaka, 1985; J. Phys. Soc. Jpn 55 347 1986.
- 70 "Electric-Dipole Moments of Particles", N.F. Ramsey, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 32 211 1982.
- 71 "Electric Dipole Moment of the Neutron", N.F. Ramsey, Comments Nucl. Part. Phys. 10, 227, 1981.
- 72 "A Proposed High Sensitivity Search for T-Violation in eV Neutron Resonances", C.D. Bowman et al., Communication à la Conférence "Weak and Electromagnetic Interactions in Nuclei", Heidelberg, Juillet 1986.
- "Test of T Invariance in Neutron Optics", P.K. Kabir, Phys. Rev. D25 2013 1982.
- "Enhancement of T-Noninvariant Effects in Neutron-Induced Nuclear Reactions, V.E. Bunakov and V.P. Gudkov, Z. Phys. A308 363 1982.
- 73 "Limits for Short-Lived Neutral Particles Emitted in μ^+ or π^+ Decay", R. Eichler et al., Phys. Letters B175 101 1986.
- 74 "Search for Light Short-Lived Particles in Radiative Upsilon Decays", G. Mageras et al., Phys. Rev. Lett. 56 2672 1986.
- "Upper Limits for the Production of Light Short-Lived Neutral Particles in Radiative Υ Decay", T. Bowcock et al., Phys. Rev. Lett. 56 2676 1986.
- 75 "Search for Neutral Particles in Electron-Beam-Dump Experiment", A. Konaka et al., Phys. Rev. Lett. 57 659 1986.

- 76 "Search for a Short-Lived Neutral Particle Produced in Nuclear Decay", M.J. Savage et al., Phys. Rev. Lett. 57 178 1986.
- 77 "Proton Decay Experiments", D.H. Perkins, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 34 1 1984.
"Baryon Number and Lepton Number Conservation Laws", H. Primakoff and S.P. Rosen, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 31 145 1981.
"Proton Decay", K. Enquist and D.V. Nanopoulos, Progress in Particle and Nuclear Physics, edited by D. Wilkinson, Pergamon Press, Volume 16, 1.
- 78 "Proton Decay: Theory Versus Experiment", W. Lucha, Comments Nucl. Part. Phys. 16 155 1986.
- 79 "Lie Algebras in Particle Physics", H. Georgi, The Benjamin/Cummings Publishing Company, Inc., 1982.
- 80 "Gauge theory of elementary particle physics", Ta-Pei Cheng and Ling-Fong Li, Clarendon Press, Oxford, 1984.
- 81 "Grand Unification, Proton Decay, and Magnetic Monopoles", M. Goldhaber and W.J. Marciano, Comments Nucl. Part. Phys. 16 23 1986.
- 82 "Nuclear Effects on Proton Decay", L. Bracci et al., Phys. Letters 167B 356 1986.
"Influence of the Nuclear Medium on the Lifetime of the Proton", Carl B. Dover and Ling-Lie Chau Wang in "A Festschrift for Maurice Goldhaber", Transactions of the New York Academy of Sciences, Series II, Volume 40, 1980.
- 83 "Experimental Search for Neutron-Antineutron Transitions with Free Neutrons", G. Fidecaro et al., Phys. Letters 156B 122 1985.
- 84 "Double Beta Decay", W.C. Haxton and G.J. Stephenson, Jr., Progress in Particle and Nuclear Physics, edited by D. Wilkinson, Pergamon Press, Volume 12, 409.
"Baryon Number and Lepton Number Conservation Laws", H. Primakoff and S.P. Rosen, Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 31 145 1981.
"The Neutrino Mass and Family, Lepton and Baryon Number Non-Conservation in Gauge Theories", J.D. Vergados, Phys. Rep. 133 1 1986.
- 85 "Double Beta Decay", D. Bryman and C. Picciotto, Rev. Mod. Phys. 50 11 1978.
- 86 "New Contribution to Neutrinoless Double Beta Decay in Gauge Models", R.N. Mohapatra and J.D. Vergados, Phys. Rev. Lett. 47 1713 1981.
- 87 "The Neutrino Mass and Family, Lepton and Baryon Number Non-Conservation in Gauge Theories", J.D. Vergados, Phys. Rep. 133 1 1986.
- 88 "Neutrinoless Double- β Decay and its Relation to Pion Double Charge Exchange", A. Fazely and L.C. Liu, Phys. Rev. Lett. 57 968 1986.
- 89 "The Time Projection Chamber", edited by J.A. Macdonald, AIP Conference Proceedings, Number 108, American Institute of Physics.

- 90 "Neutrinoless Double β -Decay in ^{76}Ge ", F. Leccia et al., *Nuovo Cimento* 78A 50 1983.
- 91 "Is There No Muon-Electron Conversion?", J. Schacher, *Comments Nucl. Part. Phys.* 8 97 1978.
"The Neutrino Mass and Family, Lepton and Baryon Number Non-Conservation in Gauge Theories", J.D. Vergados, *Phys. Rep.* 133 1 1986.
- 92 "Search for Gamma-Radiation in the 2.2 Microsecond Meson Decay Process", E.P. Hincks and B. Pontecorvo, *Phys. Rev.* 73 257 1948.
- 93 A. Lagarrigue et C. Peyrou, *Comptes Rendus Acad. Sciences Paris* 234 1873 1952.
- 94 "Observation of High-Energy Neutrino Reactions and the Existence of Two Kinds of Neutrinos", G. Danby et al., *Phys. Rev. Lett.* 9 36 1962.
- 95 Voir référence 28.
- 96 "Reaction $\mu^- + \text{Nucleus} \rightarrow e^- + \text{Nucleus}$ in Gauge Theories", W.J. Marciano and A.I. Sanda, *Phys. Rev. Lett.* 38 1512 1977.
- 97 "Consequences of Flavor as a Dynamical Quantum Number", V. Visnjic-Triantafillou, *Phys. Lett.* B95 47 1980.
"Natural Composite Model for Quarks and Leptons", V. Visnjic-Triantafillou, *Phys. Rev.* D25 248 1982.
- 98 "Large Muon- and Electron-Number Nonconservation in Supergravity Theories", F. Borzumati and A. Masiero, *Phys. Rev. Lett.* 57 961 1986.
"Observable Physics from Superstring Exotic Particles: Small Dirac Neutrino Masses", A. Masiero et al., *Phys. Rev. Lett.* 57 663 1986.
- 99 "Neutrino Oscillations", A.K. Mann, *Comments Nucl. Part. Phys.* 10 155 1981.
"Low-Energy Neutrino Physics and Neutrino Mass", F. Boehm and P. Vogel, *Ann. Rev. Nucl. Part. Sci.* 34 125 1984.
- 100 "Experimental Study of Neutrino Oscillations at a Fission Reactor", F. Boehm et al., *Phys. Letters* 97B 310 1980.
- 101 "Indication for Neutrino Oscillation from a High Statistics Experiment at the Bugey Reactor", J.F. Cavaignac et al., *Phys. Lett.* 148B 387 1984.
- 102 "Neutrino Properties", K. Winter, 2nd ESO/CERN Symposium on Cosmology, Astronomy and Fundamental Physics, Garching, March 1986; CERN-EP/86-61.
- 103 "A Search for ν_μ Oscillations in the Δm^2 Range 0.3-90 eV²", F. Dydak et al., *Phys. Letters* 134B 281 1984.
"Experimental Limits on Neutrino Oscillations", N.J. Baker et al., *Phys. Rev. Lett.* 47 1576 1981.
"Upper Limits to ν_μ - ν_τ Oscillations and ν_μ - τ Coupling", N. Ushida et al., *Phys. Rev. Lett.* 47 1694 1981.
"New Limit on the Strength of Mixing Between ν_μ and ν_τ ", L.A. Ahrens et al., *Phys. Rev.* D31,

2732 1985.

- 104 "Anomalous Electron Production Observed in the CERN PS Neutrino Beam", G. Bernardi et al., Phys. Letters B181 173 1986.
- 105 "Neutrino Oscillations in Matter", L. Wolfenstein, Phys. Rev. D17 2369 1978.
- 106 "Resonant Amplification of ν Oscillations in Matter and Solar Neutrino Spectroscopy", S.P. Mikheyev and A. Yu Smirnov, Nuovo Cimento 9C 17 1986.
- 107 "Matter Effects for Solar Neutrino Oscillations", J. Bouchez et al., Z. Phys. C32 499 1986.
- 108 "The Solar Neutrino Puzzle", W.C. Haxton, Comments Nucl. Part. Phys. 16 95 1986.
"Yet Another Possible Explanation of the Solar Neutrino Puzzle", E.W. Kolb et al., Phys. Letters B175 478 1986.
"Possible Explanation of the Solar-Neutrino Puzzle", H.A. Bethe, Phys. Rev. Lett. 56 1305 1986.
"Resonant-Solar-Neutrino-Oscillation Experiments", S.J. Parke and T.P. Walker, Phys. Rev. Lett. 57 2322 1986.
- 109 Voir référence 16.
- 110 "Coulomb corrections in allowed β transitions", J.D. Jackson, S.B. Treiman and H.W. Wyld, Jr., Nucl. Phys. 4 206 1957.
- 111 "Muon physics", F. Scheck, Phys. Reports 44 187 1978.
- 112 "Oscillations Among Three Neutrino Types and CP Violation", L. Wolfenstein, Phys. Rev. D18 958 1978.
Voir référence 20, p. 410.
- 113 Voir référence 108.



SYMETRIE D'ISOSPIN ET STRUCTURE NUCLEAIRE

S. GALES^{*} et NGUYEN VAN GIAI[★]

Institut de Physique Nucléaire d'Orsay

^{*} Division de Recherche Expérimentale

[★] Division de Physique Théorique,
Laboratoire associé au C.N.R.S.

Résumé

Les principaux effets dûs à l'invariance approchée d'isospin dans les systèmes nucléaires sont passés en revue. Après un bref rappel du formalisme de l'isospin, on examine les évidences expérimentales provenant du problème à deux corps et concernant l'invariance et la symétrie de charge des forces nucléaires. Diverses prédictions théoriques relatives à l'impureté d'isospin des états nucléaires sont comparées. Une illustration de l'utilité de la notion d'isospin est apportée par l'extraction de la constante de couplage faible G_V à partir des transitions β superpermises. La formule de masse des multiplets isobariques et les décroissances interdites sont étudiées en détail, tant du point de vue expérimental que théorique. Les aspects expérimentaux des résonances isobariques analogues sont présentés, et leur interprétation est exposée dans le cadre de modèles microscopiques. La question des déplacements coulombiens est examinée, en particulier pour les noyaux miroirs. Enfin, le rôle de la symétrie d'isospin dans les réactions nucléaires aux énergies intermédiaires conduisant aux résonances géantes (résonances isovectorielles d'échange de charge, résonances Gamow-Teller, M1, etc...) est étudié.

Abstract

The main effects of the approximate isospin invariance in nuclear systems are reviewed. After a short reminder of isospin formalism, experimental evidences from the two-body problem and concerning charge invariance and charge symmetry of nuclear forces are examined. Various theoretical predictions of isospin impurity in nuclear states are compared. The usefulness of isospin is illustrated by the extraction of the weak coupling constant G_V from superallowed β transitions. The isobaric multiplet mass formula and the forbidden decays are studied in detail experimentally as well as theoretically. Experimental aspects of isobaric analog resonances are presented, and their interpretation is made in the framework of microscopic models. The problem of Coulomb displacement energies is examined, especially for the case of mirror pairs. Finally, the role of isospin symmetry in intermediate energy reactions leading to giant resonances (charge exchange isovector resonances, Gamow-Teller resonances, M1, etc...) is studied.

"Isotopic spin is not a key to nuclear structure which will one time unlock its secrets ... it chooses itself what information it is willing to provide and this is far from all that one might desire".

E.P. Wigner (1957)

INTRODUCTION

Le degré de liberté d'isospin est aujourd'hui une notion bien familière dans l'étude des noyaux, c'est-à-dire des systèmes constitués d'un certain nombre de nucléons, que ce nombre soit grand ou petit. L'isospin est souvent traité comme un invariant du système, au même titre que le moment angulaire ou la parité. Et pourtant, il est clair que l'isospin ne peut pas représenter une symétrie exacte, à la différence de la rotation par exemple, puisque des forces non indépendantes de charge (électromagnétiques et nucléaires) existent dans tout système nucléaire. Le paradoxe est que, même dans les noyaux les plus lourds où les forces coulombiennes contribuent pour une part très importante à l'énergie totale, la notion d'isospin garde tout son sens.

Le temps mis à exploiter et affiner cet outil puissant fut relativement long et marqué par quelques périodes extrêmement fastes. Immédiatement après la découverte expérimentale du neutron /J. Chadwick, Proc. Roy. Soc. A136(1932)692/, Heisenberg introduisit la variable d'isospin pour décrire les deux états de charge (proton et neutron) d'une même particule, le nucléon /W. Heisenberg, Z. Phys. 77(1932)1/. Cependant, l'idée que les forces nucléaires étaient à un haut degré indépendantes de charge ne s'imposa que plus tard, par l'étude des paires de noyaux miroirs légers /E. Feenberg et E.P. Wigner, Phys. Rev. 51(1937)95/ et l'on peut situer le véritable point de départ de la théorie de l'isospin dans les noyaux en cette même année /E.P. Wigner, Phys. Rev. 51(1937)106/. Peu de temps après, le premier exemple d'une règle de sélection due à l'isospin était fourni par l'observation que la transition $^{12}\text{C}^*(2^+T = 1, E = 16.11 \text{ MeV}) \rightarrow ^8\text{Be} + ^4\text{He}$ était réduite d'un facteur 10^4 par rapport aux transitions d'états environnants d'isospin $T = 0$ /J.R. Oppenheimer et R. Serber, Phys. Rev. 53(1938)636/.

Sans vouloir faire l'historique de l'évolution ultérieure, il nous faut mentionner les étapes marquantes. La conservation de l'isospin dans les réactions nucléaires fut explorée de façon extensive par Adair /R.K. Adair, Phys. Rev. 87(1952)1041/ tandis que dans le même temps les règles de sélection d'isospin dans les transitions électromagnétiques étaient énoncées /L.E.H. Trainor, Phys. Rev. 85(1952)962 ; L.A. Radicati, Phys. Rev. 87(1952)521/. La formule de masse des multiplets isobariques peut être attribuée à Wigner /E.P. Wigner, Proc. of the R.A. Welch Foundation Conf. on Chemical Research (1957)/ qui, du reste, aura marqué toute l'histoire de l'isospin. La période la plus riche fut probablement la décennie qui suivit la découverte des résonances isobariques analogues dans les noyaux moyens et lourds /J.D. Anderson et C. Wong, Phys. Rev. Lett. 7(1961)250 ; J.D. Fox, G.F. Moore et D. Robson, Phys. Rev. Lett. 12(1964)198/, découverte réellement surprenante

et qui ouvrit un domaine nouveau /cf. Isospin in Nuclear Physics, ed. D.H. Wilkinson, North-Holland (1969)/. Plus près de nous, l'intense activité suscitée par l'étude des résonances Gamow-Teller et par les mesures des composantes d'isospin des résonances géantes à l'aide des réactions d'échange de charge illustre bien le fait que l'isospin n'a pas encore livré toutes les informations qu'il contient.

Chapitre I

NON-INVARIANCE D'ISOSPIN DES FORCES NUCLEAIRES ET COULOMBIENNES

I.1 LE FORMALISME DE L'ISOSPIN

Un système donné peut se trouver dans divers états qui diffèrent par leur charge. Par exemple, un nucléon peut avoir une charge $q = +e$ (proton) ou $q = 0$ (neutron) ; de même, la charge d'un méson π peut être $q = \pm e$ (π^\pm) ou $q = 0$ (π^0). Le degré de liberté d'isospin a été introduit pour décrire ces différents états de charge. Ainsi, le proton et le neutron seront les deux membres d'un doublet d'isospin, tandis que les trois états de charge possibles du méson π seront les membres d'un triplet d'isospin. Dans cette section, nous rappellerons les principaux éléments du formalisme qui nous seront utiles pour la suite.

I.1.1. Système à un nucléon

De façon tout à fait similaire au cas du spin $\frac{1}{2}$, les deux états de charge d'un nucléon sont décrits par des spineurs à 2 composantes :

$$\begin{aligned} \text{neutron : } |n\rangle &\equiv \chi_n = \chi_+ = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\ \text{proton : } |p\rangle &\equiv \chi_p = \chi_- = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (I.1)$$

A la variable d'isospin correspond un opérateur $\vec{t} = \frac{1}{2} \vec{\tau}$ qui a le caractère d'un opérateur vectoriel dans l'espace d'isospin (isovecteur). Pour un système d'isospin $\frac{1}{2}$ tel que le nucléon, les composantes de $\vec{\tau}$ sont représentées par les matrices de Pauli :

$$\tau_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (I.2)$$

qui vérifient les propriétés :

$$\tau_x^2 = \tau_y^2 = \tau_z^2 = \mathbb{1}, \quad [\tau_x, \tau_y] = 2i\tau_z, \quad \text{etc...} \quad (I.3)$$

L'opérateur \vec{t} étant un isovecteur, il se comporte comme un tenseur d'ordre 1 dans l'espace d'isospin, et toutes les propriétés familières pour l'opérateur moment angulaire dans l'espace ordinaire ¹⁾ (composition de plusieurs moments angulaires, théorème de Wigner-Eckart, etc...) se transcrivent de façon immédiate à l'opérateur isospin dans l'iso-espace. Nous aurons parfois besoin des composantes standard (t_1, t_0, t_{-1}) de \vec{t} ; elles s'expriment en fonction des composantes cartésiennes par :

$$t_{\pm 1} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} (t_x \pm i t_y), \quad t_0 = t_z \quad (I.4)$$

Les spineurs $|n\rangle = \chi_+$ et $|p\rangle = \chi_-$ de (I.1) sont vecteurs propres de \vec{t}^2 , la valeur propre

étant $\frac{1}{2}$. Ils sont aussi vecteurs propres de t_z (ou t_0) correspondant aux valeurs propres $+\frac{1}{2}$ (neutron) et $-\frac{1}{2}$ (proton). Cette convention de signe est celle en usage en physique nucléaire, et diffère de celle utilisée en physique des particules. On a donc les relations :

$$\begin{aligned} \vec{t}^2 \chi_{\pm} &= \frac{1}{2}(\frac{1}{2} + 1) \chi_{\pm} \quad , \\ t_z \chi_{\pm} &= \pm \frac{1}{2} \chi_{\pm} \end{aligned} \quad (1.5)$$

L'opérateur de charge d'un nucléon s'écrit :

$$q = e(\frac{1}{2} - t_z) \quad (1.6)$$

Il est utile d'introduire les opérateurs de montée et de descente de la charge (ou de la troisième composante d'isospin), qui transforment un neutron en un proton et vice-versa :

$$t_{\pm} \equiv t_x \pm i t_y = \mp \sqrt{2} t_{\pm 1} \quad (1.7)$$

Ces opérateurs vérifient :

$$\begin{aligned} t_- |n\rangle &= |p\rangle \quad , \quad t_- |p\rangle = 0 \quad , \\ t_+ |p\rangle &= |n\rangle \quad , \quad t_+ |n\rangle = 0 \quad , \end{aligned} \quad (1.8)$$

ainsi que les propriétés de commutation suivantes, qui se déduisent de (1.3) :

$$\begin{aligned} [t_+ , t_-] &= 2 t_0 \\ [t_0 , t_{\pm}] &= \pm t_{\pm} \end{aligned} \quad (1.9)$$

1.1.2 Système à deux nucléons

Si $\vec{t}^{(1)}$ et $\vec{t}^{(2)}$ sont les isospins de chaque nucléon, l'isospin total du système est :

$$\vec{T} = \vec{t}^{(1)} + \vec{t}^{(2)} \quad (1.10)$$

Chacun des 4 états : $|nn\rangle = \chi_+(1)\chi_+(2)$, $|np\rangle = \chi_+(1)\chi_-(2)$, $|pn\rangle = \chi_-(1)\chi_+(2)$, $|pp\rangle = \chi_-(1)\chi_-(2)$

est état propre de T_z . Nous noterons par $|A=2, T, T_0\rangle$ des états propres simultanés de \vec{T}^2 et T_z et nous les appellerons des états de bon isospin :

$$\begin{aligned} \vec{T}^2 |A=2, T, T_0\rangle &= T(T+1) |A=2, T, T_0\rangle \\ T_z |A=2, T, T_0\rangle &= T_0 |A=2, T, T_0\rangle \end{aligned} \quad (1.11)$$

avec les conditions : $0 \leq T \leq 1$, $|T_0| \leq T$.

On peut vérifier que :

$$\begin{aligned} |A=2, T=1, T_0=1\rangle &= |nn\rangle \\ |A=2, T=1, T_0=0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|np\rangle + |pn\rangle) \\ |A=2, T=1, T_0=-1\rangle &= |pp\rangle \\ |A=2, T=0, T_0=0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|np\rangle - |pn\rangle) \end{aligned} \quad (1.12)$$

Les 3 états correspondant à $T = 1$ sont symétriques par échange des isospins des nucléons 1 et 2 et forment un triplet d'isospin, tandis que l'état ayant $T = 0$ est antisymétrique dans cet échange et constitue un singulet d'isospin. A l'opération d'échange d'isospin correspond l'opérateur :

$$P_{\tau} = \frac{1}{2} (1 + \vec{\tau}^{(1)} \cdot \vec{\tau}^{(2)}) \quad (1.13)$$

qui possède naturellement les propriétés :

$$P_{\tau} |T=1, T_0\rangle = |T=1, T_0\rangle, \quad P_{\tau} |T=0, T_0\rangle = -|T=0, T_0\rangle \quad (1.14)$$

On peut aussi définir les projecteurs sur les états symétriques et antisymétriques :

$$\begin{aligned} \text{symétrique :} \quad P_{T=1} &= 3/4 + \vec{I}^{(1)} \cdot \vec{I}^{(2)} \\ \text{antisymétrique :} \quad P_{T=0} &= 1/4 - \vec{I}^{(1)} \cdot \vec{I}^{(2)} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Exercice : vérifier que $P_T P_{T'} = \delta_{TT'} P_T$.

Principe de Pauli

Un état de 2 nucléons doit être totalement antisymétrique par échange des variables d'espace, de spin et d'isospin de ces 2 nucléons. La symétrie d'espace dépend de la parité du moment orbital relatif L, tandis que la symétrie de spin est analogue à ce que nous venons de voir pour l'isospin. La notation habituelle pour indiquer les nombres quantiques d'espace et de spin d'un état est $2S+1 L_J$ où $J = L + S$ est le moment angulaire total. La Table 1 résume les situations autorisées par le principe de Pauli :

T	S	L	exemples
1	0(singulet)	pair	$^1S_0, ^1D_2, \text{etc ...}$
1	1(triplet)	impair	$^3P_0, ^3P_1, ^3P_2, ^3F_2, \text{etc ...}$
0	0(singulet)	impair	$^1P_1, ^1F_3, \text{etc ...}$
0	1(triplet)	pair	$^3S_1, ^3D_1, ^3D_2, \text{etc ...}$

Table 1

A titre d'illustration, rappelons que le deutéron est un état ($T = 0, J = 1$) ayant une forte composante 3S_1 et une faible (mais essentielle pour certaines propriétés comme le moment quadrupolaire) composante 3D_1 . Dans la diffusion nucléon-nucléon à basse énergie, l'onde S ($L = 0$) prédomine et donc les réactions p+p et n+n (où $T = 1$) sont surtout sensibles à l'état 1S_0 , tandis que la réaction p+n (où l'on a un mélange $T = 0$ et $T = 1$) fournit des informations sur les états 3S_1 et 1S_0 .

L'énergie d'interaction entre deux nucléons est plus attractive lorsque cette paire se trouve dans un état relatif de symétrie maximum dans les variables d'espace et de spin ²⁾, et donc de symétrie minimum en isospin : toutes choses étant égales par ailleurs, c'est l'isospin $T = 0$ de cette paire qui est favorisé (c'est le cas, par exemple, du deutéron). Il en résulte que dans les noyaux, les états les plus bas (en particulier les fondamentaux) correspondent généralement à l'isospin minimum, $T = T_Z = \frac{N-Z}{2}$. On ne rencontre que peu d'exceptions à cette règle.

Conservation de la charge

L'opérateur de charge du système $A = 2$ est :

$$Q = \sum_{i=1}^2 e \left(\frac{1}{2} - t_z^{(i)} \right)$$

Si H est le hamiltonien du système, dire que la charge est conservée dans tout processus gouverné par H revient à dire que H commute avec Q , et donc avec $T_z = \sum_i t_z^{(i)}$:

$$[H, T_z] = 0 \quad (I.16)$$

Ceci se généralise évidemment à $A > 2$, et la relation (I.16) sera supposée toujours vraie pour un système contenant A nucléons.

Indépendance de charge

Par définition, un système sera dit indépendant de charge si le hamiltonien H est invariant par rotation dans l'espace d'isospin, et par conséquent si :

$$[H, \vec{T}] = 0$$

Comme nous avons supposé que (I.16) est vérifiée, l'indépendance de charge peut se ramener à :

$$\text{indépendance de charge} \Leftrightarrow [H, \vec{T}^2] = 0 \Leftrightarrow H \text{ est isoscalaire} \quad (I.17)$$

La propriété (I.17) apparaît, à première vue, plutôt abstraite ; pourquoi l'appeler indépendance de charge ? Supposons que neutron et proton aient la même masse M et que les nucléons interagissent par une interaction V ; le hamiltonien du système $A = 2$ est $H = \sum_{i=1}^2 \left(\frac{\hbar^2 \nabla_i^2}{2M} + V \right)$. La relation (I.17) et le théorème de Wigner-Eckart ¹⁾ entraînent que :

$$\langle T, T_0 | H | T', T'_0 \rangle = \delta_{TT'} \delta_{T_0 T'_0} \langle T || H || T' \rangle \quad (I.18)$$

Si nous appliquons la relation (I.18) aux états $|T = 1, T_0 = -1\rangle$ (p-p), $|T = 1, T_0 = 0\rangle$ (p-n) et $|T = 1, T_0 = 1\rangle$ (n-n), il en découle que :

$$V_{pp}^{T=1} = V_{pn}^{T=1} = V_{nn}^{T=1} \quad (I.19)$$

c'est-à-dire que l'interaction entre les deux nucléons ne dépend pas de leur état de charge (pourvu que l'isospin total soit $T = 1$).

De la définition (I.17), il résulte que la forme la plus générale d'une interaction à deux corps indépendante de charge est de la forme :

$$V_{IC}(1,2) = A + B \vec{E}^{(1)} \cdot \vec{E}^{(2)} \quad (I.20)$$

où A et B sont des fonctions des variables d'espace et de spin.

Symétrie de charge

Une hypothèse plus faible que l'indépendance de charge (I.19) consiste à supposer que l'interaction entre deux protons est égale à celle entre deux neutrons placés dans des conditions identiques, autrement dit l'interaction entre deux nucléons de même charge ne dépend pas de cette charge :

$$V_{pp}^{T=1} = V_{nn}^{T=1} \neq V_{pn}^{T=1} \quad (I.21)$$

Nous verrons plus loin que la force nucléaire entre deux nucléons vérifie à un haut degré la propriété de symétrie de charge (I.21). Par contre, il est évident que la force de Coulomb ne la vérifie pas du tout.

A l'opération de symétrie de charge correspond un opérateur P_{SC} qui effectue une rotation de 180° dans l'espace d'isospin, par exemple autour de O_y , de manière à amener le demi-axe Oz positif sur le demi-axe négatif :

$$P_{SC} \equiv e^{i\pi T_y} = \prod_j e^{i\pi t_y^{(j)}} = \prod_j (i\tau_y^{(j)}) \quad (I.22)$$

Exercice : Vérifier que : 1) $P_{SC} \chi_+ = -\chi_-$, $P_{SC} \chi_- = \chi_+$.

$$2) [P_{SC}, \vec{T}^{(1)} \cdot \vec{T}^{(2)}] = [P_{SC}, t_z^{(1)} t_z^{(2)}] = 0.$$

Dire qu'une interaction V est symétrique de charge revient à dire qu'elle commute avec P_{SC} :

$$\text{Symétrie de charge} \Leftrightarrow [V, P_{SC}] = 0 \quad (I.23)$$

Du fait du résultat 2) de l'exercice ci-dessus, une force symétrique de charge aura la forme générale :

$$V_{SC}(1,2) = A + B \vec{T}^{(1)} \cdot \vec{T}^{(2)} + D t_z^{(1)} t_z^{(2)} \quad (I.24)$$

où A , B et D sont des fonctions des variables d'espace et de spin.

Illustrons les notions d'indépendance et de symétrie de charge en considérant la force de Coulomb :

$$\begin{aligned} V_c(1,2) &= \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \left(\frac{1}{2} - t_z^{(1)}\right) \left(\frac{1}{2} - t_z^{(2)}\right) \\ &= \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \left\{ \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \vec{T}^{(1)} \cdot \vec{T}^{(2)}\right) - \frac{1}{2} (t_z^{(1)} + t_z^{(2)}) + \left(t_z^{(1)} t_z^{(2)} - \frac{1}{3} \vec{T}^{(1)} \cdot \vec{T}^{(2)}\right) \right\} \end{aligned} \quad (I.25)$$

Nous avons regroupé les termes de $V_c(1,2)$ de manière à faire apparaître des tenseurs d'ordre 0 (isoscalaire), 1 (isovecteur) et 2 (isotenseur) /Exercice : le vérifier/. Le premier terme (isoscalaire) satisfait à (I.17) et (I.23), il est indépendant de charge et a fortiori symétrique de charge. Le troisième terme (isotenseur) satisfait à (I.23) mais non à (I.17). Quand au second terme (isovecteur), il viole à la fois l'indépendance et la symétrie de charge.

1.1.3 Système à A nucléons

Toutes les définitions et propriétés introduites plus haut se généralisent facilement au cas d'un système contenant A nucléons. L'isospin total est :

$$\vec{T} = \sum_{i=1}^A \vec{T}^{(i)} \quad (I.26)$$

Les états de bon isospin total, c'est-à-dire états propres simultanés de \vec{T}^2 et T_z , seront notés $|A, T, T_0\rangle$ (cf. (I.11)). D'après (I.26), T ne peut être supérieur à $A/2$. Quant à T_0 , sa valeur est simplement $(N-Z)/2$, où N et Z sont les nombres de neutrons et de protons.

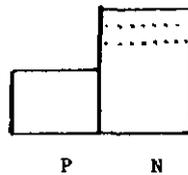
Les opérateurs de montée et de descente de la troisième composante d'isospin total s'obtiennent à partir des opérateurs individuels (1.7) :

$$T_{\pm} = \sum_{i=1}^A t_{\pm}^{(i)} \tag{1.27}$$

et vérifient des relations de commutation analogues à (1.9) :

$$[T_+, T_-] = 2T_z \quad , \quad [T_z, T_{\pm}] = \pm T_{\pm} \tag{1.28}$$

Comme nous le verrons plus loin, ces opérateurs de montée et de descente jouent un rôle central dans la théorie des états isobariques analogues. L'action de $T_-(T_+)$ sur un état d'un système de A nucléons est de produire une superposition d'états dans chacun desquels un neutron (proton) à la fois est changé en un proton (neutron) tout en gardant la même position et le même spin, et ceci pour autant que le principe de Pauli le permette. Nous pouvons l'illustrer par l'exemple simple suivant qui nous servira souvent : supposons que l'état initial (état parent $|\pi\rangle$) soit constitué d'un cœur où neutrons et protons occupent des états d'espace et de spin identiques, surmonté d'un excès de neutrons remplissant un certain nombre d'orbitales de valence. Nous pouvons représenter ainsi cet état :



L'action de T_- et T_+ sur cet état est indiquée sur la Figure 1.

$$T_- \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \right) = \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \bullet \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \bullet \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \bullet \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$$

$$T_+ \left(\begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} \right) = 0$$

Figure 1

Si l'état initial $|\pi\rangle$ contient N neutrons et Z protons, sa troisième composante d'isospin est $T_0 = \frac{N-Z}{2}$. L'état $T_-|\pi\rangle$ contient N-1 neutrons et Z+1 protons et par conséquent sa troisième composante d'isospin est T_0-1 . Plus précisément, on trouve à l'aide des relations (1.28) que l'action de T_{\pm} sur un état normalisé de bon isospin est :

$$T_{\pm} |A, T, T_0\rangle = \left[(T \mp T_0)(T \pm T_0 + 1) \right]^{1/2} |A, T, T_0 \pm 1\rangle \tag{1.29}$$

c'est-à-dire que l'application répétée de T_{\pm} permet de passer d'un membre à l'autre d'un multiplet d'isospin.

1.2. INDEPENDANCE ET SYMETRIE DE CHARGE DES FORCES NUCLEAIRES

1.2.1 Diffusion à basse énergie

Les principales indications que l'on possède sur l'indépendance de charge (IC) et la symétrie

de charge (SC) des forces nucléaires proviennent surtout des expériences de diffusion nucléon-nucléon à basse énergie. Lorsque l'énergie relative E est inférieure à 10 MeV, l'onde S ($L=0$) domine le processus de diffusion et il devient possible d'extraire des sections efficaces différentielles des informations sur l'interaction dans les états 1S_0 et 3S_1 . Pour vérifier les propriétés (I.19) et (I.21), il faut éliminer la contribution de l'état ($^3S_1, T = 0$) lorsqu'elle est présente (c'est le cas du système n-p).

L'analyse en déphasages des sections efficaces mesurées permet de déterminer les déphasages expérimentaux δ pour les différentes ondes partielles. A basse énergie, le déphasage correspondant à l'onde $L = 0$ peut s'exprimer par les premiers termes du développement de portée effective ¹⁾ :

$$k \cotg \delta_0 = -\frac{1}{a} + \frac{1}{2} r_0 k^2 + \dots \quad (I.30)$$

où $k = (2\mu E/\hbar^2)^{1/2}$, μ étant la masse réduite, a est la longueur de diffusion et r_0 la portée effective. L'expérience permet donc en principe de déduire les valeurs de a et r_0 pour les systèmes p-p, n-p et n-n.

a) Système p-p

Ce système permet des mesures de section efficace très précises. Cependant, le développement (I.30) doit être modifié à cause des effets coulombiens. Cette modification dépend de la manière dont on calcule les effets coulombiens à soustraire ³⁾, aussi les valeurs de a et r_0 que l'on obtient reflètent une part d'incertitude théorique.

b) Système n-p

Les mesures ici sont également très précises. Il subsiste le léger inconvénient qu'il faut soustraire la contribution de l'état ($^3S_1, T = 0$). Celle-ci peut être bien déterminée par des expériences de diffusion cohérente de neutrons lents ⁴⁾. Les valeurs de a et r_0 pour ce système sont donc entâchées de peu d'erreur.

c) Système n-n

La mesure directe de la diffusion est très difficile, et l'on a plutôt recours à des mesures indirectes où l'on produit 2 neutrons dans l'état final. La capture de pions lents ⁵⁾ :



donne de bonnes indications sur l'interaction entre 2 neutrons. D'autres réactions telles que ^{6,7)} :



ont aussi été utilisées. Les incertitudes sur les valeurs de a et r_0 proviennent pour une bonne part de la complexité des interactions dans l'état final de ces réactions.

d) Résultats

La Table 2, compilée par Henley ³⁾ en tenant compte d'un grand nombre d'analyses, résume

la situation pour la longueur de diffusion et la portée effective de l'onde 1S_0 .

Système	a(fm)	r_0 (fm)
p-p	-17 ± 2	2.83 ± 0.03
n-n	-17.6 ± 1.5	3.2 ± 1.6
n-p	-23.715 ± 0.013	2.76 ± 0.07

Table 2

Les valeurs négatives de a reflètent le fait que le système nucléon-nucléon ne possède pas d'état lié 1S_0 . Les résultats de la Table 2 indiquent que l'hypothèse de symétrie de charge (I.21) est compatible avec l'observation, tandis que l'indépendance de charge (I.19) semble moins bien vérifiée. On peut parvenir à des conclusions plus quantitatives en supposant que le potentiel nucléon-nucléon possède une certaine forme ⁸⁾. Par exemple, pour un potentiel de Yukawa de profondeur V_0 et de rayon R, on trouve :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta a}{a} &\approx 14 \frac{\Delta V_0}{V_0} + 29 \frac{\Delta R}{R} \\ \frac{\Delta r_0}{r_0} &\approx -1.3 \frac{\Delta V_0}{V_0} - 1.6 \frac{\Delta R}{R} \end{aligned} \quad (I.31)$$

Dans l'hypothèse où le rayon du potentiel est le même pour les trois systèmes p-p, n-n et n-p, on trouve alors pour les intégrales de volume \bar{V} :

$$\begin{aligned} \delta_{SC} &\equiv \frac{|\bar{V}_{nn}| - |\bar{V}_{pp}|}{\frac{1}{2}(|\bar{V}_{nn}| + |\bar{V}_{pp}|)} \approx (0.25 \pm 0.80)\% \\ \delta_{IC} &\equiv \frac{|\bar{V}_{np}| - |\bar{V}_{nn}|}{\frac{1}{2}(|\bar{V}_{np}| + |\bar{V}_{nn}|)} \approx (2.10 \pm 0.51)\% \end{aligned} \quad (I.32)$$

c'est-à-dire que la symétrie de charge est bien vérifiée, tandis que l'indépendance de charge pourrait être violée au niveau de 2%.

I.2.2 Autres tests expérimentaux

De nombreuses réactions, faisant en particulier intervenir des pions, ont été utilisées pour étudier le degré de violation de la symétrie de charge. Nous n'en citerons que deux exemples :

1) la réaction $d+d \rightarrow ^4\text{He} + \pi^0$ est interdite si l'isospin est un bon nombre quantique, puisque les noyaux d et ^4He ont $T = 0$ tandis que le pion est une particule $T = 1$. L'analyse de cette réaction ³⁾ donne la limite suivante pour la violation de SC : $\delta_{SC} \ll (0.51 \pm 0.08)\%$, qui est compatible avec (I.32).

2) la comparaison des déphasages nucléaires dans la diffusion élastique $\pi^{\pm} + ^4\text{He}$ fournit aussi des indications sur la violation de SC. Dans un travail récent, Khankhasayev et al. ⁹⁾ n'observent

aucune violation significative.

1.2.3 Effets contribuant à la violation de IC et SC

Un certain nombre d'effets d'origine électromagnétique affectent l'interaction entre deux nucléons suivant leur état de charge. On peut les classer en deux catégories ³⁾ : les effets directs pour lesquels l'évaluation théorique peut être faite avec une bonne précision, et les effets indirects dont l'estimation est plus difficile et entachée de plus d'incertitude.

1) effets électromagnétiques directs

La différence de masse $M_n - M_p = 1.29$ MeV affecte directement l'énergie cinétique du système. Une autre source de non-invariance d'isospin provient des forces électromagnétiques entre les nucléons (force de Coulomb, forces magnétiques, polarisation du vide). L'évaluation de ces seuls effets directs conduit à $\delta_{SC} \approx 0$, $\delta_{IC} \approx 2\%$ (cf. eq.(I.32)).

2) effets électromagnétiques indirects

La différence de masse $m_{\pi^+} - m_{\pi^0} = 4.60$ MeV affecte la partie à longue portée de la force nucléaire, et des effets similaires sont reliés à l'échange d'autres mésons chargés. D'autres effets plus faibles, mais que l'on peut aussi évaluer, proviennent de la différence $M_n - M_p$ lorsque le nucléon se propage dans des états intermédiaires, des corrections radiatives aux vertex πNN , des mélanges possibles d'isospin des mésons échangés, de la durée de vie finie de ces mésons. L'évaluation de tous ces effets, bien que peu précise, montre qu'ils sont faibles ³⁾.

En résumé, les valeurs expérimentales (I.32) de la violation de IC et SC sont raisonnablement bien comprises par les effets d'origine électromagnétique.

1.2.4 Le système A = 3

L'étude de l'énergie de liaison des systèmes à 3 nucléons donne aussi des indications sur la présence d'une composante violant SC dans l'interaction nucléaire. Considérons les deux noyaux ${}^3\text{He}$ et ${}^3\text{H}$, dont les énergies de liaison sont expérimentalement bien connues. Si l'on suppose que les interactions n'interviennent que par des forces à deux corps, on a :

$$\begin{aligned} E({}^3\text{He}) &= T + 2V_{np} + V_{pp} + V_{pp}^{e.m.} \\ E({}^3\text{H}) &= T' + 2V_{np} + V_{nn} \end{aligned} \quad (\text{I.33})$$

où T et T' sont les énergies cinétiques dans chaque noyau et V_{pp}^{em} est l'énergie d'interaction électromagnétique entre les deux protons dans ${}^3\text{He}$. On en déduit :

$$\begin{aligned} \Delta \equiv E({}^3\text{He}) - E({}^3\text{H}) &= (T - T') + (V_{pp} - V_{nn}) + V_{pp}^{e.m.} \\ &= \Delta T + \Delta V + V_{pp}^{e.m.} \end{aligned} \quad (\text{I.34})$$

La valeur expérimentale de Δ est 764 keV ; ΔT est relié à $M_n - M_p$ et peut-être estimé. L'évaluation de V_{pp}^{em} est délicate car elle peut dépendre du modèle de fonction d'onde adopté. Brandenburg et al. ¹⁰⁾ ont calculé V_{pp}^{em} de façon aussi indépendante que possible de modèle en utilisant les informations expérimentales sur le facteur de forme électromagnétique de ${}^3\text{He}$. Leur calcul conduit à :

$$\Delta V = (81 \pm 29) \text{ keV} \quad , \quad (I.35)$$

l'incertitude incluant à la fois les erreurs expérimentales et théoriques. Cette valeur, bien que plus faible que d'autres évaluations purement théoriques, n'est pas négligeable. Toutefois, elle pourrait être modifiée par des effets à 3 corps dont on sait qu'ils contribuent de façon appréciable à l'énergie de liaison.

1.3 PRINCIPALES CONSEQUENCES DE L'INVARIANCE EXACTE D'ISOSPIN DANS LES NOYAUX

De ce qui précède, il apparaît que les forces nucléaires, à un bon degré d'approximation, sont invariantes d'isospin. La seule source importante de violation de \vec{T} dans les systèmes nucléaires provient des forces électromagnétiques. Dans le cas "idéal" où ces dernières seraient absentes, le hamiltonien du noyau vérifierait l'indépendance de charge :

$$[H, \vec{T}] = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} [H, T^2] = 0 \\ [H, T_z] = 0 \end{cases} \quad (I.36)$$

et les états propres d'un système de A nucléons seraient caractérisés par les nombres quantiques $|E, J, \dots; T, T_0\rangle \equiv |\alpha; T, T_0\rangle$.

L'invariance d'isospin (I.36) entraîne les trois conséquences suivantes, apparemment triviales mais dont la violation constitue tout l'objet de l'étude de l'isospin dans les noyaux :

a) Dégénérescence des $(2T + 1)$ membres d'un multiplet d'isospin :

$$E(\alpha; T, T_0 = T) = E(\alpha; T, T_0 = T-1) = \dots = E(\alpha; T, T_0 = -T) \quad (I.37)$$

Les forces électromagnétiques lèvent cette dégénérescence et conduisent à la situation représentée dans la Figure 2. La description des énergies de tels multiplets est l'objet de la formule de masse des multiplets isobariques, qui sera traitée dans le prochain chapitre.

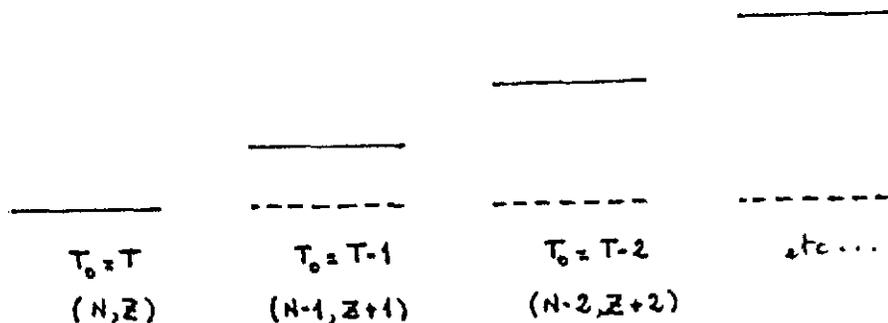


Figure 2

b) Pureté d'isospin des états nucléaires.

L'effet des forces électromagnétiques est d'introduire un mélange d'isospin dans les états.

Cette impureté se reflète dans l'existence de certaines transitions interdites d'isospin, comme nous le verrons avec certaines transitions β .

c) Identité des fonctions d'onde (d'espace et de spin) des membres d'un multiplet d'isospin. Cette propriété a été appelée "validité dynamique" de l'isospin par Wigner ⁷⁾. Sa violation affecte la position et la largeur des résonances isobariques analogues, et nous examinerons ce problème au chapitre III.

Il faut noter que pour un hamiltonien ne remplissant pas la condition (I.36), les propriétés a), b) et c) peuvent être violées de façon assez indépendante, c'est-à-dire que certaines d'entre elles peuvent garder une certaine validité. Supposons par exemple que la violation de (I.36) provienne de la différence des masses $M_n - M_p$ mais non des forces elles-mêmes. Alors, l'énergie d'un système de A nucléons dépendra des nombres de neutrons et de protons tandis que les fonctions d'onde de neutrons resteront malgré tout très semblables à celles des protons, et par conséquent b) et c) seront peu affectées. Le même argument peut s'appliquer au cas où les protons subissent l'effet d'un potentiel moyen variant lentement avec la distance tel que le champ moyen de Coulomb dans le noyau. On peut ainsi comprendre qualitativement pourquoi, d'un membre à l'autre d'un multiplet, l'on a des déplacements coulombiens de plusieurs MeV alors que les notions de pureté d'isospin et d'état analogue gardent un sens. On peut encore imaginer un autre type de violation de (I.36) par un hamiltonien (conservant la charge) tel que $\langle T, T_0 | H | T', T_0 \rangle = \delta_{TT'} f(T_0)$ (pour un hamiltonien satisfaisant (I.36), f ne dépendrait pas de T_0 mais de T). Alors, la pureté d'isospin b) resterait vraie, mais a) et c) ne seraient pas satisfaites. Cette situation est appelée par Mc Donald ¹¹⁾ la "distorsion dynamique" de l'isospin.

Pour clore cette section, nous allons introduire 3 types d'états qui nous seront utiles pour étudier les phénomènes liés à la non-invariance d'isospin des systèmes nucléaires (impuretés d'isospin, déplacements coulombiens, états analogues ...).

a) Etat analogue

Nous avons vu (cf. eq.(I.29)) que les opérateurs T_{\pm} connectaient entre eux les membres d'un multiplet. Deux états reliés par T_{-} ou T_{+} seront dits parent et analogue. Plus précisément, prenons pour parent l'état normalisé $|\pi\rangle \equiv |\alpha, T, T_0\rangle$ d'un système (N,Z). La troisième composante d'isospin est $T_0 = \frac{N-Z}{2}$. Par définition, l'état analogue $|\mathcal{A}\rangle$ est l'état normalisé :

$$|\mathcal{A}\rangle \equiv \mathcal{N} T_{-} |\pi\rangle \quad (I.38)$$

D'après (I.29) et la Figure 1, l'état analogue est un état d'isospin T du système (N-1, Z+1) ayant pour troisième composante d'isospin $T_0 - 1$. Si $|\pi\rangle$ est tel que $T = T_0$ (par exemple, si c'est un fondamental) alors $\mathcal{N} = (2T)^{-\frac{1}{2}}$. Plus généralement, on peut définir le n^{ième} analogue de $|\pi\rangle$ par :

$$|\mathcal{A}_n\rangle \equiv \mathcal{N}_n (T_{-})^n |\pi\rangle \quad (I.39)$$

b) Etat anti-analogue

Par définition, c'est un état $|\bar{A}\rangle$ construit sur les mêmes configurations que l'état analogue $|A\rangle$ mais qui lui est orthogonal. Pour cette raison, l'état $|\bar{A}\rangle$ est aussi appelé "état de configuration". Cela signifie que du point de vue des variables d'espace et de spin, $|A\rangle$ et $|\bar{A}\rangle$ ont un recouvrement maximum. Ils sont orthogonaux simplement parce qu'ils correspondent à des isospins différents : tandis que $|A\rangle$ est un état $|T, T_0-1\rangle$, $|\bar{A}\rangle$ est un état $|T-1, T_0-1\rangle$. La Table 3 donne un exemple d'états analogue et anti-analogue :

$^A_Z(\text{Noyau})_N$	T	T_z	Fonction d'onde
$^{13}_5B_8$	3/2	3/2	$ \pi\rangle = \begin{array}{ c c } \hline \circ & \circ \\ \hline \end{array}$
$^{13}_6C_7$	3/2	1/2	$ A\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \sqrt{2} \begin{array}{ c c } \hline \circ & \circ \\ \hline \end{array} + \begin{array}{ c c } \hline & \circ \\ \hline \end{array} \right\}$
$^{13}_6C_7$	1/2	1/2	$ \bar{A}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \left\{ \begin{array}{ c c } \hline \circ & \circ \\ \hline \end{array} - \sqrt{2} \begin{array}{ c c } \hline & \circ \\ \hline \end{array} \right\}$

Table 3

L'importance de l'état anti-analogue réside dans le fait que $|A\rangle$ et $|\bar{A}\rangle$ étant très semblables en espace et en spin, ils peuvent se coupler de façon appréciable à travers la force de Coulomb qui autorise des transitions $\Delta T = 1$ et qui a une dépendance d'espace assez douce.

c) Etat monopolaire isovecteur

L'interaction coulombienne dans un noyau :

$$V_c = \sum_{i < j}^A \frac{e^2}{|\vec{r}_i - \vec{r}_j|} \left(\frac{1}{2} - t_z^{(i)} \right) \left(\frac{1}{2} - t_z^{(j)} \right) \quad (1.40)$$

peut se décomposer en un potentiel moyen à 1 corps $V_c^{(1)}$ et une interaction résiduelle à 2 corps $V_c^{(2)}$. La partie à 1 corps résulte du potentiel coulombien créé par la distribution de charge $\rho_c(\vec{r})$ du noyau et constitue le terme dominant. A un bon degré d'approximation, on peut supposer que ρ_c est une distribution uniforme de rayon R_c , auquel cas $V_c^{(1)}$ est donné par :

$$V_c^{(1)} = \begin{cases} \frac{Ze^2}{2R_c^3} \sum_{i=1}^A (3R_c^3 - r_i^2) \left(\frac{1}{2} - t_z^{(i)} \right) & \text{si } r_i \leq R_c \\ Ze^2 \sum_{i=1}^A \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{2} - t_z^{(i)} \right) & \text{si } r_i > R_c \end{cases} \quad (1.41)$$

Ceci suggère d'introduire les états normalisés suivants :

$$|M_k\rangle = \mathcal{N} \left(\sum_{i=1}^A \tau_i^2 \hat{t}_k^{(i)} \right) |\pi\rangle = \mathcal{N} \hat{M}_k |\pi\rangle, \quad k = -1, 0, 1. \quad (1.42)$$

Les opérateurs \hat{M}_k sont de type isovecteur monopolaire, par construction. Si T est l'isospin de $|\pi\rangle$, $|M_k\rangle$ sera généralement un mélange d'isospins $T-1$, T et $T+1$ pour autant que le permette la troisième composante T_0 . Dans les problèmes où interviennent des éléments de matrice du type $\langle n | v_c | \pi \rangle \simeq \langle n | v_c^{(1)} | \pi \rangle$ où $|n\rangle$ est un état quelconque orthogonal à $|\pi\rangle$, il est clair que le terme $|n\rangle = |M_0\rangle$ jouera un rôle prépondérant. Nous en verrons un exemple dans la section suivante consacrée à l'impureté d'isospin des états fondamentaux. On peut illustrer la structure des états monopolaires isovecteurs par la Figure 3 :

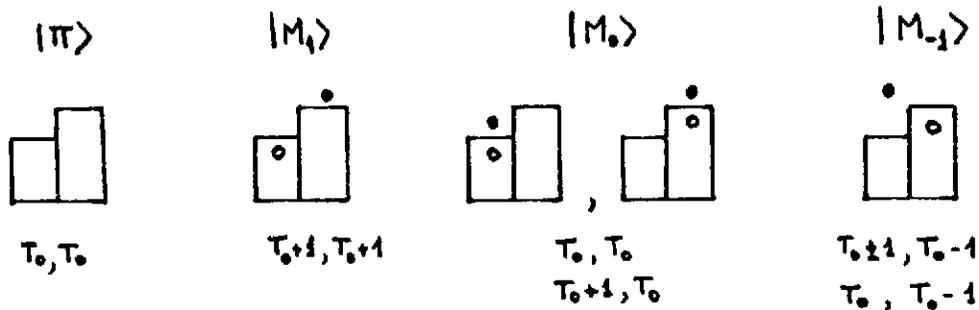


Figure 3

I.4 IMPURETE D'ISOSPIN DES ETATS NUCLEAIRES

Nous n'examinerons en détail que le cas des états fondamentaux. Une discussion de l'impureté d'isospin des états excités, en particulier des états isobariques analogues, peut être trouvée dans la réf. ¹²⁾. Le fondamental $|\Psi\rangle$ d'un noyau (N, Z) contient, en principe, un mélange d'isospins différents à cause des forces coulombiennes :

$$|\Psi\rangle = \sum_{T=T_0}^{\frac{1}{2}(N+Z)} a_T |\tau, \tau\rangle \quad (1.43)$$

où $T_0 = \frac{N-Z}{2}$ (on suppose $N \geq Z$).

Définissons les quantités λ et μ par :

$$\lambda = \frac{\langle \Psi | \tau_- \tau_+ | \Psi \rangle}{2(T_0+1)}, \quad \mu = \frac{\langle \Psi | (\tau_-)^2 (\tau_+)^2 | \Psi \rangle}{4(T_0+1)(T_0+2)} \quad (1.44)$$

A l'aide des propriétés (I.28-29) nous obtenons les relations suivantes :

$$\mu = \sum_{T=T_0+2}^{\frac{1}{2}(N+Z)} |a_T|^2 \quad (1.45a)$$

$$(\lambda - \mu) \leq |a_{T_0+1}|^2 \leq \lambda \quad (1.45b)$$

On peut se rendre compte, par un calcul direct des expressions (1.44), que μ est très petit par rapport à λ . Par exemple, en utilisant pour $|\Psi\rangle$ une solution de Hartree-Fock calculée avec une force de Skyrme et en présence des forces coulombiennes, on trouve que $\mu \approx (10^{-2} - 10^{-3})\lambda$ pour tous les noyaux à sous-couches fermées. Autrement dit, les seules composantes d'isospin notables dans le fondamental sont $T = T_0$ et $T = T_0 + 1$, et il est suffisant de retenir dans (1.43) les deux premiers termes seulement :

$$|\Psi\rangle = \sqrt{1-\epsilon^2} |T=T_0, T_0\rangle + \epsilon |T=T_0+1, T_0\rangle \quad (1.46)$$

Le degré d'impureté d'isospin sera mesuré par la valeur de $\epsilon^2 = |a_{T_0+1}|^2 \ll \lambda$. On peut distinguer deux classes d'approches utilisées pour évaluer ϵ^2 :

A) Traitement perturbatif des interactions coulombiennes

Supposons qu'en l'absence des forces coulombiennes V_c , le fondamental non perturbé $|0\rangle$ d'énergie E_0 corresponde à l'isospin $(T = T_0, T_0)$, et notons par $|\alpha\rangle$ l'ensemble des états excités non perturbés d'énergie E_α et d'isospin $(T = T_0 + 1, T_0)$. Au premier ordre des perturbations, nous aurons :

$$\epsilon^2 = \sum_{\alpha} \frac{|\langle 0 | V_c | \alpha \rangle|^2}{(E_\alpha - E_0)^2} \quad (1.47)$$

Comme nous l'avons déjà mentionné dans la section I-3, la partie la plus importante de V_c est sa composante à 1 corps (1.41). Pour des raisons de simplicité, on utilisera la forme analytique de la région $r_i \ll R_c$ dans tout l'espace, ce qui devrait n'entraîner que peu d'erreur car les états nucléaires sont surtout confinés au volume nucléaire. De plus, à cause de l'orthogonalité des états $|0\rangle$ et $|\alpha\rangle$ et de leur différence d'isospin, seuls les termes en $r_i^2 t_z^{(i)}$ peuvent contribuer. Ainsi, (1.47) peut être évaluée en remplaçant V_c par :

$$V_c^{(1)} \approx \frac{Ze^2}{2R_c^3} \sum_{i=1}^A r_i^2 t_z^{(i)} \quad (1.48)$$

On reconnaît dans cette expression, à un facteur près, l'opérateur isovecteur monopolaire M_0 introduit en (1.42). On voit ainsi que l'impureté d'isospin de l'état fondamental vrai provient essentiellement du mélange de l'état non perturbé avec la composante $T_0 + 1$ de l'état isovecteur monopolaire $|M_0\rangle$, ce mélange étant dû aux forces coulombiennes.

Nous allons maintenant examiner plusieurs applications basées sur cette approche.

a) Modèle hydrodynamique

On suppose que seul le terme $|\alpha\rangle = |M_0\rangle$ contribue à (1.47). Bohr et Mottelson¹³⁾ ont utilisé le modèle hydrodynamique pour évaluer ϵ^2 . Le mode monopolaire isovecteur $|M_0\rangle$ résulte d'une oscillation du fluide de neutrons en opposition de phase par rapport au fluide de protons. Pour un système $N = Z$ le modèle prédit une énergie d'excitation $E_M - E_0 \approx vk_M \approx 170 A^{-1/3}$ MeV où v est

la vitesse du son, et une densité de transition $\delta\rho(r) = j_0(k_M r)$. Comme $T_0 = 0$, $|M_0\rangle$ est d'isospin $T = 1$ pur (pour $N \neq Z$, il faudrait évaluer le splitting entre les composantes $T = T_0$ et $T = T_0 + 1$ de $|M_0\rangle$). On trouve ainsi

$$\mathcal{E}^2 = 5.5 \times 10^{-7} Z^{8/3} \quad (N = Z) \quad (I.49)$$

b) Règle de somme non pondérée en énergie (NEWSR)

Nous nous plaçons toujours dans le cas $N = Z$ pour la simplicité de la présentation. L'état $|0\rangle$ correspond à $T = 0$ tandis que les états $|\alpha\rangle$ ont tous $T = 1$. Si l'on suppose que les états $|\alpha\rangle$ qui contribuent le plus à (I.47) sont dans une bande étroite d'énergie autour d'une énergie moyenne E_M , on peut écrire :

$$\begin{aligned} \mathcal{E}^2 &\approx \frac{1}{(E_M - E_0)^2} \sum_{\alpha(T=1)} \langle 0 | V_c^{(1)} | \alpha \rangle \langle \alpha | V_c^{(1)} | 0 \rangle \\ &= \frac{\langle 0 | V_c^{(1)} V_c^{(1)} | 0 \rangle}{(E_M - E_0)^2} \end{aligned} \quad (I.50)$$

On peut évaluer (I.50) en utilisant au dénominateur la valeur hydrodynamique évoquée plus haut, et en calculant le numérateur à l'aide du modèle à particules indépendantes, par exemple. On trouve le résultat suivant ¹²⁾ :

$$\mathcal{E}^2 = 1.8 \times 10^{-7} Z^3 \quad (I.51)$$

c) Règle de somme pondérée en énergie (EWSR)

Remarquons que l'estimation précédente est peu fiable car le numérateur de (I.50), étant une valeur moyenne d'un produit d'opérateurs à 1 corps, dépend quelque peu du modèle adopté pour $|0\rangle$. On peut se libérer de cette dépendance dans une certaine mesure en introduisant la règle de somme pondérée :

$$\Sigma_1 = \sum_{\alpha(T=1)} (E_\alpha - E_0) |\langle 0 | V_c^{(1)} | \alpha \rangle|^2 \quad (I.52)$$

Cette somme s'exprime comme la valeur moyenne sur $|0\rangle$ du double commutateur de $V_c^{(1)}$ et du hamiltonien H ¹⁴⁾. Avec $V_c^{(1)}$ donné par (I.48), on obtient :

$$\Sigma_1 = \left(\frac{Ze^2}{2R_c^3} \right)^2 \frac{\hbar^2}{M} \frac{2NZ}{A} \langle 0 | r^2 | 0 \rangle (1 + \chi) \quad (I.53)$$

où χ est le facteur d'accélération isovecteur ¹⁵⁾ que nous prendrons de l'ordre de 0.3 (correspondant à une force de Skyrme typique). En faisant, de nouveau l'hypothèse que dans (I.52) un seul état contribue à la somme, on aboutit à (pour $N = Z$) :

$$\mathcal{E}^2 \approx \frac{(E_M - E_0) |\langle 0 | V_c^{(1)} | M \rangle|^2}{(E_M - E_0)^3} = 10.8 \times 10^{-7} Z^{8/3}, \quad (I.54)$$

où l'on a utilisé la valeur hydrodynamique de $E_M - E_0$.

Les méthodes a), b) et c) peuvent s'étendre aux noyaux $N \neq Z$ ¹²⁾. Les résultats sont modifiés

dans le sens d'une plus faible impureté ϵ^2 du fait de l'énergie plus élevée de la composante T_0+1 de l'état isovecteur monopolaire, la seule à contribuer à l'expression (I.47). Les valeurs mentionnées dans la Table 4 incluent ces modifications ¹²⁾. On peut remarquer que les 3 méthodes donnent des prédictions différentes pour ϵ^2 , reflétant ainsi la sensibilité au modèle des diverses estimations, mais toutes conduisent à des faibles valeurs de l'impureté d'isospin.

d) Calcul RPA self-consistant

L'approximation RPA self-consistante ¹⁶⁾ permet d'obtenir la distribution d'intensité de l'opérateur isovecteur monopolaire :

$$S(E) \equiv \sum_{\alpha} |\langle 0 | \hat{M}_0 | \alpha \rangle|^2 \delta(E - E_{\alpha} + E_0) \quad (I.55)$$

La Figure 4 montre à titre d'exemple les distributions calculées ¹⁷⁾ avec la force de Skyrme SIII dans les noyaux ⁴⁰Ca et ²⁰⁸Pb.

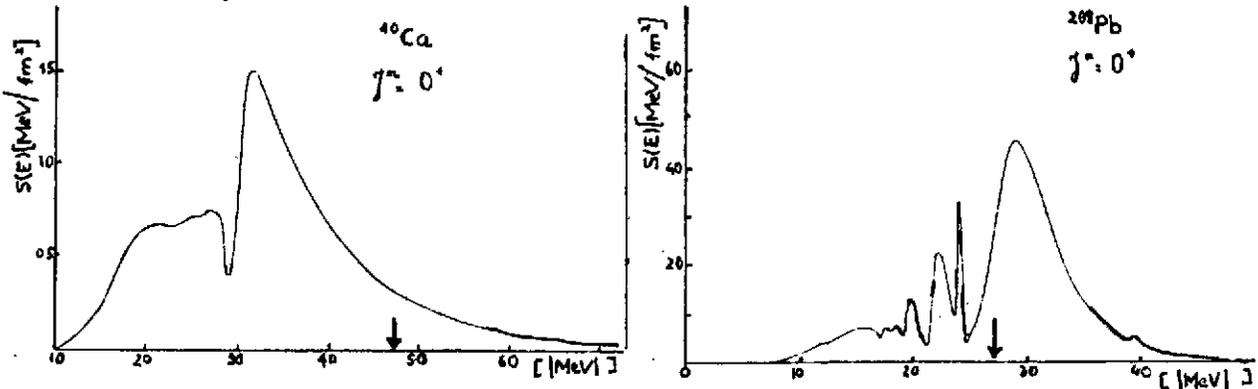


Figure 4

Pour les noyaux $A < 90$, la valeur hydrodynamique $160 A^{-1/3}$ (indiquée par une flèche sur la figure) surestime notablement l'énergie de l'état isovecteur monopolaire. Pour les noyaux $N > Z$, il est possible de déduire la distribution de la composante T_0+1 par comparaison des distributions des opérateurs \hat{M}_1 (T_0+1 pur) et \hat{M}_0 (mélange de T_0 et T_0+1). L'expression (I.47) se calcule alors comme une intégrale sur E . Les résultats correspondants sont montrés dans la Table 4.

B) Calculs Hartree-Fock

D'après la remarque faite à la suite de (I.46), l'impureté d'isospin ϵ^2 est égale à la quantité λ définie en (I.44). On peut donc l'évaluer en prenant pour $|\Psi\rangle$ une fonction d'onde modèle, par exemple une solution de Hartree-Fock (HF). Ceci peut se faire directement pour les systèmes $N = Z$. Pour les noyaux $N \neq Z$, l'approximation HF introduit une violation spurieuse de la symétrie d'isospin : même si le hamiltonien de départ vérifie $[H, \vec{T}] = 0$, les potentiels HF pour un proton ou un neutron ne sont pas identiques (leur différence est le potentiel de symétrie) ce qui entraîne que ϵ^2 n'est pas nul. On peut y remédier d'une manière intuitive, bien que non rigoureuse. Notons par $|\Phi\rangle$ et $|\Psi\rangle$ les solutions HF en l'absence et en présence des forces coulombiennes, respectivement. La composante spurieuse de $|\Phi\rangle$ est $P_{T_0+1}|\Phi\rangle$, où $P_{T_0+1} = T_+ T_- / 2(T_0+1)$ est le projecteur sur les états T_0+1 . On peut supposer que la violation spurieuse

est peu affectée par la présence ou l'absence des forces coulombiennes, auquel cas l'expression (I.44) pour λ doit être calculée avec la composante non spurieuse de $|\Psi\rangle$, $|\Psi'\rangle = |\Psi\rangle - P_{T_0+1}|\Phi\rangle$.

La Table 4 présente des résultats d'impureté (ξ^{λ} exprimé en %) obtenus avec les diverses méthodes énumérées ci-dessus.

Noyau	Hydrodynamique	NEWSR	EWSR	RPA (SIII)	HF (SIV)
$^{16}_0$	0.01	0.01	0.03		0.08
$^{40}_{Ca}$	0.16	0.14	0.31	0.70	0.60
$^{48}_{Ca}$					0.09
$^{88}_{Sr}$	0.13	0.14	0.28	0.28	
$^{90}_{Zr}$					0.40
$^{208}_{Pb}$	0.30	0.43	0.70	0.18	0.28

Table 4

On peut noter un accord satisfaisant entre RPA et HF, compte tenu de la différence des forces utilisées. D'autre part, le modèle hydrodynamique conduit à des impuretés très faibles dans les noyaux légers ou moyens, ceci étant en rapport avec la surestimation de l'énergie monopolaire isovectorielle comme nous l'avons déjà noté. Une autre constatation est qu'un excès de neutrons favorise la pureté d'isospin. L'origine de cet effet réside d'une part dans un facteur purement géométrique et trivial (coefficient de couplage d'isospins), d'autre part dans le potentiel de symétrie ("analog quenching" de Soper¹⁸). Dans l'ensemble, l'impureté d'isospin est très faible, même dans les noyaux lourds où l'énergie coulombienne représente pourtant plus de 40% de l'énergie de liaison ! Ces faibles impuretés dans les fondamentaux (et les états excités) ont cependant des conséquences intéressantes et mesurables, comme nous allons le voir dans la prochaine section.

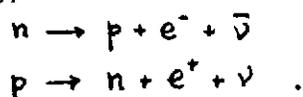
I.5 TRANSITIONS β SUPERPERMISES

I.5.1. Introduction et définitions

Pour une transition β entre deux états nucléaires $|i\rangle$ et $|f\rangle$, l'élément de matrice caractérisant cette transition s'écrit

$$M_{\beta} = \langle f | H_{\beta} | i \rangle \quad (I.56)$$

où H_{β} est le hamiltonien de l'interaction faible. Cette désintégration implique un changement de la charge totale et par conséquent n'est pas permise par le hamiltonien nucléaire. Cependant, l'interaction faible permet ce type de transition à travers les processus :



Notons que la désintégration du proton libre n'est pas énergétiquement permise et c'est seulement par l'intermédiaire de l'interaction avec le milieu nucléaire que cette désintégration est possible.

L'interaction faible contient 2 composantes, l'une de type vecteur polaire V et l'autre de type vecteur axial A, qui entraînent deux type de transitions β : les transitions de Fermi (V) et les transitions de Gamow-Teller (A), les opérateurs correspondants étant τ_{\pm} et $\vec{\sigma}\tau_{\pm}$ respectivement.

Les règles de sélection pour ces transitions sont les suivantes :

A) Transitions de Fermi superpermises : $\Delta J = 0, \Delta T = 0, \Delta \pi = +1$

B) Transitions de Gamow-Teller : $\Delta J = 0, (0 \rightarrow 0 \text{ interdit}), \Delta T = 0, 1; \Delta \pi = +1$

La forme générale de l'expression des taux de transition pour une désintégration β s'écrit ¹⁹⁾ :

$$ft = \frac{2\pi^3 \ln 2}{G_V^2 |M_V|^2 + G_A^2 |M_A|^2} \quad (1.57)$$

où f est une fonction qui dépend de la charge Z et de l'énergie maximum de la transition E_0 , soit $f(E_0, Z)$; t est le temps de vie, G_V et G_A sont respectivement les constantes de couplage effectives vecteur et axial, M_V et M_A les éléments de matrices de Fermi et Gamow-Teller donnés par les relations :

$$M_V = \langle f | \sum_j t_{\pm}^{(j)} | i \rangle, \quad M_A = \langle f | \sum_j \vec{\sigma}^{(j)} t_{\pm}^{(j)} | i \rangle \quad (1.58)$$

On appelle transitions superpermises celles qui ont lieu entre les membres d'un même multiplet d'isospin. On s'intéresse particulièrement aux transitions du type $(J = 0^+, T = 1) \rightarrow (J = 0^+, T = 1)$ pour lesquelles on a $M_A = 0$. Le taux de transition dépend uniquement de M_V et comme nous le verrons, cet élément de matrice peut être évalué sans aucune référence particulière à la structure des états initial et final. Les valeurs expérimentales des taux de transition sont directement reliées alors à la valeur de la constante de couplage G_V qui est une grandeur fondamentale de la théorie des interactions faibles. On comprend donc l'intérêt des très nombreux travaux expérimentaux et théoriques qui ont été entrepris sur ce sujet.

1.5.2 Evaluation de M_V pour les états d'isospin pur

L'exemple typique de transition superpermise est celle qui relie l'état fondamental $(0^+, T = 1)$ de ^{14}O et l'état $(0^+, T = 1)$ excité de ^{14}N (voir Figure 5). D'après (1.58), l'élément de matrice de Fermi pour cette transition s'écrit :

$$M_V = \langle {}^{14}\text{N}; J^{\pi} = 0^+, T_2 = 0 | T_+ | {}^{14}\text{O}; J^{\pi} = 0^+, T_2 = -1 \rangle \quad (1.59)$$

Ces deux niveaux sont membres d'un même multiplet et leurs fonctions d'onde ne diffèrent que par la 3^{ième} composante T_2 de l'isospin. L'application de (1.29) donne :

$$\langle T=1, T_2 = 0 | T_+ | T=1, T_2 = -1 \rangle = \sqrt{2} \quad (1.60)$$

Ce résultat très général et indépendant de la structure des états ne repose que sur l'hypothèse de pureté d'isospin des états considérés. En utilisant (1.60) dans la relation générale (1.57),

on obtient $ft = G_V^{-2} \pi^3 \ln 2$. Il est alors clair que les valeurs expérimentales de ft déterminées pour toutes les transitions $0^+ \rightarrow 0^+$ superpermises dans le multiplet $T = 1$ doivent être identiques et que l'on peut extraire G_V directement.

1.5.3 Observation expérimentale

La Figure 6 résume l'état de nos connaissances pour les 8 transitions qui sont connues avec la meilleure précision possible. On peut noter immédiatement l'accord déjà très remarquable entre ces différentes mesures pour des noyaux allant de $Z = 8$ à $Z = 27$, bien que l'égalité stricte ne soit pas compatible avec les erreurs expérimentales.

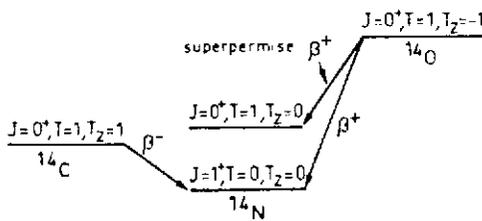


Fig.5 : Transitions superpermises dans ^{14}O .

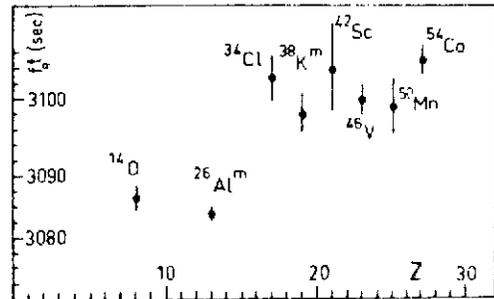


Fig.6 : (tiré de la réf.20)

Valeurs expérimentales de ft pour les transitions superpermises entre états analogues $T = 1$

On doit cependant considérer toutes sortes d'effets secondaires et estimer les corrections nécessaires avant d'en déduire une valeur certaine de G_V . Les erreurs expérimentales sont de l'ordre de quelques pour cent, donc toute correction de cet ordre de grandeur doit être considérée. Nous distinguerons les corrections non reliées à la question d'isospin de celles dues aux impuretés d'isospin.

1.5.4 Corrections non liées à l'isospin

La fonction $f(E_0, Z)$ a fait l'objet d'un nombre important ^{20,21)} de calculs détaillés et la comparaison des différentes approches et méthodes permet de conclure que f est théoriquement déterminée à mieux que 0.3% pour les noyaux de masse $A \leq 34$. Des corrections radiatives dues à l'échange de photons virtuels entre particules chargées durant la désintégration induisent des corrections sur le temps de vie mesuré t de l'ordre de 1 à 2%. L'incertitude sur la valeur absolue de ces corrections radiatives est estimée au maximum à 0.5%. Ce sont les valeurs de ft corrigées de ces corrections radiatives qui sont présentées dans la Figure 6. Ces corrections sont en général faibles ($\leq 0.5\%$) et ne peuvent expliquer les écarts entre les valeurs de ft qui apparaissent dans la Figure 6.

1.5.5 Corrections dues à l'impureté d'isospin

La source d'incertitude la plus grande vient de l'évaluation de l'élément de matrice de Fermi $|M_V|^2$ qui, dans le cas de l'hypothèse de pureté de l'isospin pour la désintégration β superpermise, s'écrit :

$$|M_V|^2 \equiv |M_F^{(c)}|^2 = T(T+1) - T_z^{(i)} T_z^{(f)} \quad (1.61)$$

Les valeurs mesurées de ft (cf. Figure 6) en tenant compte de toutes les corrections "extérieures" tendent à indiquer une brisure de la symétrie d'isospin. Le degré de brisure peut être exprimé par un facteur de correction c défini par

$$|M_F|^2 = |M_F^{(c)}|^2 (1 - c) \quad (1.62)$$

A partir des valeurs expérimentales une estimation de c peut être obtenue qui est de l'ordre de 0.5% pour les noyaux de $Z > 15$. Des calculs de cette correction c faits dans le cadre de modèles (principalement le modèle en couches) ont été entrepris^{20,21)} et conduisent à tenir compte, d'une part de la différence entre les fonctions d'onde radiales de proton et de neutron pour les états mis en jeu dans la désintégration, d'autre part de la présence de forces qui ne conservent pas l'isospin dans le hamiltonien et qui vont mélanger les états d'isospin différents pour conduire à une impureté d'isospin dans les états considérés. L'ensemble de ces deux corrections donne une réduction de l'élément de matrice de Fermi de l'ordre de 0.2% pour ^{14}C et de 0.6% pour ^{54}Co (20).

Ces corrections dépendant de l'isospin étant calculées on peut revenir à l'expression $ft = \frac{\pi^2 \ln 2}{G_V^2 (1-c)}$ et extraire la valeur de G_V pour toutes les transitions superpermises entre analogues de $T = 1$. Les résultats de cette analyse du rapport G_V/G_μ où G_μ est la constante de couplage pour la désintégration du muon²²⁾ : $G_\mu / (\hbar c)^3 = 1.16347 \pm 0.00013$ sont montrés dans la Figure 7. Il subsiste toujours un désaccord entre la valeur de G_V/G_μ pour les noyaux de Z bas ($Z < 10$) et les noyaux de $Z > 20$. Néanmoins, la valeur moyenne du rapport G_V/G_μ est égale à 0.9833 ± 0.0012 .

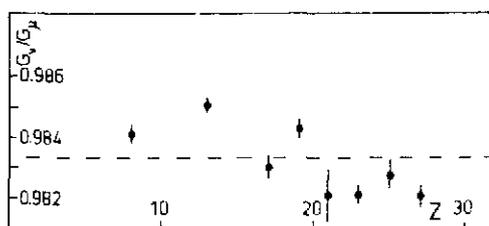


Fig.7 : Valeurs de G_V/G_μ déduites de l'expérience pour différents noyaux $T = 1$. La ligne en pointillé représente la valeur moyenne empirique de cette analyse.

CHAPITRE II : ASPECTS EXPERIMENTAUX DES MULTIPLETS ISOBARIQUES
 ET DES RESONANCES ISOBARIQUES ANALOGUES

II.1 MULTIPLETS ISOBARIQUES. FORMULE DE MASSE

Une conséquence fondamentale liée à la symétrie exacte d'isospin a été énoncée en I.3.a. Un exemple typique est montré dans la Figure 1 où l'on voit que les noyaux de $T_z = \pm(N-Z/2)$ (ici $T_z = \pm 1/2$) sont essentiellement des images "miroirs" l'un de l'autre. On peut observer que la correspondance n'est pas rigoureuse, le décalage (de quelques centaines de KeV) étant dû principalement à la valeur de l'énergie coulombienne qui est légèrement différente suivant la structure intrinsèque des états. En principe, chaque état nucléaire avec un isospin T appartient à un multiplet de $2T+1$ composantes, de fonction d'onde très semblable mais de charge différente, mesurée par la 3ème composante T_z d'isospin T .

Les états de $T_z = \pm 1/2$ forment des "doublets" (voir Figure 1). Un état d'isospin T plus grand que l'isospin $T_0 = T_z = N-Z/2$ de l'état fondamental du noyau (N,Z) est appelé un état analogue. C'est le cas des états $T = 3/2$ dans les noyaux ^{15}N et ^{15}O qui sont les analogues des premiers états excités du ^{15}C et ^{15}F .

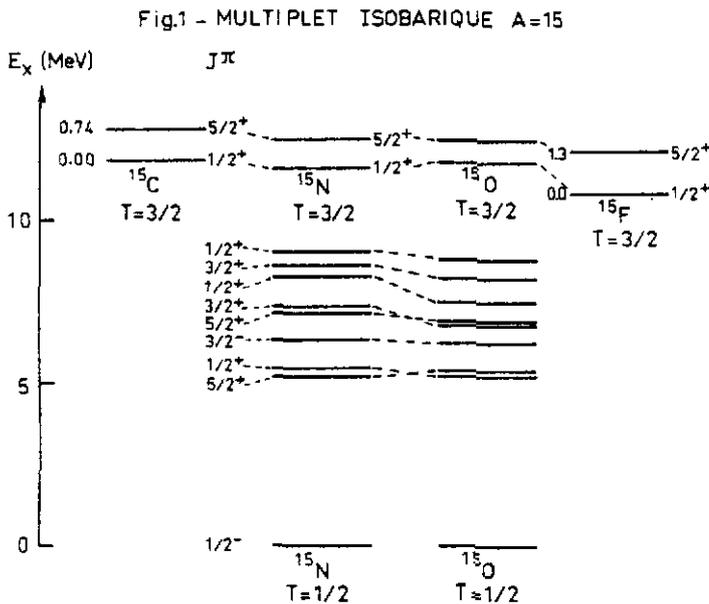


Figure 1 : Quadruplet d'isospin A = 15.

Wigner²³⁾ a le premier démontré que les différences de masse entre les membres d'un même multiplet d'isospin peuvent être paramétrisées par l'expression :

$$E(\alpha, T, T_z) = a + b T_z + c T_z^2 \quad (II.1)$$

où α représente tous les autres nombres quantiques caractérisant l'état nucléaire $|\alpha, T, T_z\rangle$. Il suffit d'exprimer l'hamiltonien de A nucléons sous la forme $H = H_{IC} + H'$ où H_{IC} est la partie du hamiltonien qui vérifie l'indépendance de charge. Les valeurs propres de H_{IC} sont indépendantes de T_z :

$$H_{IC} |\alpha, T, T_z\rangle = E_{\alpha, T} |\alpha, T, T_z\rangle \quad (II.2)$$

$H' = \sum V_{ij}$ est la perturbation responsable de la brisure de symétrie d'isospin. Comme toute force à deux corps, V_{ij} ne peut être que d'ordre 2 au plus dans l'iso-espace, l'hamiltonien dépendant de charge H' dû à cette force V_{ij} peut être écrit comme une somme d'isotenseur d'ordre 0, 1 et 2 :

$$H' = H^{(0)} + H^{(1)} + H^{(2)} \quad (II.3)$$

Le déplacement en énergie des états propres de H_{IC} est, au premier ordre des perturbations en H :

$$\Delta E(\alpha, T, T_z) = \langle \alpha, T, T_z | H' | \alpha, T, T_z \rangle \quad (II.4)$$

L'application du théorème de Wigner-Eckart¹⁾ donne :

$$\begin{aligned} E(\alpha, T, T_z) &= \sum_{K=0}^2 (-1)^{T-T_z} \begin{pmatrix} T & K & T \\ T_z & 0 & T_z \end{pmatrix} \langle \alpha, T || H^{(K)} || \alpha, T \rangle \\ &= E^{(0)}(\alpha, T) + E^{(1)}(\alpha, T) T_z + \left[3T_z^2 - T(T+1) \right] E^{(2)}(\alpha, T) \end{aligned} \quad (II.5)$$

où

$$\begin{aligned} E^{(0)}(\alpha, T) &= \langle \alpha, T || H^{(0)} || \alpha, T \rangle \\ E^{(1)}(\alpha, T) &= \frac{1}{\sqrt{T(T+1)}} \langle \alpha, T || H^{(1)} || \alpha, T \rangle \\ E^{(2)}(\alpha, T) &= \frac{1}{\sqrt{(2T-1) T(T+1) (2T+3)}} \langle \alpha, T || H^{(2)} || \alpha, T \rangle \end{aligned} \quad (II.6)$$

L'équation (II.5) a la même forme que l'expression (II.1), avec :

$$\begin{aligned} a &= E^{(0)}(\alpha, T) - T(T+1) E^{(2)}(\alpha, T) \\ b &= E^{(1)}(\alpha, T) \\ c &= 3E^{(2)}(\alpha, T) \end{aligned} \quad (II.7)$$

Pour illustrer d'un exemple, considérons comme force à deux corps dépendant de la charge la force coulombienne qui a l'intensité voulue pour être traitée comme une perturbation et qui est bien évidemment la source principale de la brisure de symétrie dans le noyau. L'interaction coulombienne entre 2 protons est donnée par (I.25). Dans le cas d'un noyau considéré comme une sphère uniformément chargée de charge Ze et de rayon R_c , l'énergie coulombienne totale est égale à :

$$E_c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{R_c} \frac{Z(Z-1)}{R_c} = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4R_c} \left[A(A-2) - 4T_z(A-1) + 4T_z^2 \right] \quad (II.8)$$

En comparant (II.1) et (II.8) on obtient :

$$a = \frac{3}{5} \frac{e^2}{4R_c} A(A-2), \quad b = -\frac{3}{5} \frac{e^2}{R_c} (A-1), \quad c = \frac{3}{5} \frac{e^2}{R_c} \quad (II.9)$$

Pour conclure, il faut noter que la violation de cette formule de masse des multiplets isobariques, par exemple l'existence d'un terme en $d T_z^3$ et/ou en $e T_z^4$, implique que la partie dépendante de charge du hamiltonien (l'interaction coulombienne par exemple) doit être traitée au deuxième ordre de la théorie des perturbations²⁴⁾ ou alors qu'il existe des interactions de rang plus grand que 2 (forces à 3 corps). De très nombreuses études ont eu pour objet de tester cette formule de masse.

II.2 TESTS EXPERIMENTAUX DE LA FORMULE DE MASSE

Pour tester expérimentalement le degré de validité de la relation (II.1), il faut connaître les masses d'au moins 4 membres d'un multiplet ($T > 3/2$). Historiquement, la difficulté vient de la mesure de la masse de noyaux riche en protons ($T_z = N-Z/2 = -3/2$) qui appartient à la famille des noyaux "loin de la stabilité" ou "exotiques". Ces noyaux ne sont accessibles que par des réactions de multi-transfert de sections efficaces très faibles (10 à 10^{-3} μb) et de Q de réaction très négatifs. Afin de fixer les idées, on a rassemblé dans la Table 1, une liste des réactions utilisées ces dix dernières années pour mesurer la masse de ces noyaux²⁵⁾.

Nous connaissons aujourd'hui environ vingt-cinq quadruplets et quinze quintuplets d'isospin pour lesquels on peut tester la validité de la formule de masse. Il faut cependant souligner que la connaissance des masses d'un quadruplet complet n'a pas pu être obtenue avant 1964 (Cerny et al.²⁶⁾) et ce n'est que grâce au formidable développement des accélérateurs et des techniques expérimentales associées (spectromètre magnétique, spectroscopie en ligne, etc...) que l'on a pu étudier de manière extensive les limites de validité de cette formule de masse.

Table 1 : Transfert d'isospin, Q de réaction et sections efficaces typiques de quelques réactions de multitransfert.

ΔA	Réaction	ΔN	ΔP	ΔT	Q(MeV) ⁺	$\sim d\sigma/d\Omega^*$ ($\mu\text{b/sr}$)
0	(¹² C, ¹² Be)	2	2	2	-50	pas observé
0	(¹⁴ C, ¹⁴ O)	2	2	2	-30	10
	(t, p)	2	0	1	0, +5	~ 100 à 1000
2	(p, t)	2	0	1	-5, -10	~ 100
	(p, ³ He)	1	1	1	-5, -10	~ 100
	(³ He, n)	0	2	1	0, +5	~ 1000
3	(³ He, ⁶ Li)	1	2	1/2	-11	50
	(³ He, ⁶ He)	3	0	3/2	-27	1
	(¹² C, ⁹ Li)	0	3	3/2	-40	pas observé
4	(³ He, ⁷ Li)	3	1	0	-21	2
	(⁴ He, ⁸ He)	4	0	2	-60	0.01
	(¹² C, ⁸ He)	0	4	2	-50	pas observé
	(¹⁴ C, ¹⁰ C)	4	0	2	-30	0.1
5	(³ He, ⁸ B)	2	3	1/2	-20	0.2
	(³ He, ⁸ Li)	4	1	3/2	-33	0.1
	(p, ⁶ He)	4	1	3/2	-37	0.1
	(³ He, ⁸ He)	5	0	5/2	-66	pas observé < 0.001
6	(³ He, ⁹ Li)	5	1	2	-51	~ 0.01

+ valeurs moyennes sur les noyaux de la couche sd et fp.

* ³He 75 MeV ; p 45 MeV ; ¹⁴C 60 MeV.

II.2.a Méthode d'identification des membres d'un multiplet isobarique

Pour un multiplet d'isospin ($T = 3/2, 2$) la méthode généralement utilisée dans le cas de noyaux de masse $A < 50$ peut être illustrée à travers quelques exemples typiques.

Cas des quadruplets $T = 3/2$ pour $A = 9$ (⁹Li, ⁹Be, ⁹B et ⁹C) et $A = 13$ (¹³B, ¹³C, ¹³N, ¹³O)

Il faut mesurer la masse de l'état fondamental $T_z = T = -3/2$ de ⁹C et ¹³O. On détermine pour cela le Q des réactions ¹²C(³He, ⁶He)⁹C et ¹⁶O(³He, ⁶He)¹³O, les masses des noyaux de ¹²C, ³He, ⁶He et ¹⁶O étant par ailleurs connues avec une très bonne précision (< 5 KeV).

Les spectres résultant du bombardement des cibles minces de ^{12}C et ^{16}O par un faisceau de ^3He de 70 MeV sont montrés sur la Figure 2. Les produits des réactions détectés dans un télescope au silicium permettent d'identifier par mesures simultanées de la perte d'énergie et de l'énergie totale, les noyaux de ^6He . Pour assurer une calibration optimum des spectres en énergie, une réaction produisant les mêmes particules d'énergie très proche (^6He) et de Q connue est utilisée. Ici il s'agit de la réaction $^{12}\text{C}(\alpha, ^6\text{He})^{10}\text{C}$.

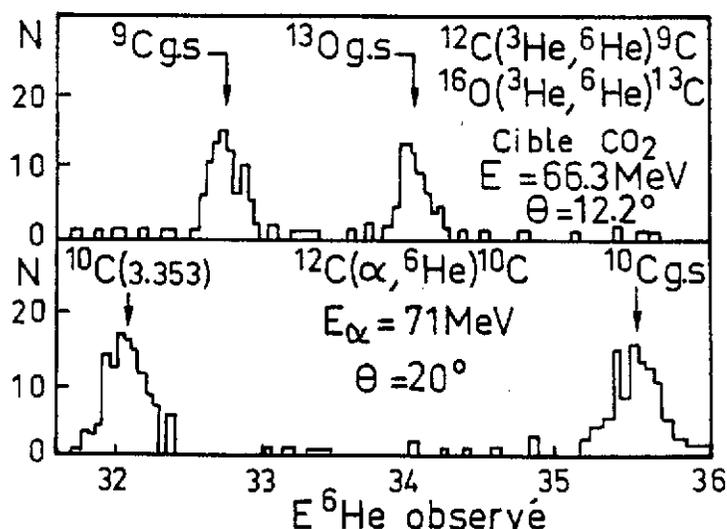


Figure 2 : Spectres typiques des réactions $\text{CO}_2(^3\text{He}, ^6\text{He})$ à 66.3 MeV (haut) et $^{12}\text{C}(\alpha, ^6\text{He})$ à 71 MeV. Les flèches indiquent la position du centroïde des pics correspondant aux fondamentaux des noyaux de ^9C , ^{13}O , et ^{10}C . (Tiré de la réf. 26).

L'autre membre extrême du multiplet, l'état fondamental du ^9Li ou du $^{13}\text{B}(T = T_z = +3/2)$, est habituellement déterminé en utilisant la mesure des Q de réactions $^7\text{Li}(t,p)^9\text{Li}$ et $^{11}\text{B}(t,p)^{13}\text{B}$. La méthode expérimentale est en tout point similaire à celle décrite plus haut pour les masses des noyaux de $T_z = -3/2$. Les deux autres membres du quadruplet sont les états de $T = 3/2$ dans les noyaux de ^9Be , ^9B et ^{13}C , ^{13}N respectivement. Ces états sont des états excités puisque l'état fondamental à un isospin $T = T_z = 1/2$ dans ces cas.

Une bonne méthode d'identification possible de tels niveaux situés à haute énergie d'excitation est d'entreprendre l'étude des réactions miroirs (p,t) et (p, ^3He) permettant un transfert d'isospin $\Delta T = 1$ sur une cible d'isospin $T_z = 1/2$ par exemple $^{11}\text{B}(p,t)^9\text{B}(T = 3/2)$ et $^{11}\text{B}(p, ^3\text{He})^9\text{Be}(T = 3/2)$. En effet, si la cible a un isospin T_i et que les réactions (p,t) et (p, ^3He) peuplent les membres du multiplet isobarique $T_f = T_i + 1$, alors Hardy et al.^{27,28} ont montré que les distributions angulaires ont la même forme et que le rapport de leurs sections efficaces est donné par la relation :

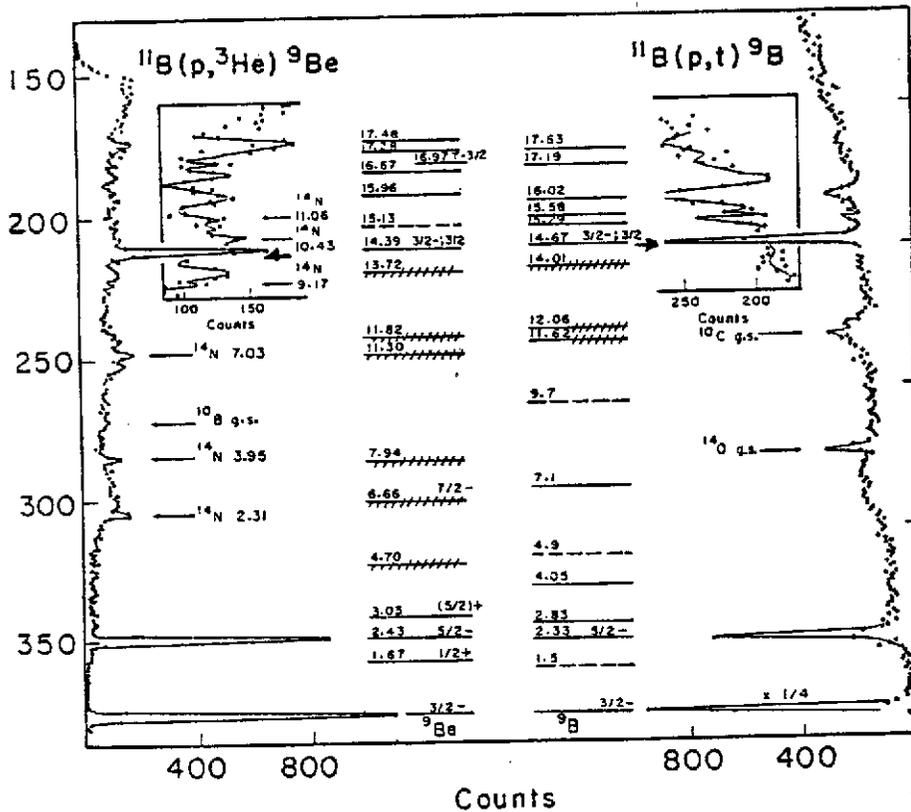


Figure 3a : Spectres en énergie des tritons (^3He) émis dans les réactions $^{11}\text{B}(p,^3\text{He})^9\text{Be}$ et $^{11}\text{B}(p,t)^9\text{B}$. Noter la similitude des 2 spectres (réactions miroirs) et la très forte sélectivité de ces processus quant à la population des états $T = 3/2$ vers 14.5 MeV d'énergie d'excitation dans les noyaux de ^9Be et ^9B respectivement. (Tiré de la réf. 28).

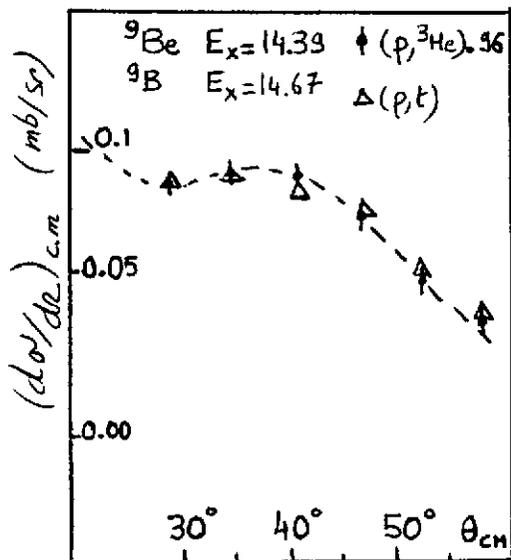


Figure 3b : Distributions angulaires des états $T = 3/2$ dans les noyaux de ^9Be et ^9B peuplés dans les réactions $^{11}\text{B}(p,^3\text{He})^9\text{Be}$ (point) et $^{11}\text{B}(p,t)^9\text{B}$ (triangle). La forme des sections efficaces différentielles est identique et leurs valeurs absolues sont dans le rapport $k_t/k_{^3\text{He}} = 0.96$. La courbe en trait plein représente un calcul DWBA pour un transfert $l = 0$. (Tiré de la réf. 28).

$$R = \frac{d\sigma/d\Omega(p,t)}{d\sigma/d\Omega(p,{}^3\text{He})} = \frac{k_t}{k_{\text{He}}^3} \times \frac{2}{2T_F-1} \quad (\text{II.10})$$

Les critères d'identification des niveaux $T = 3/2$ dans les noyaux de ${}^9\text{B}$ et ${}^9\text{Be}$ sont alors les suivants :

- population sélective d'un niveau étroit autour de 14.5 MeV d'énergie d'excitation,
- forme identique des distributions angulaires,
- rapport des sections efficaces
soit $k_t/k_{\text{He}}^3 = 0.96$ pour les réactions (p,t) et $(p,{}^3\text{He})$ étudiées à une énergie incidente de 45 MeV.

Ces critères sont satisfaits pour les états à $E_x = 14.39$ MeV et 14.67 MeV dans les noyaux ${}^9\text{Be}$ et ${}^9\text{B}$ respectivement, comme le montrent les spectres et les distributions angulaires des Figures 3a et 3b. Ils sont donc identifiés comme appartenant au multiplet $T = 3/2$ de la masse 9 respectivement dans les noyaux ${}^9\text{Be}$ et ${}^9\text{B}$.

Cas des quintuplets $T = 2$ pour $8 < A < 40$ et multiplets d'isospin plus élevés

La mesure des masses des quintuplets isobariques permet de fournir des tests plus contraignants sur la formule de masse et en particulier de rechercher l'existence d'un terme en eT_z^4 .

La première difficulté est la mesure de la masse des noyaux de $T_z = -2$. Ces noyaux "exotiques" riches en protons sont loin de la vallée de stabilité et seules des réactions très endothermiques de faible section efficace permettent de les atteindre. On a pu ainsi mesurer avec une précision acceptable la masse du ${}^8\text{C}$ au moyen des réactions ${}^{12}\text{C}(\alpha, {}^8\text{He}){}^8\text{C}$ ou ${}^{14}\text{N}({}^3\text{He}, {}^9\text{Li}){}^8\text{C}$. Un spectre typique de ces deux réactions est montré dans les Figures 4a et 4b. La statistique très

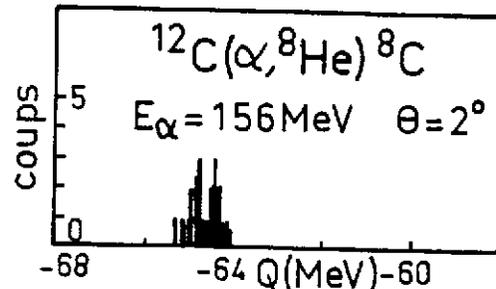
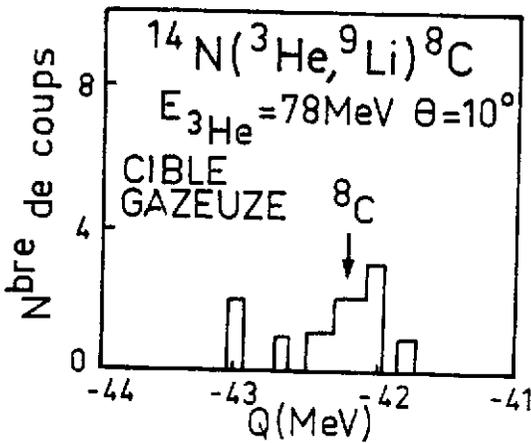


Figure 4a : Spectre en énergie de la réaction ${}^{14}\text{N}({}^3\text{He}, {}^9\text{Li}){}^8\text{C}$ à 78 MeV d'énergie incidente, conduisant à l'état fondamental de ${}^8\text{C}$. (Tiré de la réf. 29).

Figure 4b : Spectre en énergie de la réaction ${}^{12}\text{C}(\alpha, {}^8\text{He})$ à $E_\alpha = 156$ MeV conduisant à l'état fondamental de ${}^8\text{C}$. La section efficace est de l'ordre de 20 nb/sr. (Tiré de la réf. 30).

très pauvre illustre la difficulté expérimentale. Il faut noter cependant l'absence de bruit propre, démontrant la puissance de la méthode (faisceaux de hautes résolution et émittance, intensité élevée et détection des ions dans le plan focal d'un spectromètre associant mesures de moment, de perte d'énergie, de temps de vol et d'énergie totale pour une identification inambigue des produits de réactions). Bien qu'il existe 7 mesures de la masse des noyaux de $T_z = -2$ il y a seulement 2 quintuplets complètement déterminés pour les masses $A = 8$ et $A = 20^{25}$.

Les états $T = 2$ dans les noyaux de $T_z = 0$ et $T_z = +1$ sont peuplés comme dans le cas des multiplets $T = 3/2$ par les réactions miroirs (p,t) et $(p,^3\text{He})$ sur les cibles d'isospin $T_z = 1$. (par exemple, $^{10}\text{Be}(p,t)^8\text{Be}(T=2)$ et $^{10}\text{Be}(p,^3\text{He})^8\text{Li}(T=2)$). Par contre, il n'y a pas de méthode générale pour les états $T = 2$ dans les noyaux de $T_z = -1$ qui sont situés à haute énergie d'excitation dans une région de très grande densité des niveaux.

Uniquement dans le cas des masses 8 et 20 il apparaît un pic étroit dans la région considéré en utilisant les réactions $^{11}\text{B}(^3\text{He}, ^6\text{He})^8\text{B}$ et $^{23}\text{Na}(^3\text{He}, ^6\text{He})^{20}\text{Na}^{31}$. Plus récemment, l'utilisation de la réaction de double échange de charge (π^+, π^-) a permis de mesurer la masse des membres les plus exotiques ($T_z = -1$ et $T_z = -2$) des quintuplets d'isospin pour les masses $A = 12, 16$ et le dernier

membre du quintuplet de la masse $A = 32^{32}$. Les faisceaux d'ions lourds (Ar, Ca, Kr) accélérés par le GANIL à des énergies comprises entre 44 et 80 MeV/nucléon ont permis de mettre en évidence des isotopes d'isospin très élevé en utilisant le processus prédominant à ces énergies c'est-à-dire la fragmentation du projectile³³. A partir d'un faisceau riche en neutrons on favorise la production des noyaux exotiques riches en neutrons : $^{22}\text{C}(T_z = +5)$, $^{23}\text{B}(T_z = +9/2)$, ^{29}Ne et $^{30}\text{Ne}(T_z = +9/2, +5$ respectivement). Dans le cas d'un faisceau de ^{40}Ca on a pu mettre en évidence l'existence des noyaux de $T_z = -5/2$: ^{23}Si , ^{27}S , ^{31}Ar et ^{35}Ca ainsi que le montre la Figure 5. La collection des fragments émis essentiellement à faible

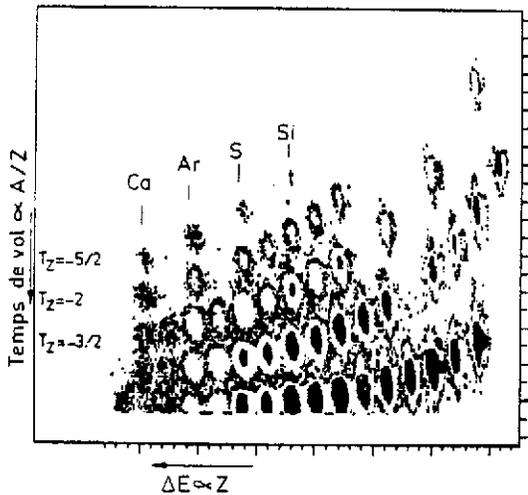


Figure 5 : Spectre d'identification en Z et A des nouvelles "espèces nucléaires" d'isospin élevé formé par fragmentation de projectile (^{40}Ca) à Ganil. (Tiré de la réf. 33).

angle est réalisée à l'aide d'une ligne magnétique LISE, placée à 0° du faisceau. Dans le plan focal du dernier dipôle de la ligne, un télescope $(E, \Delta E)$ permet l'identification des noyaux. Notons que pour l'instant, la masse de ces "espèces nouvelles" n'est pas encore mesurée et seule l'existence ou encore leur stabilité par rapport à l'émission de particules est démontrée.

II.2.b Interprétation des coefficients de la forme de masse

II.2.b.1 Terme cubique et d'ordre supérieur : $d T_Z^3 + e T_Z^4$

La mesure précise de la masse des quadruplets et quintuplets isobariques a pour objet de tester le degré de validité de la dépendance quadratique de la formule de masse. On pourrait penser que la précision pour tester la présence d'un terme $d T_Z^3$ est directement liée à la mesure de la masse du noyau le plus exotique ($T_Z = \pm 3/2$ pour les quadruplets). Si on évalue le terme d pour un quadruplet isobarique à partir de la relation :

$$E(T, T_Z) = a + b T_Z + c T_Z^2 + d T_Z^3 \quad (II.11)$$

on obtient :

$$d = 1/6 [E(3/2, -3/2) - E(3/2, 3/2) - 3(E(3/2, -1/2) - E(3/2, 1/2))] \quad (II.12)$$

En d'autres termes, pour tester si le terme d est égal ou non à 0 on doit bien au contraire avoir une précision trois fois plus grande pour les mesures des états $T_Z = \pm 1/2$ que pour ceux de $T_Z = \pm 3/2$. Le degré de validité de la formule quadratique de masse peut être mesuré par la valeur du coefficient d dans un fit de la masse des 4 membres du multiplet.

La Figure 6 montre l'état de nos connaissances en ce qui concerne la présence d'un terme cubique. Le résultat de l'analyse de la masse des quelques 22 quadruplets connus est montré en fonction du nombre A des quadruplets²⁵⁾. L'accord des 21 sur 22 cas étudiés avec la prédiction d'un terme cubique $d = 0$ est particulièrement frappant. La seule déviation significative a lieu pour la masse 9 ($d = 5.8 \pm 1.6$ KeV) qui est aussi le cas où l'on a obtenu la meilleure précision.

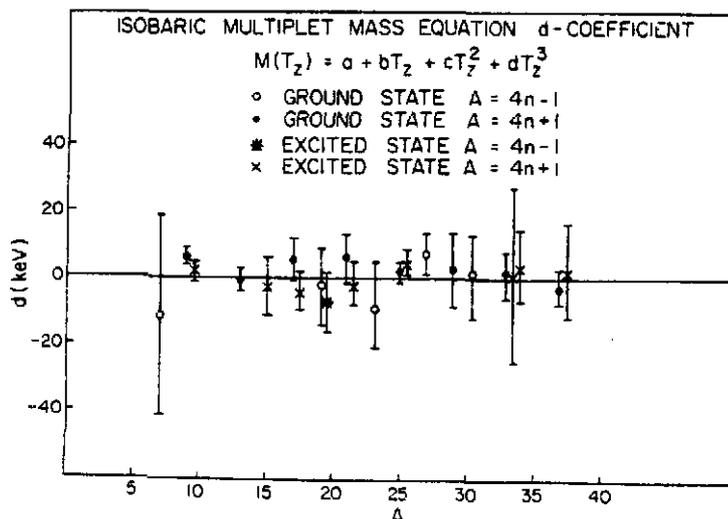


Figure 6 : Le coefficient cubique de la formule de masse en fonction de A (Tiré de la réf. 25).

Ajoutons qu'un fit des masses des quadruplets d'isospin avec une formule limitée au terme cubique donne un χ^2 excellent (< 1) pour tous les cas sauf pour la masse $9(\chi^2 = 14)$. Les données empiriques connues pour les cas des quadruplets donne aussi un coefficient d compatible avec zéro sauf pour le cas des quintuplets de masse $A = 8$.

La présence d'un terme en $d T_z^3$ ou d'ordre supérieur peut avoir en principe deux origines :

- i) la non-identité des fonctions d'onde des membres d'un multiplet due aux effets coulombiens.
- ii) le déplacement en énergie des états de $T > 1/2$ dans les noyaux de $T_z = 0, \pm 1/2$ dû au mélange d'isospin.

Au fur et à mesure que l'on change en protons les neutrons du membre du multiplet le plus riche en neutrons ($T = T_z = 3/2$), l'énergie coulombienne augmente. Cela a pour effet sans doute d'accroître le rayon de charge du noyau. Cette expansion sera accentuée dans le cas de noyaux ($T=3/2, T_z=-3/2$) où le dernier proton est très faiblement lié, ou encore dans le cas où le dernier proton a un spin $1/2^+$ et ne subit donc pas de barrière centrifuge. Un calcul simple de cette expansion peut être fait par exemple pour un proton $2s_{1/2}$ ($^{27}\text{P}, T_z = -3/2$) comparé à un proton $1d_{5/2}$ de même énergie de liaison²⁵). On obtient une réduction de 200 KeV sur l'énergie coulombienne soit un accroissement d'environ 20 % du rayon coulombien et cependant cela conduit à un coefficient d d'une fraction d'eV. On peut conclure que la forme quadratique de la formule de masse n'implique pas l'identité des fonctions d'onde.

Le deuxième effet dû au mélange d'isospin produit un déplacement en énergie des niveaux $T = 3/2$ dans les noyaux de $T_z = \pm 1/2$. Ce déplacement ΔE est donné par la valeur de l'élément de matrice qui couple l'état analogue $A(T = 3/2, T_z = \pm 1/2)$ à l'état anti-analogue \bar{A} ($T = 1/2, T_z = \pm 1/2$) à travers l'interaction coulombienne V_C :

$$\Delta E = \text{Re} \frac{|\langle \bar{A} | V_C | A \rangle|^2}{E_A - E_{\bar{A}} + i\Gamma_{\bar{A}/2}} \quad (\text{II.13})$$

Pour un quadruplet d'isospin rappelons que le terme cubique $d T_z^3$, s'il existe, est donné par la relation (II.12). On aura donc un terme $\neq 0$ que si on a un déplacement différent (et en particulier de signe différent) des niveaux $T = 3/2$ dans les noyaux de $T_z = \pm 1/2$. Un déplacement similaire ne produira pas de terme en $d T_z^3$ mais modifiera le terme $c T_z^2$, comme le montre la Figure 7. Le même mécanisme produit un déplacement de l'état $T = 2$ dans le noyau de $T_z = 0$ et uniquement de celui-ci, dans le cas d'un quintuplet d'isospin (voir Figure 7). L'addition d'un terme en $d T_z^3$ pour tenir compte de cet effet serait inopérant car les termes de puissance impaire en T_z ne changent que

l'écart relatif entre les niveaux $T = 2$ de $T_z = \pm 1$ ou de $T_z = \pm 2$ (Figure 7). Il faut donc absolument introduire un terme en eT_z^4 pour tenir compte de cet effet.

Des estimations théoriques de ce déplacement en énergie dû au mélange d'isospin¹²⁾ conduisent à des valeurs du coefficient d de l'ordre de -1 à -3 KeV pour des noyaux de masse inférieure à 40 et des valeurs d'une fraction de KeV pour le coefficient e . Par contre, cela introduit une variation de plusieurs keV pour les termes b et c .

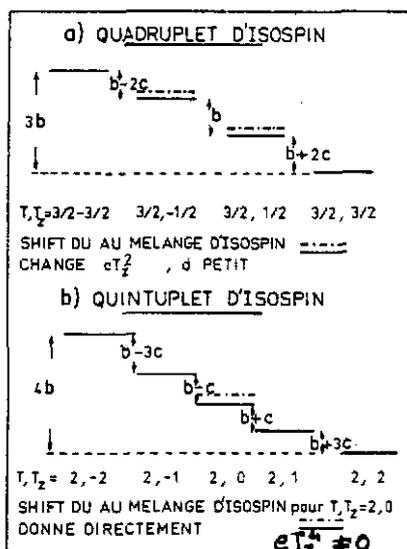


Figure 7 : Effets dus au mélange d'isospin de l'état analogue avec l'état anti-analogue dans les cas d'un quadruplet et d'un quintuplet d'isospin. La différence en énergie entre les divers membres des multiplets est calculée dans le cas où $E(T, T_z) = a + bT_z + cT_z^2$.

On peut donc dire en conclusion que dans les deux cas où l'on a trouvé expérimentalement une déviation significative par rapport à la formule quadratique de masse, le quadruplet $T = 3/2$ dans la masse 9 ($d = 5.8 \pm 1.6$ KeV) et le quintuplet $T = 2$ dans la masse 8 ($d = 4.0 \pm 1.5$ KeV), ni l'expansion des fonctions d'onde due à la répulsion coulombienne, ni le mélange d'isospin ne permettent d'expliquer ces déviations. Ces effets semblent absorbés principalement dans les termes linéaires et quadratiques.

II.2.b.2 Termes linéaire et quadratique : b et c

On appelle déplacement d'énergie coulombienne (DEC) la différence de masse entre 2 membres consécutifs d'un multiplet d'isospin :

$$\Delta E_c(T, T-1) = E(T, T) - E(T, T-1) \quad (II.14)$$

En appliquant la relation (II.1) on a :

$$\Delta E_c(T, T-1) = -[b - c(N - Z - 1)] + \Delta_{np} \quad (II.15)$$

où Z et N sont les nombres de protons et neutrons du noyau de $T_z = T$ et Δ_{np} la différence de masse entre proton et neutron. La signification des coefficients b et c en terme de déplacement en énergie entre membres d'un même multiplet pour les cas des quadruplets et des quintuplets d'isospin est montrée dans les Figures 8 et 9. Dans l'hypothèse où le noyau est une sphère uniformément chargée on peut déduire de (II.9) le rapport $b/c = 1 - A$. La Figure 8 montre le rapport $R = \frac{b}{c} \times \frac{1}{1-A}$ déduit de la masse des quadruplets d'isospin de $A = 9$ à 37 en fonction de A . Le modèle de la sphère uniforme donnerait la valeur $R = 1$ partout et les données expérimentales vérifient globalement assez bien cette hypothèse bien que l'on observe des déviations toujours inférieures à quelques pour cent.

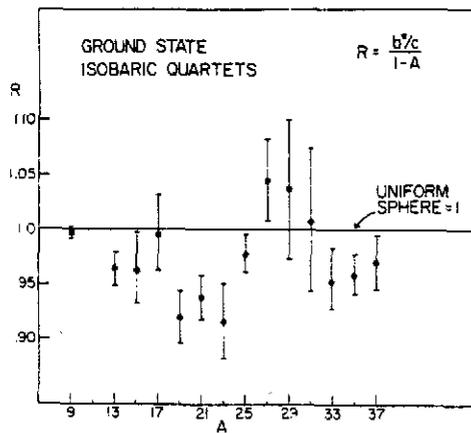


Figure 8 : Le rapport $R = \frac{b}{c} \times \frac{1}{1-A}$ en fonction de A .
(Tiré de la réf. 35).

A partir des expressions (II.9) et en prenant $R_c = r_o A^{1/3}$ on peut écrire :

$$r_{ob} = \frac{0.6(1-A)e^2}{b A^{1/3}}$$

et

(II.16)

$$r_{oc} = \frac{0.6 e^2}{c A^{1/3}}$$

On peut donc déduire des coefficients b et c des paramètres r_{ob} et r_{oc} caractérisant le rayon coulombien dans les noyaux. La Figure 9 montre les rayons r_{ob} et r_{oc} déduits de l'analyse des formules de masse pour les quadruplets d'isospin de $A = 9$ à $A = 37$. Ce diagramme montre à l'évidence que r_{ob} et r_{oc} sont des quantités différentes. L'allure générale de r_{ob} est assez continue avec des petites fluctuations attribuées à l'énergie de pairing coulombienne, alors que r_{oc} a des fluctuations marquées en fonction de A . L'origine d'un tel comportement de r_{ob} et r_{oc} peut être trouvé dans le fait que le paramètre b est mieux approprié si l'on cherche à comprendre le

ne permettent pas de peupler par ce processus l'état $T=2$ du ^{24}Mg car l'isospin n'est pas conservé ni dans la voie d'entrée, ni dans la voie de sortie. Il faut, soit une impureté d'isospin dans l'état fondamental de ^{23}Na , soit que la réaction elle-même par l'intermédiaire de forces dépendant de la charge viole l'isospin (composante isovectorielle $\Delta T = 1$ ou isotenseur $\Delta T = 2$). La même remarque s'applique aux voies de décroissance où l'isospin n'est pas conservé ($\Delta T = 1$ ou $\Delta T = 2$).

En faisant varier par petit pas (< 1 KeV) l'énergie du proton incident on peut rechercher à observer, autour de l'énergie connue du niveau $T = 2$, si la section efficace de diffusion élastique (p, p_0) ou inélastique (p, p') ou de réaction (p, α_0) présente une "anomalie" à l'énergie considérée, d'où le nom de "Réaction de capture résonnante" donné à ce processus. La Figure 11 montre le résultat d'une telle expérience pour les réactions $^{23}\text{Na}(p, p_0)$ et $^{23}\text{Na}(p, \alpha_0)$ ³⁴. A l'énergie $E_p = 3.74$ MeV dans le centre de masse correspondant à une énergie d'excitation dans le ^{24}Mg de $E_x^* = E_p + E_s = 3.74 + 11.69 = 15.43$ MeV (E_s est l'énergie de séparation d'un proton soit 11.69 MeV, voir Figure 10) une résonance $J^\pi = 0^+$ est observée. Dans une réaction résonnante la section efficace de diffusion élastique pour une résonance isolée est égale à :

$$d\sigma/d\Omega = |U_{pp}|^2 = \left[U_{pp}^0 \left(1 + i \exp 2i \phi_p^R \frac{\Gamma_p^{2j}}{E_R - E_p - i\Gamma/2} \right) \right]^2 \quad (\text{II.17})$$

où U_{pp}^0 est l'amplitude non résonnante, Γ_p^{2j} est la largeur partielle de désintégration de la voie élastique, et Γ est la largeur totale de la résonance.

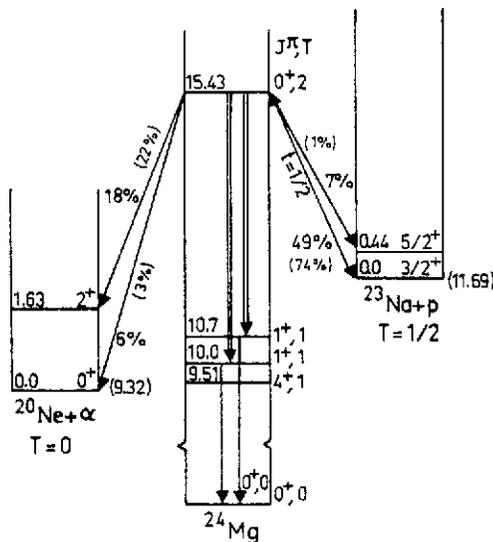


Figure 10 : Représentation schématique des voies de désexcitation du premier niveau $T=2$; 0^+ dans le noyau ^{24}Mg

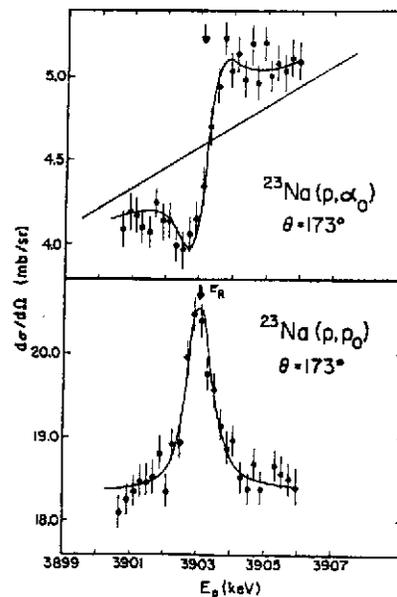
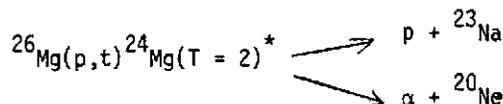


Figure 11 : Section efficace différentielle des réactions $^{23}\text{Na}(p, p_0)$ et $^{23}\text{Na}(p, \alpha_0)$. Noter le pas en énergie du faisceau de proton ($\Delta E_p = 0.4$ KeV).

L'analyse de la section efficace utilisant (II.17) a permis d'extraire la largeur partielle $\Gamma_p^{2J} = 26 \pm 9$ eV pour une largeur totale $\Gamma^{2J} < 200$ eV³⁴⁾. Les rapports d'embranchement Γ_i/Γ de décroissance de cet état $T = 2$ suivant les différentes voies i sont indiqués dans la Figure 10. On peut caractériser cette violation d'isospin en comparant les largeurs réduites d'émission γ_c^2 à la largeur réduite de Wigner γ_w^2 ³⁵⁾ :

$$\left(\frac{\gamma_c}{\gamma_w} \right)^2 = \frac{\Gamma_c}{P_c} \frac{\mu R^2}{\hbar^2} \quad (\text{II.18})$$

où $\mu = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$ est la masse réduite du système, P_c la pénétrabilité dans la voie c calculée au rayon $R = 1.4 [A_1^{1/3} + A_2^{1/3}]$. Pour l'état $T = 2$ du ^{24}Mg on trouve que $\gamma_p^2/\gamma_w^2 = 2.10^{-5}$ et $\gamma_\alpha^2/\gamma_w^2 \approx 10^{-4}$, ce qui implique des faibles impuretés d'isospin soit dans le noyau composé $^{23}\text{Na} + p$, soit dans l'état fondamental de la cible. De telles informations peuvent être obtenues et l'ont été en utilisant la réaction permise d'isospin pour former l'état analogue $T = 2$ et en observant en coïncidence ses voies de désintégration, soit³⁶⁾ :



Dans la Figure 10, les rapports d'embranchement (Γ_c/Γ) indiqués entre parenthèses sont ceux déduits de la méthode de coïncidence particule-particule (t-p) ou (t- α) décrite ci-dessus. L'accord entre les 2 méthodes est généralement bon, la seule différence vient du fait que dans la réaction (p,t) l'état $T = 2$ du ^{24}Mg apparaît dans le spectre avec une largeur due à la résolution expérimentale (~ 30 - 50 KeV) et il est donc impossible de mesurer la largeur propre du niveau par cette méthode ($\Gamma < 200$ eV), d'où la nécessité d'étudier aussi la capture résonnante interdite pour obtenir la largeur totale du niveau Γ et d'en déduire les largeurs partielles Γ_p , Γ_α qui sont les seules sources d'informations quantitatives sur le degré de brisure de symétrie. La décroissance interdite par proton nous renseigne sur l'amplitude de mélange de type isovectorielle ($\Delta T = 1$) ou isotenseur ($\Delta T = 2$), alors que l'émission α est caractéristique d'un mélange de type isotenseur ($\Delta T = 2$).

Le seul mode de désintégration énergétiquement possible et "permis" d'isospin, la décroissance γ de ce niveau, a été mesuré toujours en utilisant la voie interdite d'isospin $^{23}\text{Na} + p$ et en mesurant en fonction de l'énergie des protons les spectres γ de décroissance. A l'énergie de la résonance $E_p = 3.902$ MeV, 3 transitions γ d'énergies respectives 10.8 ± 0.1 , 10.03 ± 0.06 et 8.60 ± 0.01 MeV sont nettement observées comme le montrent les spectres de la Figure 12 pris sur et hors résonance. Ces transitions ainsi que l'analyse des coïncidences γ - γ

de la cascade de décroissance et de leurs distributions angulaires (Figure 12 encart) permettent d'établir le schéma des décroissances γ et le spin des niveaux mis en jeu dans la désintégration (voir Figure 10).

Il n'y a pas de brisure de symétrie observée dans la voie de désintégration γ puisqu'elle procède par des fortes transitions $M_1(0^+ \rightarrow 1^+, \Delta T = 1)$ qui sont la signature de l'isospin de l'état analogue $T = 2$ (pour une revue, voir réf. 37). Ce sont des transitions du type spin-

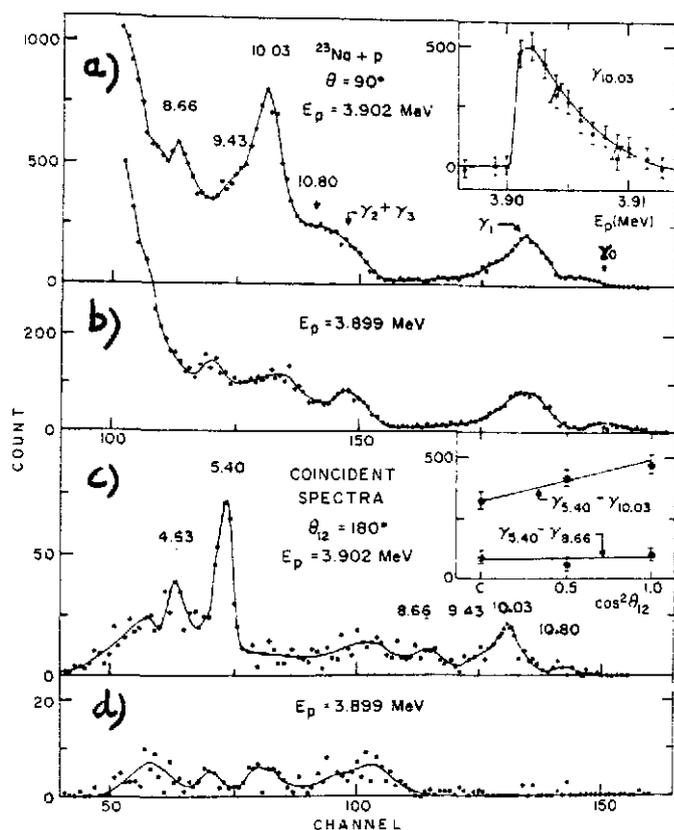


Figure 12 : Spectre γ de l'état $T = 2, 0^+$ du ^{24}Mg observé dans la réaction $^{23}\text{Na}(p, \gamma)^{24}\text{Mg}$.

Haut a, b) \rightarrow Spectres simples pris sur et hors résonances. L'encart montre la fonction d'excitation.

Bas c, d) \rightarrow Spectres en coïncidence sur et hors résonance. L'encart montre les distributions angulaires (.) comparées aux prédictions théoriques (trait plein). (Tiré de la réf. 37).

isospin flip ($\Delta J = 1, \Delta T = 1$) entre états analogues excités. La force de la transition $M_1, B(M_1)$ est proportionnelle à la largeur partielle Γ_γ de la transition qui peut être déduite de la fonction d'excitation montrée en encart en haut de la Figure 12. En effet, la section efficace (p, γ) est proportionnelle à la "force de la résonance" soit $\Gamma_p \Gamma_\gamma / \Gamma = 1.0$ eV pour la transition γ de 10.03 MeV ; si $\Gamma_p / \Gamma = 0.6$ on peut en déduire $\Gamma_\gamma = 1.7$ eV. La largeur de Weisskopf correspondante est de 3.3 eV d'où la qualificatif de fortes transition M_1 caractéristiques de la décroissance d'états analogues excités de séquence $(T_0 + 2, 0^+) \rightarrow (T_0 + 1, 1^+) \rightarrow (T_0, 0^+)$. Ce type d'expérience a aussi un intérêt considérable car il permet de tester les règles de sélection de l'émission γ et en particulier la règle de base $\Delta T = 0, \pm 1$ ce qui interdit les transitions $\Delta T = 2$.

La recherche de ce type de transitions dans le cas d'état analogue $T = 2$ a été menée de manière intensive³⁷⁾. Pour le ^{24}Mg , la limite supérieure pour la transition (0^+ , $T = 2 \rightarrow 2^+$, $T = 0$) est de 0.04 eV alors que la largeur de Weisskopf pour cette transition E_2 est 1.9 eV soit moins de 2 %. Cela confirme la faible impureté d'isospin du niveau $T = 2$ dans le ^{24}Mg .

II.3.2 La systématique expérimentale pour les états analogues $T = 3/2$ et $T = 2$ pour $A < 44$

Les niveaux $T = 3/2$ dans les noyaux de masse $A = 4n + 1$ de $T_z = \pm 1/2$ présentent pour la plupart des décroissances "interdites" d'isospin (proton, neutron ou alpha). Peuplés par des réactions de transfert de deux nucléons²⁷⁾ ou par capture résonante "interdite"^{34,35,37,38)} de protons ou d'alphas, ils présentent des largeurs comprises entre 50 eV et quelques KeV. Les voies d'émission proton et neutron vers l'état fondamental ($T = 0$, $T_z = 0$) ont des largeurs partielles typiques de 50 à 400 eV. On peut noter aussi que les rapports d'embranchement à l'état fondamental ou à des états excités révèlent de fortes asymétries quand on compare les voies proton et neutron. Cette systématique est résumée d'une part dans la Table 2 et dans la Figure 13a.

Il apparaît que les largeurs réduites d'émission proton présentent une dépendance en A caractéristique, pour les noyaux de $A = 8n$ et $A = 8n + 4$. On peut reproduire les résultats avec les expressions suivantes : $\gamma_p^2(8n) = C_0 A^{2.4}$ et $\gamma_p^2(8n + 4) = C_4 A^{2.4}$. Les largeurs réduites pour les

Table II : Décroissance "interdite" d'isospin de quelques états analogues $T = 3/2$. (Tiré de la réf. 13).

Noyau	Energie	J^π	T	Γ (KeV)	Etat final	Γ_p (eV)	Γ_n (eV)
^9Be	14.96	$3/2^-$	3/2	0.33 ± 0.07	$n + ^8\text{Be}(0^+) \text{ g.s}$		9 ± 8
					$n + ^8\text{Be}(2^+) 2.9$		147 ± 28
^9B	14.659	$3/2^-$	3/2	0.275 ± 0.09	$p + ^8\text{Be}(0^+) \text{ g.s}$	30 ± 17	
					$p + ^8\text{Be}(2^+) 2.9$		90 ± 15
^{13}C	15.109	$3/2^-$	3/2	5.8 ± 0.7	$n + ^{12}\text{C}(0^+) 0.0$		406 ± 115
					$n + ^{12}\text{C}(2^+) 4.4$		116 ± 24
^{21}Ne	8.857	$5/2^+$	3/2	2.8 ± 0.5	$n + ^{20}\text{Ne}(0^+) 0.0$		< 1000
^{17}F	11.200	$1/2^-$	3/2	0.43 ± 0.15	$p + ^{16}\text{O}(0^+) \text{ g.s}$	4500 ± 1200	
^{37}K	5.048	$3/2^+$	3/2	0.04 ± 0.02	$p + ^{36}\text{Ar}(0^+) 0.0$	40 ± 20	
					$p + ^{36}\text{Ar}(2^+) 2.0$		0.4 ± 0.15

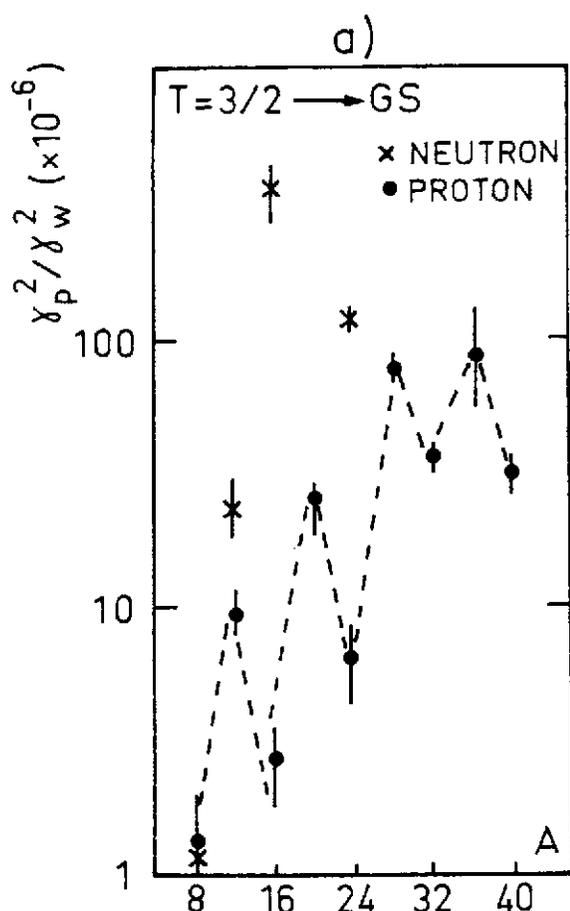


Figure 13a : Largeurs réduites proton et neutrons γ^2 de la décroissance interdite des analogues $T = 3/2$ vers l'état fondamental. Les lignes en pointillés joignant les points soulignent la dépendance en A pour les largeurs en protons. (Tiré de la réf. 34).

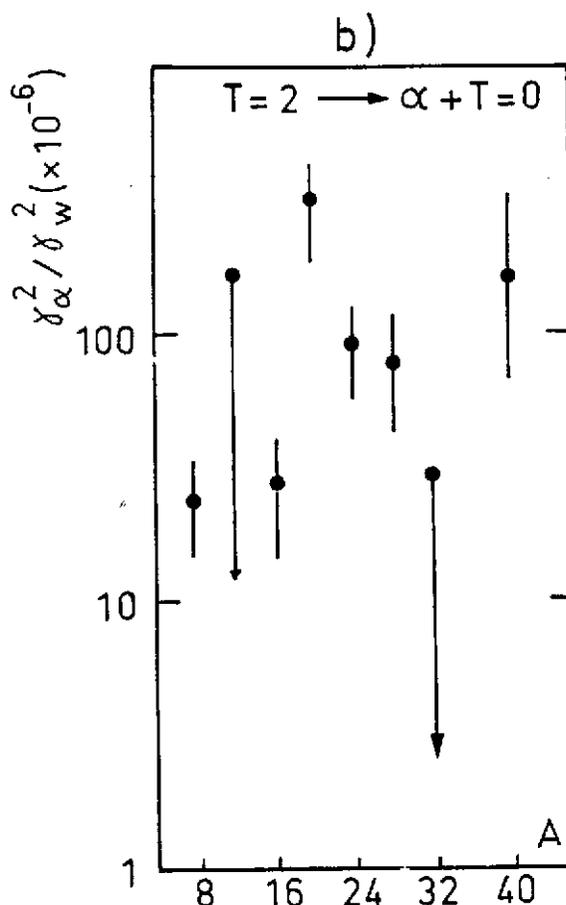


Figure 13b : Largeurs réduites déduites α de la décroissance interdite d'isospin des états $T=2$ dans les noyaux de $A=4n$. (Tiré de la réf. 34).

protons sont très faibles comparées à la largeur limite de Wigner (10^{-5}) et indiquent un faible mélange d'isospin.

Le même diagramme reporté en Figure 13b montre la situation expérimentale en ce qui concerne les désintégrations "doublement interdites" ($\Delta T = 2$) des états analogues $T = 2$ par émission alpha vers les états ($T = 0, T_z = 0$). Le caractère oscillatoire des largeurs est presque similaire mais surtout l'ordre de grandeur des largeurs réduites est le même. La compréhension de cette décroissance interdite conduirait à préciser la nature de la composante isotenseur de la force responsable de cette brisure de symétrie.

II.3.3 Interprétation théorique de ces décroissances interdites - Le mélange d'isospin entre état analogue et état anti-analogue

Ainsi que nous l'avons brièvement discuté dans le paragraphe II.2.b.1, le mélange des membres ($T = 3/2, T_z = \pm 1/2$) du multiplet (analogue) avec les états ($T = 1/2, T_z = \pm 1/2$) (anti-analogue) conduit à un déplacement de la position en énergie des états ($T = 3/2, T_z = \pm 1/2$). Le même mécanisme conduit aussi à un élargissement de l'état. Nous allons essayer d'évaluer comment cette largeur due au mélange d'isospin entre état analogue A et anti-analogue \bar{A} affecte les largeurs de désintégration "interdies" d'isospin dans les noyaux légers.

L'amplitude de la désintégration peut s'écrire :

$$\gamma_c = \frac{\langle \phi_n^{(-)}(E) | V_N | \bar{A} \rangle \langle \bar{A} | V_c | A \rangle}{E_A - E_{\bar{A}} + i \Gamma_{\bar{A}/2}(E_n)} \quad (II.19)$$

où $\phi_n^{(-)}$ est la fonction d'onde du nucléon (p ou n) qui est émis et correspond au noyau résiduel dans l'état fondamental $|0\rangle$ et au nucléon dans le continuum. La fonction d'onde dans le continuum est calculée en utilisant un potentiel optique. L'interaction V_N entre le continuum et l'état anti-analogue est l'interaction nucléaire indépendante de charge tandis que V_c est l'interaction coulombienne. Des calculs utilisant l'expression (II.19) pour les états $T = 3/2$ dans les noyaux ^{13}N , ^{17}F , ^{32}Cl et ^{41}Sc ont été effectués par Lev et Auerbach (voir réf. 12). Les éléments de matrice coulombiens $\langle \bar{A} | V_c | A \rangle$ sont grands, de l'ordre de plusieurs centaines de KeV pour les différents niveaux $T = 3/2$. Leurs valeurs sont données dans la Table 3, ainsi que les largeurs d'émission en proton $\Gamma_c^\uparrow = 2P_\ell \gamma_c^2$ pour diverses configurations (2p - 1t) d'états parents.

En plus du mécanisme de mélange d'isospin décrit ci-dessus, il y a aussi la possibilité d'une décroissance interdite d'isospin qui n'implique un mélange d'isospin ni dans l'état initial $|A\rangle$ ni dans l'état final. Il s'agit d'une largeur de désintégration induite par le couplage "direct" d'un état $T = 3/2$ pur à un état du continu par l'intermédiaire de la partie à deux corps de l'interaction coulombienne. Son amplitude est égale à :

$$\gamma^D = \langle \phi_n^{(-)} | V_c(1,2) | A \rangle \quad (II.20)$$

Cette amplitude "interdite" d'isospin n'existe que pour les protons et cela est dû à un processus de réarrangement où l'état de 2 particules doit être modifié. Les largeurs déduites de l'expression (II.20) pour un tel processus sont de l'ordre de quelques dizaines d'eV au maximum. Elles sont aussi données dans la Table 3 et les résultats combinés des 2 processus sont comparés aux largeurs expérimentales.

Table 3 : Valeurs calculées de la largeur d'émission proton interdite pour plusieurs états analogues $T = 3/2$ (Tiré de la réf. 12).

Noyau	Configuration de l'état parent	Energie de l'état analogue (MeV)	Γ_D^\dagger (eV)	$\langle \bar{A} V_C A \rangle$ (keV)	$\langle \phi_n V_N \bar{A} \rangle$ (MeV) ^{-1/2}	Γ_C^\dagger (eV)	$\Gamma_C^\dagger + \Gamma_D^\dagger$ (eV)	Γ_{exp}^\dagger (eV)
¹³ N	$p_{1/2}^2 p_{3/2}^{-1}$	15.07	6.4	160	0.41-0.09i	350	400	182±57
¹⁷ F	$d_{5/2}^2 p_{1/2}^{-1}$	11.20	34.1	270	-0.44-0.08i	1900	1910	40±10
³³ Cl	$d_{3/2}^2 s_{1/2}^{-1}$	5.56	5.8	110	-0.10-0.04i	70	90	110±15
⁴¹ Sc	$f_{7/2}^2 d_{3/2}^{-1}$	5.87	0.2	270	-0.07-0.03i	340	350	55±10

Dans le cas des états $T = 2$, très peu de calculs ont été entrepris sur les largeurs interdites d'émission, par particule alpha. En particulier Mc Grath et al.³⁶⁾ ont étudié les mélanges d'isospin $T = 0$ et $T = 1$ dans les niveaux $T = 2$ produits par l'interaction coulombienne, la contribution principale venant du mélange avec les états anti-analogues. On trouve un mélange de $T = 0$ dans les états $T = 2$ extrêmement faible (environ 10^{-5}). Il est donc très improbable que ce type de largeur alpha (environ 1 keV) puisse être produit par un mécanisme du genre de celui discuté plus haut pour les états $T = 3/2$. De cette rapide revue des mécanismes permettant d'expliquer les décroissances interdites d'isospin, on peut conclure provisoirement :

- i) Le mélange d'isospin avec l'état anti-analogue semble fournir l'ordre de grandeur correct pour les largeurs d'émission interdite des états $T = 3/2$ dans les noyaux $T_z = \pm 1/2$. La contribution de ce mécanisme est dominante bien que d'autres mécanismes puissent modifier ces largeurs et être responsables des variations en fonction du nombre de masse. L'élément de matrice coulombien seul $\langle \bar{A} | V_C | A \rangle$ a une valeur suffisante pour expliquer la largeur d'émission interdite pour les états $T = 3/2$ dans les noyaux légers.
- ii) Pour les états $T = 2$, il n'y a pas d'explication satisfaisante aux largeurs d'émission alpha ou proton.
- iii) Il n'y a pas d'évidence expérimentale directe de la nécessité d'introduire une force nucléaire dépendante de la charge.

II.4 LES NOYAUX LOURDS, RESONANCES ISOBARIQUES ANALOGUES ET STRUCTURE NUCLEAIRE

Malgré les nombreuses vérifications expérimentales de la faible brisure de symétrie d'isospin dans les noyaux légers, il a fallu attendre les débuts des années soixante pour établir que l'isospin demeurerait un "bon" nombre quantique dans les noyaux lourds. En effet, l'énergie

coulombienne croît avec Z alors que l'énergie de liaison par nucléon reste à peu près constante quand A croît. Les travaux de French³⁹⁾, la découverte expérimentale de l'état analogue du fondamental du ^{51}V dans la réaction $^{51}\text{V}(p,n)$ par Anderson et al.⁴⁰⁾ et les arguments théoriques de Lane⁴¹⁾ sur la présence d'un terme dépendant de l'isospin dans le potentiel optique du nucléon ont imposé la conviction que l'invariance, au moins approchée, d'isospin s'étendait au-delà des noyaux légers.

Comment vont se manifester les états analogues dans les noyaux moyens et lourds ($A > 40$) ? L'effet de l'opérateur T_- sur un niveau lié du noyau ${}^A_{Z,N+1}$ est de transformer tous les neutrons en protons si les orbitales protoniques correspondantes sont libres ainsi qu'il est montré dans la Figure 14.

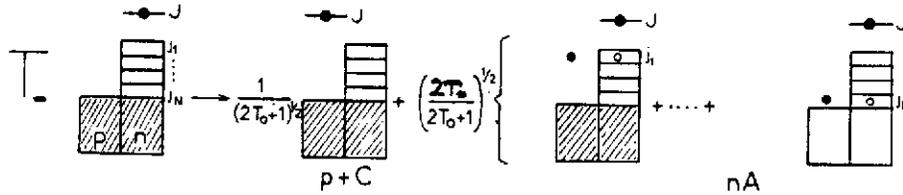


Figure 14 : Représentation schématique de l'action de l'opérateur T_- sur l'état fondamental du noyau ${}^A_{Z,N+1}$ et fonction d'onde de l'état analogue.

L'état analogue de ce niveau lié appartient au noyau ${}^A_{Z+1,N}$ et se trouvera donc déplacé par rapport à l'état parent de la différence d'énergie coulombienne entre les deux noyaux $\Delta E_C({}^A_{Z+1,N}, {}^A_{Z,N+1})$ moins la différence de masse neutron-proton δ_{np} . Cette différence d'énergie coulombienne croît rapidement avec Z ($\Delta E_C \approx 20$ MeV pour le système Pb-Bi) et donc dans les noyaux lourds ces niveaux analogues sont placés à des énergies d'excitation élevées, au-dessus du seuil d'émission de particules.

L'état analogue peut alors être formé dans le système composé par la réaction :

${}^C_N + p \rightarrow {}^A_{Z+1,N}^*$ suivie de la désintégration suivant les modes ${}^A_{Z+1,N}^* \rightarrow {}^C_N + p$, ou ${}^C_N + p'$, etc...

Il peut être observé comme une résonance dans la diffusion élastique ou inélastique de protons d'où le nom de Résonance Isobarique Analogue (RIA). Ces considérations sont illustrées dans la Figure 15.

Pour un état pur à une particule du type $n+C$ (avec $T_0 =$ isospin de C), la fonction d'onde de l'état analogue s'écrit (voir Figure 14) :

$$T_- |nC \rangle = (2T_0+1)^{-1/2} \left[|pC \rangle + 2T_0 |nA \rangle \right] \quad (\text{II.21})$$

où A est l'analogue du noyau C : $A = T_C$. Les états $|nC\rangle$ sont appelés les états parents.

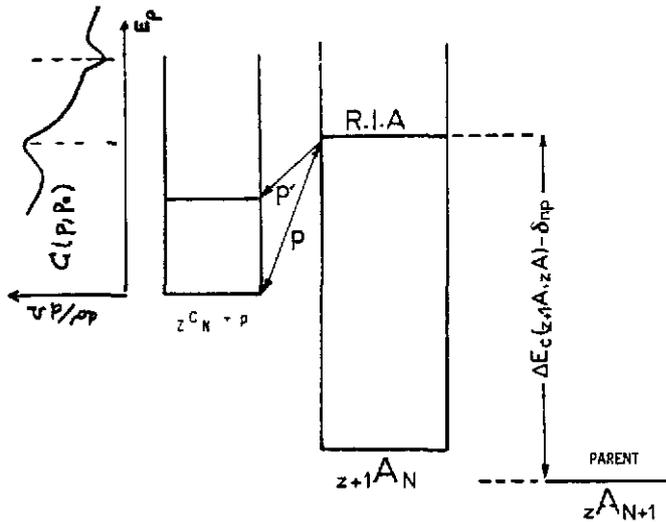


Figure 15 : Représentation schématique de l'état parent, de la RIA et de la fonction d'excitation dans un noyau lourd.

Deux remarques découlent de la relation (II.21) :

- i) Pour un état pur à une particule, seule la fraction $1/2T_0+1$ se retrouve dans l'état analogue et comme dans les noyaux lourds, T_0 est grand ($T_0 > 10$), cette fraction sera faible.
- ii) La RIA peut être formée par diffusion inélastique résonnante à l'aide du terme $|pC\rangle$ mais le système $p+C$ n'ayant pas un isospin pur, 2 types d'états peuvent être formés : les états $T_0 - 1/2 = T_<$ ou états normaux dont la densité est très grande à haute énergie d'excitation, et la RIA $T_> = T_0 + 1/2$. Par mélange dû à l'interaction dépendante de la charge (Coulomb), la RIA va acquérir une largeur d'étalement $\Gamma^>$ ("spreading width") qui caractérise ce couplage. De plus la RIA peut décroître par émission de protons, cette décroissance est caractérisée par une largeur d'émission $\Gamma^<$ ("escape width") qui est égale à la somme des largeurs partielles d'émission $\Gamma^< = \sum_i \Gamma_i^<$.

La largeur totale de la RIA est alors égale à $\Gamma = \Gamma^> + \Gamma^<$. Elle est typiquement de 5 keV pour $A < 60$, de 60-100 keV pour $A = 140$ et 250 keV dans la région du Pb.

II.4.1 Evidence expérimentale et grandeur caractéristique de la RIA

La diffusion élastique est l'un des moyens les plus simples d'études des RIA car la section efficace est grande et l'interférence entre la RIA avec le fond non résonnant produit des "anomalies" caractéristiques dans la fonction d'excitation qui contiennent des informations importantes sur la structure de la RIA (et par conséquent sur l'état parent). Dans le cas d'une cible $J^\pi = 0^+$, la section efficace et la polarisation sont données par les relations⁴²⁾ :

$$\langle \frac{d\sigma}{d\Omega} \rangle = |\bar{A}|^2 + |\bar{B}|^2 \quad (II.22)$$

$$P(\theta) = 2 \operatorname{Im}(\bar{A}, \bar{B}^*) \langle d\sigma/d\Omega \rangle \quad (II.23)$$

avec

$$A(\theta) = \eta_p/2k_p \cos^2\theta/2 \exp\left\{-2i\eta_p \ln(\sin\theta/2) + i/2k_p \sum_{\ell} (J+1/2) \left[\exp(2i\omega_{\ell}) - \bar{S}_{\ell,J}\right]\right\} P_{\ell}(\cos\theta) \quad (II.24)$$

$$B(\theta) = 1/2k_p \sum_{\ell} (-1)^{J-\ell+1/2} \left|\exp(2i\omega_{\ell}) - \bar{S}_{\ell,J}\right| P_{\ell}^{(1)}(\cos\theta) \quad (II.25)$$

l'élément de matrice caractérisant la RIA est :

$$S_{\ell,J} = \exp 2i\delta_{\ell,J} - i \frac{\Gamma_{\ell,J}^p}{E - E_R + \frac{i}{2}\Gamma_{\ell,J}} \quad (II.26)$$

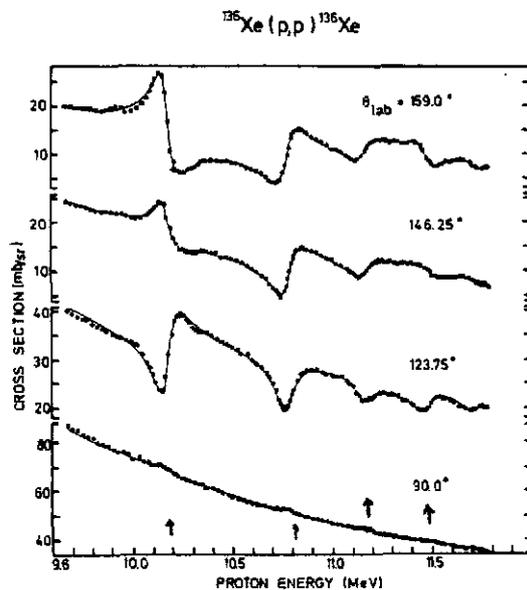


Figure 16 : Fonction d'excitation élastique pour la diffusion élastique. Les courbes en traits pleins représentent le fit théorique. Les RIA sont observées clairement à 10.26 MeV(7/2⁻), 10.85 MeV(3/2⁻), 11.23 MeV(1/2⁻), et 11.56 MeV(5/2⁻) (Tiré de la réf. 43). (↑)

Dans les expressions (II.22) à (II.26), η_p et k_p sont respectivement le paramètre de Coulomb et l'impulsion du proton incident, δ_c le déphasage coulombien, $\Gamma_{\ell,J}^p$ la largeur partielle d'émission proton dans la voie inélastique, E_R et $\Gamma_{\ell,J}$ l'énergie et la largeur de la résonance.

Chaque RIA est caractérisée par un moment angulaire l et un spin total J . Ces expressions permettent de traiter plusieurs résonances, chacune de (ℓJ) différent.

La Figure 16 montre la fonction d'excitation élastique ${}_{54}^{136}\text{Xe}_{82}(p,p)$ dans la région où sont attendues les RIA. Cinq anomalies sont observées entre 10 et 11.5 MeV correspondant aux cinq premiers niveaux excités du noyau parent ${}_{54}^{137}\text{Xe}_{82+1}$. L'information de structure nucléaire est contenue dans la détermination des quantités E_R , l , Γ_p et Γ pour chaque résonance. On réalise un fit des fonctions d'excitations en utilisant les expressions (II.22) à (II.26). La première qualité du fit est de bien décrire le fond non résonnant. On peut, soit utiliser, un modèle qui décrit la diffusion $p + C$ hors résonance, soit paramétriser le fond, dû essentiellement à la partie non résonnante du terme \bar{A} en fonction de l'énergie E_p . Pour $\theta = 180^\circ$, toutes les résonances sont fortement peuplées alors que la fonction d'excitation mesurée autour de $\theta = 90^\circ$ donne une contribution nulle pour les RIA de ℓ impair ($P_\ell(\cos\theta) = 0$) ce qui est le cas dans la Fig. 16 et permet de juger de la qualité du fit pour le terme non résonnant.

D'autre part, les fonctions d'excitation mesurées aux autres zéros des polynomes de Legendre $P_\ell(\cos\theta)$ (e.g. $125^\circ 3$, $140^\circ 8$, $149^\circ 4$, 155° , $158^\circ 8$, pour $\ell = 1$ à 6) permettent de supprimer fortement la contribution de la RIA considérée. Les fits généralement de très bonne qualité permettent d'extraire des valeurs très précises de ℓ , E_R et surtout des largeurs partielles et totales Γ_p et Γ de la RIA.

La détermination du J de la RIA ($J = \ell \pm 1/2$) est beaucoup plus difficile. Cela peut être réalisé en mesurant l'asymétrie droite-gauche de la section efficace en utilisant un faisceau polarisé. Le terme B dans l'expression (II.25) n'a pas le même signe si $J = \ell - 1/2$ ou $J = \ell + 1/2$ et donc la polarisation P proportionnelle à B change de signe aussi. Cette propriété unique, indépendante du modèle a été utilisée pour mesurer le spin J de RIA comme le montre la Fig. 17.

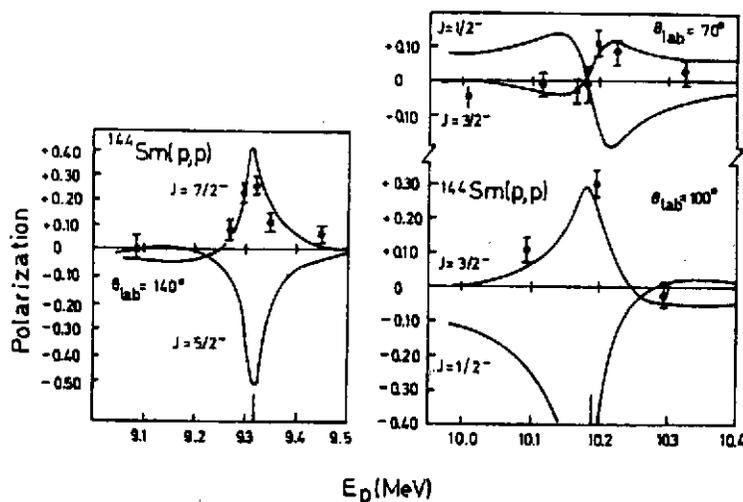


Figure 17 : Polarisation mesurée dans la réaction $^{144}\text{Sm}(p,p_0)$. Les RIA correspondent à l'état fondamental $7/2^-$ et au premier état excité $l = 1$ $J = 1/2^-$ et $3/2^-$ du noyau parent de ^{144}Sm (Tiré de la réf. 44). Les courbes en trait plein sont les fits théoriques en utilisant l'expression (II.23).

II.4.2 Facteurs spectroscopiques et force a une particule dans l'état parent

La largeur partielle élastique $\Gamma_p^{\ell J}$ peut se factoriser en un facteur spectroscopique S_{pp} et une largeur à une particule $\Gamma_{sp}^{\ell J}$:

$$\Gamma_p^{\ell J} = S_{pp}^{\ell J} \cdot \Gamma_{sp}^{\ell J} \quad (\text{II.27})$$

par analogie avec une réaction de transfert d'un nucléon où la section efficace se factorise en un facteur spectroscopique et une section efficace à une particule. Ce facteur spectroscopique mesure le recouvrement entre les fonctions d'onde de la RIA et du coeur C. De là découle une définition de la largeur à une particule $\Gamma_{sp}^{\ell J}$. Elle serait égale à la largeur partielle proton d'une RIA hypothétique correspondant à un état pur à une particule dans le noyau parent.

A partir de la relation (II.21) reliant l'état parent à l'état analogue on peut aussi écrire :

$$S_{pp}^{\ell J} = \frac{1}{2T_0 + 1} S_{dp}^{\ell J} \quad (\text{II.28})$$

où T_0 est l'isospin du coeur C dans l'état fondamental et S_{dp} est le facteur spectroscopique de l'état parent $|n\rangle$ mesurant le recouvrement entre la fonction d'onde de l'état $n + C$ et la fonction d'onde de C. Ce facteur spectroscopique est généralement obtenu par l'étude de la réaction de stripping (d,p) d'un neutron sur le coeur C. Pour déduire de la mesure $\Gamma_p^{\ell J}$ le facteur spectroscopique S_{pp} il faut pouvoir calculer la largeur à une particule $\Gamma_{sp}^{\ell J}$. Mahaux et Weidenmüller⁴⁵⁾ ont calculé cette largeur à partir de l'expression :

$$\Gamma_{sp}^{\ell j} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{2T_0+1} \left[\langle \phi_{\ell j}(r, k_p) | V_c(r, R_c) - \Delta_c | \phi_{\ell j}(r, k_n) \rangle \right]^2 \quad (\text{II.29})$$

où $\phi_{\ell j}(r, k_p)$ et $\phi_{\ell j}(r, k_n)$ sont les solutions radiales de l'équation de Schrödinger respectivement pour un proton ℓj diffusant sur un potentiel complexe à l'énergie de la résonance E_p et un neutron ℓj lié dans un puits de potentiel par une énergie $E_p - \Delta_c$ où Δ_c est le déplacement d'énergie coulombienne entre RIA et état parent. La Table 4 montre la vérification de l'expression (II.28) pour les RIA observées dans la réaction $^{140}\text{Ce}(p,p)$.

Table 4 : Comparaison entre $S_{pp}(2T_0+1)$ et S_{dp} pour la paire analogue-parent $^{141}\text{Pr}-^{141}\text{Ce}$

E_x (parent) (MeV)	J	ℓ	S_{dp}	$S_{pp}(2T_0+1)$
0.00	$7/2^-$	3	0.89	0.86
0.66	$3/2^-$	1	0.42	0.42
1.14	$1/2^-$	1	0.38	0.28
1.50	$5/2^-$	3	0.30	0.27

II.4.3 Modèle de couplage faible et structure des états excités dans les noyaux parents

L'approche simple qui consiste à décrire les niveaux parents comme des états purs à une particule (voir Figure 14) peut être corrigée pour décrire de manière plus réaliste les niveaux parents. La fonction d'onde de chaque état parent peut être développée en terme de couplage d'un neutron aux différents états excités du coeur. La fonction d'onde de l'état parent de spin total J et celle de l'état analogue obtenu par application de T_- sont montrés dans la Table 5. Dans les

Table 5 : Fonction d'onde de l'état parent et de l'état analogue dans un modèle de couplage faible.

$$\begin{array}{l}
 \text{CIBLE} \quad |c\rangle \quad (\text{I.30}) \\
 \\
 \text{ETAT PARENT} \quad a|n_j c\rangle + \sum_k B_k |n_k c\rangle \\
 \\
 \text{ETAT ANALOGUE} \quad \frac{a}{\sqrt{2T_0+1}} [|p_j c\rangle + \sqrt{2T_0} |n_j A\rangle] + \sum_k \frac{B_k}{\sqrt{2T_0+1}} [|p_k c\rangle + \sqrt{2T_0} |n_k A\rangle] \\
 \begin{array}{cccc}
 \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
 p_j+1c\rangle & p_j+1(n_j, n_j^+) \cdot c\rangle & p_k+1c\rangle & p_k+1(n_k, n_m^+) \cdot c\rangle \\
 \text{(I)} & \text{(II)} & \text{(III)} & \text{(IV)}
 \end{array} \\
 \\
 \text{ETATS FINAUX} \quad |c\rangle \quad |c^+\rangle \\
 \Sigma \{ a_{jl} |n_j, n_j^+\rangle \cdot c\rangle + b_{lkm} |n_k, n_m^+\rangle \cdot c^+\rangle \}
 \end{array}$$

notations de la Table 5, $|C\rangle$ est la fonction d'onde de l'état fondamental du coeur, $|C_i^*\rangle$ celle des différents états excités. Les n_j et n_k représentent les états de neutrons disponibles. Enfin les (n_j, n_k^{-1}) représente une configuration comportant un trou de neutron dans l'orbite l occupée et un neutron dans la couche j .

Cette expression générale de la fonction d'onde de la RIA nous permet de comprendre les différents modes de désintégration de ce niveau. Le très grand intérêt des études de spectroscopie à travers les RIA vient du fait que les facteurs spectroscopiques entre la RIA et n'importe quel état excité de la cible (α pour l'état fondamental $|C\rangle$, β_{ik} pour les états excités du coeur $|C_i^*\rangle$) peuvent être obtenus alors que la réaction de transfert d'un neutron ne nous renseigne que sur le couplage d'un neutron avec l'état fondamental $|C\rangle$.

Dans la Table 5, on voit que la formation de la RIA peut se faire à partir du terme I. Une diffusion élastique de protons à l'énergie E_R peut placer la particule dans l'orbite j qui couplée à $|C\rangle$ donnera une résonance dans la fonction d'excitation. Un autre mode de formation possible est le transfert direct d'un proton sur l'orbitale $n_l j$ au moyen de réactions de transfert ($^3\text{He}, d$) ou (α, t) . Par l'intermédiaire de ce même terme I, le proton peut laisser le coeur dans l'état fondamental $|C\rangle$ (voie élastique de largeur partielle Γ_p^{lj}). L'amplitude de cette configuration est égale à $\alpha = (\Gamma_p^{lj}/\Gamma_p^{sp})^{1/2}$ et est aussi reliée au facteur spectroscopique $S_{dp} = \alpha^2$ mesuré lors de l'étude de la réaction (d, p) sur le coeur. Dans le modèle extrême à une particule nous avons $\alpha^2 = 1$ et $\sum \beta_{iK} = 0$.

Le terme III peut peupler les premiers niveaux excités du coeur $|C_i^*\rangle$ (voie inélastique de largeur partielle Γ_k), l'amplitude de ces configurations étant égale à β_{iK} avec $\sum_i \beta_{iK} = \Gamma_p$.

Les termes II et IV laissent le noyau final dans une configuration particule-trou neutronique construite soit sur l'état fondamental soit sur les états excités du coeur. Notons que chaque RIA de nombre quantique $n_l j$ va décroître vers un multiplet particule-trou neutronique différent d'où de nouveau une information unique sur ces configurations et en particulier la possibilité d'en déduire les valeurs de l'interaction résiduelle particule-trou.

II.4.4 Applications aux RIA dans les régions de $N = 82$ et $N = 126$

A. Cas extrême du modèle à une particule

La Figure 18 montre la structure des couches pour le ^{208}Pb . Comme la réaction $^{208}\text{Pb}(d,p)^{209}\text{Pb}$ a montré que les premiers états du système $^{208}\text{Pb} + n$ ont des facteurs spectroscopiques très voisins de 1 (états purs à une particule, sauf $1j_{15/2}$ où $S_{dp} \approx 0.6-0.7$)^{46,47}. Les RIA observées dans la diffusion élastique $^{208}\text{Pb}(p,p_0)^{208}\text{Pb}$ correspondent à des états parents à une particule du ^{209}Pb . La fonction d'onde de la RIA s'écrit alors :

$$\psi_A = \frac{\alpha}{(2T_0+1)^{1/2}} |p \otimes ^{208}\text{Pb} \rangle_J + \frac{(2T_0)^{1/2}}{(2T_0+1)^{1/2}} \alpha \left[n_J \times \sum_j (p_j)(n_j^{-1}) \otimes ^{208}\text{Pb} \right] \quad (\text{II.31})$$

Le premier terme de l'expression (II.31) précise le degré de pureté d'état à une particule des états parents. Nous sommes principalement intéressés par le deuxième terme qui après émission du proton p_j va laisser la cible (^{208}Pb) dans une configuration particule trou-neutron

$$\left[(n_J \times \sum_j (n_j)^{-1}) \right].$$

Pour la RIA $2g_{9/2}$ on doit observer les multiplets particule-trou suivants :

$|(2g_{9/2}) \otimes (3p_{1/2})^{-1} \rangle$ 2 états ; $|(2g_{9/2}) \otimes (1f_{5/2})^{-1} \rangle$ 6 états ; $|(2g_{9/2}) \otimes (3p_{3/2})^{-1} \rangle$ 4 états. Pour chaque RIA les multiplets particule-trou attendus sont schématiquement représentés dans la Figure 19. Ils sont décalés en énergie d'excitation de la distance en énergie des résonances. Par comparaison à cette prédiction extrême, les spectres des niveaux peuplés dans la décroissance des RIA $2g_{9/2}$, $3d_{5/2}$, $4s_{1/2}$ et $2g_{7/2} + 3d_{3/2}$ sont montrés dans la Figure 20. Sur chaque résonance on observe des multiplets centrés vers 4.5 pour la RIA $2g_{9/2}$, vers 5.0, 5.5 et 5.8 MeV pour la RIA $3d_{5/2}$ en accord avec les prédictions simples montrées dans la Figure 19.

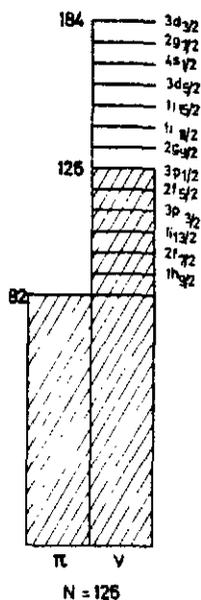


Figure 18 : Structure en couches des états de neutrons pour $N > 126$. Les zones hachurées représentent les couches pleines.

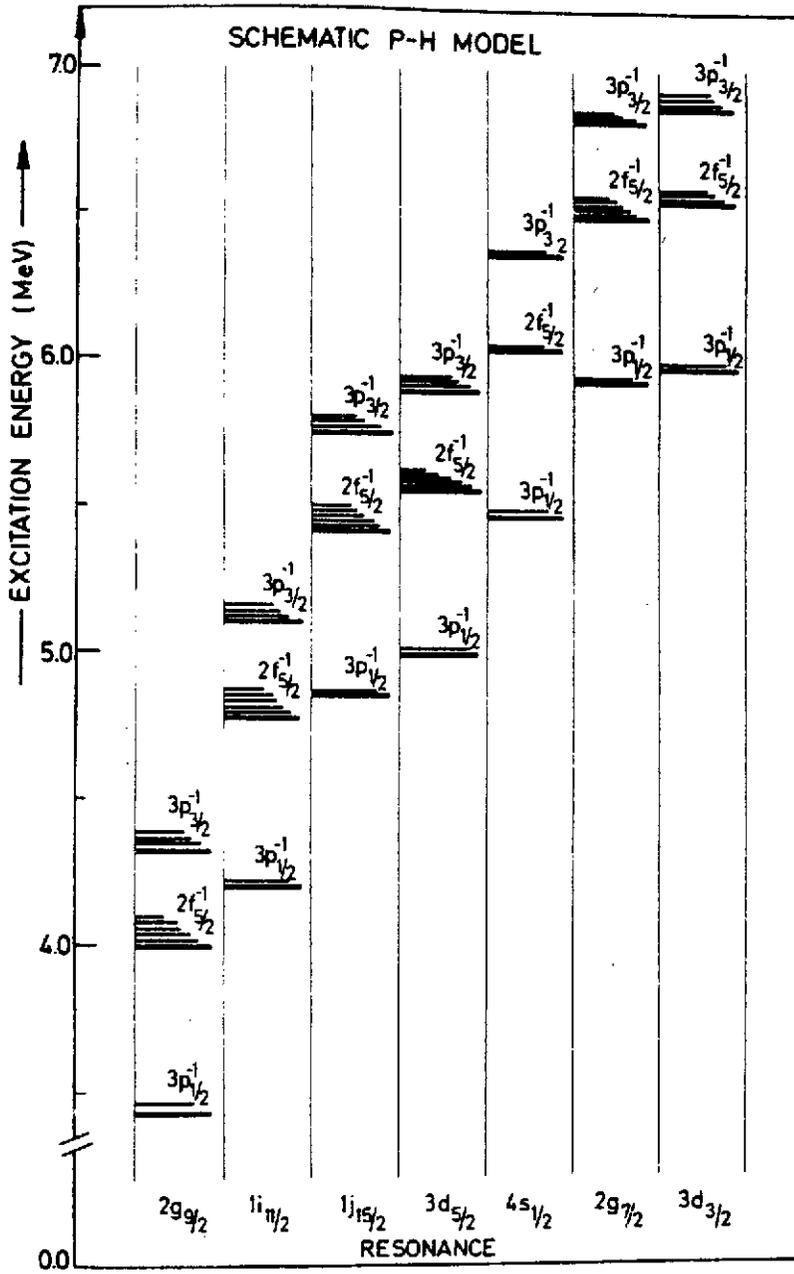


Figure 19 : Modèle schématique montrant les différents multiplets particule-trou peuplés dans la décroissance des RIA pour le système $p + {}^{208}\text{Pb}$.

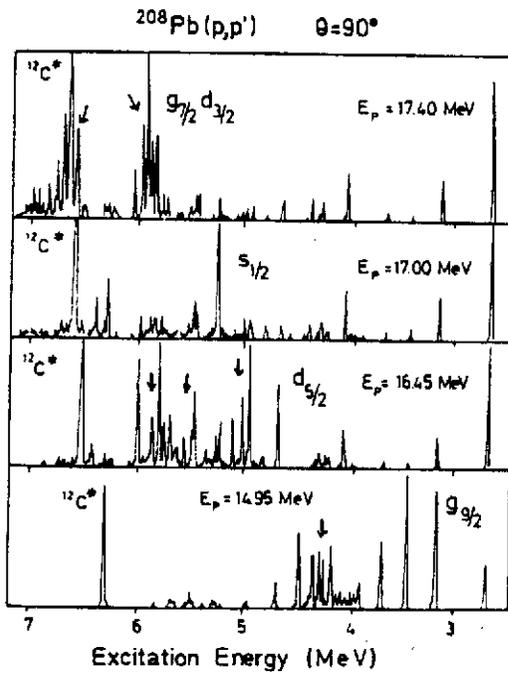


Figure 20 : Spectre de diffusion inélastique de protons de la réaction $^{208}\text{Pb}(p,p')^{208}\text{Pb}$ à $\theta = 90^\circ$ et à l'énergie des RIA, $2g_{9/2}$, $3d_{5/2}$ et $2g_{7/2} + 3d_{3/2}$. (Tiré de la réf. 48).

A partir de la mesure de la distribution angulaire de ces transitions inélastiques on peut extraire la largeur partielle inélastique $\Gamma_p^{\text{INEL}}(I)$ peuplant le membre de spin I du multiplet. Pour chaque multiplet $[n_j, n_j^{-1}]$ la règle de somme suivante doit être vérifiée :

$$\sum_I \Gamma_p^{\text{INEL}}(I) = (2j + 1) \Gamma_j^{\text{S.P}} \quad (\text{II.32})$$

où

Γ_j^{SP} est la largeur à une particule. Le centroïde en énergie de la configuration $[n_j, n_j^{-1}]$ est donné par l'expression :

$$\bar{E} [n_j, n_j^{-1}] = \frac{\sum_I \Gamma_p^{\text{INEL}}(I) E(I)}{\sum_I \Gamma_p^{\text{INEL}}(I)} \quad (\text{II.33})$$

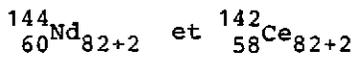
La Table 6 montre la comparaison des largeurs partielles inélastiques Γ_p , à la règle de somme (II.32) pour les multiplets observés dans la décroissance de la RIA $2g_{9/2}$.

Table 6 : Energies d'excitation, nombre d'états et largeurs partielles inélastiques pour les multiplets particule-trou neutron à l'énergie de la RIA $2g_{9/2}$.

Configuration (p-t)	Nombre d'états (Théo)	(Exp)	E(I) (MeV)	$\sum_I \Gamma_{p^i}^{INEL}$ (KeV)	$(2j + 1) \Gamma_j^{SP}$ (KeV)
$ 3p_{1/2}^{-1} 2g_{9/2} $	2	3	3.0-3.8	55.8	57.2
$ 2f_{5/2}^{-1} 2g_{9/2} $	6	5	3.8-4.15	25.0	33.0
$ 3p_{3/2}^{-1} 2g_{9/2} $	4	6	4.15-4.80	62.4	56.0

L'accord avec les prédictions du modèle extrême à une particule (voir Fig. 19) est assez remarquable. Cette méthode permet de mesurer directement les composantes de la fonction d'onde de ces états particule-trou.

B. Exemple d'un couplage faible. Les noyaux de $82 + 2$ neutrons



La Figure 21 illustre de façon schématique les fonctions d'onde des états parents du noyau de $N = 82+3$ neutrons (^{143}Ce) et la fonction des RIA dans le cadre du modèle de couplage faible (voir § II.4.3.).

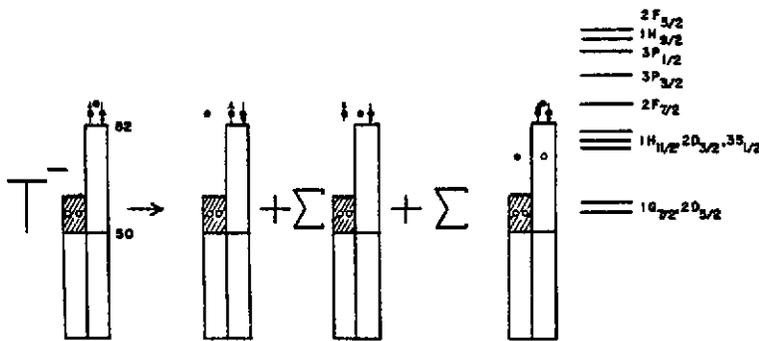


Figure 21 : Représentation schématique des fonctions d'onde des états de $82 + 3$ neutrons et des RIA correspondantes dans le cadre du modèle de couplage faible.

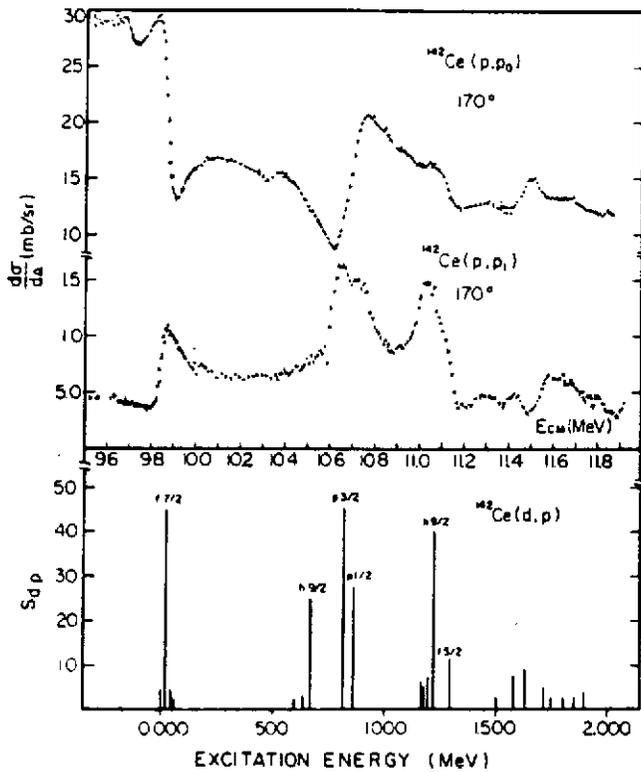


Figure 22 : Fonction d'excitation $^{142}\text{Ce}(p,p_0)$ et (p,p') dans la région des RIA. En bas de la figure sont reportés les premiers niveaux et les facteurs spectroscopiques des états parents correspondants (Tiré de la réf. 48).

On s'attend à observer dans la voie $^{142}\text{Ce} + p$, 5 RIA ($2f_{7/2}$, $1h_{9/2}$, $3p_{3/2}$, $3p_{1/2}$ et $2f_{5/2}$) correspondant à l'état fondamental et aux premiers états excités du noyau parent de ^{143}Ce qui ont une force à une particule importante ($S_d p > 0.3$). La Figure 22 montre les fonctions d'excitations $^{142}\text{Ce}(p,p_0)^{142}\text{Ce}$ et $^{142}\text{Ce}(p,p')^{142}\text{Ce}^*$ laissant le noyau résiduel de ^{142}Ce dans l'état fondamental ou dans le premier excité (2^+). Ces fonctions d'excitation font apparaître des résonances dans la voie élastique, mais aussi dans les voies inélastiques confirmant l'hypothèse suivant laquelle les niveaux parents peuvent être développés sur une base des états excités du coeur. (voir relation (II.30)).

Enfin la même figure montre les premiers niveaux excités du noyau parent et leurs forces à une particule déduite de l'analyse de la réaction $^{142}\text{Ce}(d,p)^{143}\text{Ce}$ (48).

Les distributions angulaires des états finaux du ^{142}Ce mesurés à l'énergie E_R des RIA $f_{7/2}$, $p_{3/2}$ etc... permettent de déterminer le spin du niveau excité vers lequel décroît la RIA et les largeurs partielles inélastiques de décroissance.

La section efficace de diffusion inélastique pour la transition RIA ($n\ell J$) $\rightarrow J_F$ s'écrit :

$$d\sigma/d\Omega = \lambda^2/8 \frac{\Gamma_{\ell J}^P}{(E-E_R)^2 + \Gamma^2/4} \sum_{\substack{L=0,2,\text{MAX} \\ \text{pair}}} P_L(\cos\theta) \sum_{ik} \Gamma_{\ell_i j_i}^{1/2} \Gamma_{\ell_k j_k}^{1/2} A_L(\ell J, J_F; \ell_i, j_i, \ell_k, j_k) \quad (\text{II.34})$$

où $\Gamma_{\ell J}^P$ est la largeur partielle élastique, Γ et E_R la largeur totale et l'énergie de la RIA de spin J , A_L (un coefficient dépendant des spins et moments angulaires mis en jeu dans la transition, $\ell_i j_i, \ell_k j_k$ les ondes partielles caractérisant la voie de décroissance inélastique et enfin $\Gamma_{\ell_i j_i}, \Gamma_{\ell_k j_k}$ les largeurs partielles inélastiques associées à cette transition.

La sommation sur les polynomes de Legendre $P_L(\cos\theta)$ va de $L = 0$ à $L = L_{\text{MAX}}$ avec L pair et $L_{\text{MAX}} = \min |2\ell, 2J, \max(2j_i, 2j_k), \max(2\ell_i, 2\ell_k)|$. Les valeurs de ℓ_i, j_i, ℓ_k, j_k des moments et spins emportés par le proton émis doivent satisfaire les lois de conservations $J(\text{RIA}) = J_F \otimes j_i$ et généralement plusieurs valeurs de j_i sont possibles.

De l'analyse des distributions angulaires inélastiques on peut obtenir pour chaque état final atteint les largeurs partielles inélastiques $\Gamma_{\ell_i j_i}^P$. Celles-ci seront comparées aux largeurs à une particule pour une transition de même énergie et de même moment et spin $\Gamma_{sp}^{\ell_i j_i}$ pour obtenir une amplitude de couplage faible :

$$\left(\sum_{ik} \beta_{ik} \right)^2 = S_{pp'} = \frac{\sum \Gamma_{\ell_i j_i}^{D'}}{\Gamma_{sp}^{\ell_i j_i}} \quad (\text{II.35})$$

Enfin, d'après la Table 5 présentant les différents modes de désintégration, on trouve aussi à plus haute énergie dans le noyau résiduel des états de type particule-trou dont la spectroscopie se fait en utilisant le formalisme développé dans le paragraphe précédent (II.4.4-A)

La Fig. 23 montre le résultat complet d'une telle analyse pour deux RIA dans le système $^{142}_{58}\text{Ce}_{82+2} + p$. Les largeurs partielles élastiques et inélastiques déduites de l'analyse des distributions angulaires à l'énergie des RIA $2f_{7/2}$ et $3p_{3/2}$ sont portées en fonction de l'énergie d'excitation dans le noyau résiduel (^{142}Ce). Notons que ces décroissances sont caractérisées par une très forte population du premier 2_1^+ et dans une moindre mesure du premier $4_1^+, 6_1^+$ des états $2_2^+, 4_2^+$, etc... (jusqu'à environ 3 MeV). A partir de 3 MeV pour la RIA $f_{7/2}$ et de 4.0 MeV pour la RIA $2p_{3/2}$ on voit apparaître des multiplets de niveaux fortement peuplés correspondant aux états neutron-particule-trou du ^{142}Ce du type $(f_{7/2})_n^{+1} \times (s_{1/2})_n^{-1}$ ou $(d_{3/2})_n^{-1}$ avec $[J^\pi = 1^-, 2^-, 3^-, 4^-, 5^-]$ ou pour la RIA $2p_{3/2} : (p_{3/2})_n^{+1} \times (s_{1/2})_n^{-1}$ ou $(d_{3/2})_n^{-1}$ avec $J^\pi = [0^-, 1^-, 2^-, 3^-]$.

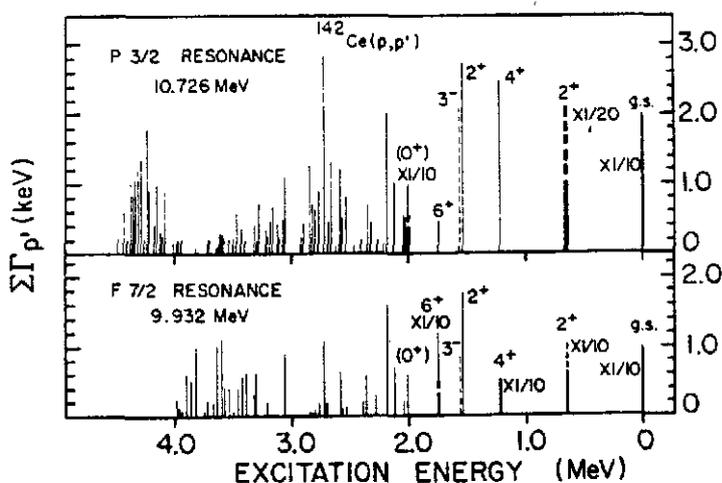


Figure 23 : Spectre d'excitation du ^{142}Ce aux énergies des RIA $2f_{7/2}$ et $3p_{3/2}$. Les barres verticales sont proportionnelles à la largeur partielle d'émission vers l'état final indiqué. Noter pour chaque RIA le cluster de niveaux autour de 3 à 4 MeV respectivement correspondent aux configurations particule-trou. (Tiré de la réf. 48).

Les multiplets sont bâtis sur des états de trous de neutron correspondant à des orbitales de bas spin ($l = 0, l = 2$; s,d) car les multiplets bâtis sur les états de trou $h_{11/2}^{-1}$ ou $g_{7/2}^{-1}$ ne seront pas observés à cause de la trop faible pénétrabilité des protons de $l = 4$ ou $l = 5$.

Dernière remarque importante, contrairement au cas du ^{208}Pb le nombre de niveaux observés dans un multiplet est beaucoup plus élevé que celui attendu dans le cas du modèle extrême. Il y a une fragmentation de chaque état théorique indiquant un fort mélange de configuration dans la fonction d'onde de ces niveaux.

II 1.5 CONCLUSION

La brisure de symétrie d'isospin demeure toujours très faible même dans les noyaux lourds. Pour les noyaux du type C + n qui peuvent être décrits dans le cadre soit d'un modèle extrême à une particule soit dans un modèle de couplage faible, les RIA et leur spectroscopie permettent de mesurer avec une grande précision les différentes composantes de la fonction d'onde des états parents, composantes qui pour certaines d'entre elles ne peuvent pas être atteintes par une autre méthode. De plus, toute une classe nouvelle d'excitation du coeur, e.g. p-t, peut être obtenue dans différentes régions de la table de masse.

Les études de structure nucléaire au moyen des RIA rencontrent tout de même quelques limitations importantes :

- i) Dans la voie élastique, la faible pénétrabilité des protons pour des moments orbitaux élevés $\ell > 4$, ne permet pas l'observation des RIA de haut spin dans les noyaux de $Z = 50$ à $Z = 82$.
- ii) Dans la voie inélastique, l'interférence entre le processus direct et résonant entraîne d'une erreur plus ou moins grande l'extraction des termes de la fonction d'onde de l'état parent correspondant aux configurations de coeur excité. L'importance du fond non résonnant pour les noyaux les plus lourds est une sévère limitation à la méthode décrite dans ce paragraphe.

D'autres approches où ces limitations ne sont plus présentes seront discutées dans l'étude des RIA peuplées à travers les réactions de transfert (voir chapitre IV).

Chapitre III

ASPECTS THEORIQUES DES ETATS ISOBARIQUES ANALOGUES

Nous avons jusqu'ici examiné un certain nombre d'arguments, tant théoriques qu'expérimentaux, qui montrent que dans un noyau (N, Z) dont le hamiltonien H n'est pas invariant d'isospin (essentiellement à cause des forces coulombiennes), les états propres $|\pi\rangle$ de basse énergie sont, à un excellent degré d'approximation, des états de bon isospin total $T = T_0 = \frac{N-Z}{2}$. Pour chaque état parent $|\pi\rangle$ d'énergie E_π , nous avons défini un état analogue idéal $|\hat{A}\rangle$ (cf. (I.38)) du noyau isobare $(N-1, Z+1)$. L'état $|\hat{A}\rangle$ n'est pas état propre de H et peut se coupler à travers H à d'autres états pour donner lieu à un état analogue physique. L'énergie de cet état physique mesurée à partir de l'énergie de référence E_π détermine le déplacement coulombien, que nous traiterons dans la section III.3. De plus, le couplage de $|\hat{A}\rangle$ aux autres états produit un élargissement de l'état physique lorsque celui-ci se trouve dans le continuum du système $(N-1, Z+1)$, conduisant à l'apparition de résonances isobariques analogues (RIA). Nous commencerons par l'étude de la largeur de ces résonances.

III.1 THEORIE DE LA LARGEUR DES RIA

Nous résumons ici la formulation développée par Auerbach et al. ⁴⁹⁾, basée sur l'utilisation d'opérateurs de projection, qui met en évidence les différentes largeurs intervenant dans le problème.

L'espace des états $|\Psi\rangle$ du système $(N-1, Z+1)$ est décomposé formellement en 3 sous-espaces mutuellement orthogonaux, $\{A\}$, $\{P\}$ et $\{q\}$ auxquels correspondent des projecteurs A , P et q . Pour notre propos, il n'est pas nécessaire de construire explicitement ces projecteurs. Nous écrirons donc :

$$|\Psi\rangle = \hat{A}|\Psi\rangle + P|\Psi\rangle + q|\Psi\rangle \quad (III.1)$$

La composante $\hat{A}|\Psi\rangle$ est l'état analogue idéal $|\hat{A}\rangle$ introduit en (I.38) :

$$\hat{A}|\Psi\rangle = |\hat{A}\rangle = \frac{T \cdot |\pi\rangle}{\langle \pi | T_+ T_- | \pi \rangle^{1/2}} \quad (III.2)$$

L'espace $\{P\}$ est l'espace du continuum. Par exemple, il peut être engendré par l'ensemble des vecteurs d'état (dûment orthogonalisés à $|\hat{A}\rangle$) du type $a_{1jm}^+(\vec{r})|(A-1); \lambda\rangle$ où $a_{1jm}^+(\vec{r})$ crée un proton au point \vec{r} dans une onde partielle $(1jm)$, et $|(A-1); \lambda\rangle$ désigne le noyau résiduel dans un état λ . Finalement, l'espace $\{q\}$ contient tout le reste, et l'on a par conséquent $q = 1 - (\hat{A} + P)$. L'équation $(E-H)|\Psi\rangle = 0$ devient un système d'équations couplées :

$$\begin{aligned} (E - H_{PP}) P|\Psi\rangle &= H_{PA} \hat{A}|\Psi\rangle + H_{Pq} q|\Psi\rangle \\ (E - H_{AA}) \hat{A}|\Psi\rangle &= H_{AP} P|\Psi\rangle + H_{Aq} q|\Psi\rangle \\ (E - H_{qq}) q|\Psi\rangle &= H_{qP} P|\Psi\rangle + H_{qA} \hat{A}|\Psi\rangle \end{aligned} \quad (III.3)$$

où l'on a posé $H_{AP} \equiv \hat{A}HP$, etc...

L'élimination formelle de l'espace $\{q\}$ conduit à introduire un hamiltonien effectif $\mathcal{H}(E)$ dépendant de l'énergie :

$$\mathcal{H}(E) = H + Hq \frac{1}{E+i\eta - H_{qq}} qH \equiv H + W(E) \quad (III.4)$$

où la quantité infinitésimale $i\eta$ tient compte de la possibilité de voies ouvertes dans l'espace $\{q\}$; de ce fait, \mathcal{H} n'est pas hermitique. Le système (III.3) est alors équivalent à :

$$\begin{aligned} (E - \mathcal{H}_{PP}) P|\Psi\rangle &= \mathcal{H}_{PA} \hat{A}|\Psi\rangle \\ (E - \mathcal{H}_{AA}) \hat{A}|\Psi\rangle &= \mathcal{H}_{AP} P|\Psi\rangle \end{aligned} \quad (III.5)$$

Remarquons que \mathcal{H} (plus précisément sa partie W) est une fonction variant très rapidement avec E à cause de la grande densité d'états compliqués q . Nous nous intéressons à la structure de la RIA mais non à cette structure fine qui est généralement au-delà de la résolution expérimentale. Il est donc approprié de lisser la structure fine en moyennant sur un intervalle d'énergie Γ grand devant l'espacement moyen des états q mais petit par rapport à la largeur de la RIA. Pour une résolution donnée, le résultat ne doit pas dépendre de la façon dont on moyenne. Il est alors commode d'adopter une moyenne Lorentzienne, car cela revient à remplacer partout $\mathcal{H}(E)$ par sa valeur déplacée dans le plan complexe, $\mathcal{H}(E + \frac{\Gamma}{2})^{13}$. L'opération de moyenne introduit ainsi une deuxième cause de non-hermiticité de \mathcal{H} .

Avant de résoudre (III.5) nous devons préciser les conditions aux limites. Nous noterons par $c \equiv \{(ljm) \otimes \lambda\}_{JM}$ l'ensemble des nombres quantiques définissant une voie. La solution particulière $P|\Psi_c^{(+)}\rangle$ de (III.5) correspondant à une onde entrante dans la voie c et à des ondes sortantes dans toutes les voies ouvertes vérifie l'équation intégrale :

$$P|\Psi_c^{(+)}\rangle = |\Phi_c^{(+)}\rangle + \frac{1}{E^{(+)} - \mathcal{H}_{PP}} \mathcal{H}_{PA} \frac{1}{E^{(+)} - \mathcal{H}_{AA}} \mathcal{H}_{AP} P|\Psi_c^{(+)}\rangle \quad (III.6)$$

où $E^{(+)} \equiv E+i\eta$, et $|\Phi_c^{(+)}\rangle$ est solution de l'équation homogène :

$$(E - \mathcal{H}_{PP}) |\Phi_c^{(+)}\rangle = 0 \quad (III.7)$$

Le comportement asymptotique de $|\Phi_c^{(+)}\rangle$ définit une amplitude de transition ($c \rightarrow c'$) qui par construction varie lentement avec E et que nous dénoterons par $T_{c'c}^{opt}$. Une simple application du "théorème des 2 potentiels" ¹⁾ nous donne l'amplitude de transition complète à partir de (III.6) :

$$T_{c'c} = T_{c'c}^{opt} + \langle \tilde{\Phi}_{c'}^{(-)} | \mathcal{H}_{PA} \frac{1}{E^{(+)} - \mathcal{H}_{AA} - \mathcal{H}_{AP} \mathcal{G}_P^{(+)} \mathcal{H}_{PA}} \mathcal{H}_{AP} | \Phi_c^{(+)} \rangle \quad (III.8)$$

où $\langle \tilde{\Phi}_c^{(-)} |$ est solution de l'équation hermitique conjuguée de (III.7), et où l'on a posé

$$g_P^{(+)} \equiv [E^{(+)} - \mathcal{H}_{PP}]^{-1}.$$

L'amplitude $T_{c'c}$ est la somme d'un terme "optique" $T_{c'c}^{opt}$ et d'un terme résonnant. La forme du numérateur de ce dernier suggère de définir des amplitudes (complexes) d'émission γ_{Ac}^\dagger par :

$$e^{i\delta_c} \gamma_{Ac}^\dagger \equiv \langle \tilde{\Phi}_c^{(-)} | \mathcal{H} | A \rangle = \langle A | \mathcal{H} | \Phi_c^{(+)} \rangle \quad (III.9)$$

où δ_c est la partie réelle du déphasage optique. On peut montrer que la largeur d'émission Γ_{Ac}^\dagger de l'état $|A\rangle$ dans la voie c est :

$$e^{2i\varphi_c} \Gamma_{Ac}^\dagger = 2\pi (\gamma_{Ac}^\dagger)^2 \quad (III.10)$$

où φ_c est une "phase d'asymétrie" liée au fait que \mathcal{H} n'est pas hermitique. Quant au dénominateur du terme résonnant, nous l'écrivons sous la forme $E - E_R + i\frac{\Gamma}{2}$ en posant :

$$E_R - i\frac{\Gamma}{2} = \langle A | \mathcal{H} | A \rangle + \langle A | \mathcal{H}_{AP} g_P^{(+)} \mathcal{H}_{PA} | A \rangle \quad (III.11)$$

où \mathcal{H} et $g_P^{(+)}$ sont calculés à $E = E_R$ en supposant que l'on est dans un voisinage suffisant de la résonance, $|E - E_R| \ll \Gamma$. La relation (III.11) définit l'énergie de résonance E_R qui se trouve donc déplacée de la valeur $E_A = \langle A | H | A \rangle$ par les divers couplages, et la largeur totale Γ de la résonance. L'amplitude $T_{c'c}$ se met maintenant sous la forme familière de Breit et Wigner :

$$T_{c'c} = T_{c'c}^{opt} + e^{i(\delta_{c'} + \delta_c)} \frac{\gamma_{Ac'}^\dagger \gamma_{Ac}^\dagger}{E - E_R + i\Gamma/2} \quad (III.12)$$

Nous pouvons examiner plus en détail les diverses composantes de la largeur totale Γ , en écrivant explicitement (III.4) comme :

$$\mathcal{H} = H + \sum_q H \frac{|q\rangle\langle q|}{E + i\frac{\Gamma}{2} - E_q} H \quad (III.13)$$

ce qui conduit à :

$$\begin{aligned} -\Gamma/2 = \text{Im} \left\{ \sum_q \frac{\langle A | H | q \rangle \langle q | H | A \rangle}{E_R - E_q + i\Gamma/2} + \langle A | H g_P^{(+)} H | A \rangle + 2 \sum_q \frac{\langle A | H g_P^{(+)} H | q \rangle \langle q | H | A \rangle}{E_R - E_q + i\Gamma/2} \right. \\ \left. + \sum_q \frac{\langle A | H | q \rangle \langle q | H g_P^{(+)} H | q \rangle \langle q | H | A \rangle}{(E_R - E_q + i\Gamma/2)^2} \right\} \equiv \text{I} + \text{II} + \text{III} + \text{IV} \end{aligned} \quad (III.14)$$

On peut distinguer 2 types de contributions à Γ :

- 1) Les processus où $|A\rangle$, étant couplé à l'espace du continuum $\{P\}$ (parfois indirectement à travers l'espace $\{q\}$), peut émettre un proton. Ils donnent lieu à une largeur d'émission Γ_{Ac}^\dagger qui est la somme des largeurs partielles Γ_{Ac}^\dagger :

$$\Gamma^\uparrow = \sum_c \Gamma_{Ac}^\uparrow \quad (\text{III.15})$$

2) Tous les autres processus où il n'y a pas d'émission de protons, mais où l'état $|A\rangle$ se dissout dans les états compliqués q . La somme de ces contributions est appelée largeur d'étalement Γ^\downarrow , et l'on a :

$$\Gamma = \Gamma^\uparrow + \Gamma^\downarrow \quad (\text{III.16})$$

Les 4 termes de (III.14) sont illustrés par la Figure 1, où l'on a représenté par des flèches les couplages à travers H , et par des pointillés les couplages entre les espaces $\{P\}$ et $\{q\}$ toujours présents dans les propagateurs $g_P^{(+)}$:

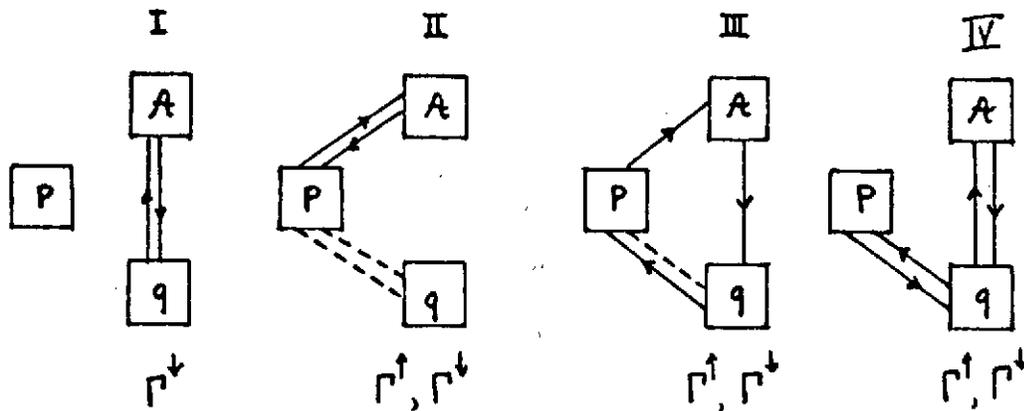


Figure 1

III.2 EVALUATION DE Γ^\uparrow ET Γ^\downarrow

Dans la plupart des termes de l'expression (III.14) apparaissent des éléments de matrice du type $\langle q|H|A\rangle$. Avec la définition (III.2) de l'état $|A\rangle$, on voit que ces éléments de matrice sont :

$$\begin{aligned} \langle q|H|A\rangle &= \frac{\langle q|[H, T_-]|\pi\rangle}{\langle \pi|T_+ T_-|\pi\rangle^{1/2}} \\ &= \frac{\langle q|[V_c, T_-]|\pi\rangle}{\langle \pi|T_+ T_-|\pi\rangle^{1/2}} \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

où la deuxième égalité est obtenue en supposant que la seule composante de H non-invariante d'isospin provient des forces coulombiennes V_c . Si l'on remplace celles-ci par la partie à un corps $V_c^{(1)}$ (cf. eq.(I.41)) qui est la plus importante, le commutateur $[V_c, T_-]$ n'est autre que l'opérateur isovecteur monopolaire M_{-1} défini en (I.42). Ce résultat appelle les remarques suivantes :

1) Les forces nucléaires, qui ne violent que faiblement l'invariance d'isospin, ne contribuent pratiquement pas à la largeur des RIA. L'élargissement n'est dû qu'aux forces coulombiennes,

et l'on doit s'attendre par conséquent à des largeurs beaucoup plus faibles pour les RIA que pour les résonances géantes habituelles ⁵⁰⁾ pour lesquelles aucune règle de sélection d'isospin ne vient inhiber l'effet des forces nucléaires sur leur largeur d'étalement. On a ici un exemple de la "validité dynamique" de l'isospin évoquée dans la section I-3.

2) Parmi les états compliqués $|q\rangle$ du système $(N-1, Z+1)$, c'est l'état isovecteur monopolaire $|M_{-1}\rangle$ (cf. eq. (I.42)) qui joue un rôle prépondérant. Plus précisément, c'est la composante $T = T_0 - 1$ de la résonance isovecteur monopolaire dans le noyau analogue $(N-1, Z+1)$ qui est importante lorsque le noyau parent possède un excès de neutrons appréciable. Ceci est dû au facteur purement géométrique contenu dans les éléments de matrice $\langle q; T, T_0 - 1 | [V_c, T_-] | \pi \rangle$ comme le montre la Figure 2 :

_____	$T_0 + 1$	$\frac{T}{T_0 + 1}$	$[(T_0 + 1)(2T_0 + 1)(2T_0 + 3)]^{-\frac{1}{2}}$
_____	T_0	T_0	$[(T_0 + 1)(2T_0 + 1)]^{-\frac{1}{2}}$
_____	$T_0 - 1$	$T_0 - 1$	$[2T_0 + 1]^{-\frac{1}{2}}$

$(N-1, Z+1)$
 $T_Z = T_0 - 1$

Figure 2

3) Dans les noyaux légers, les états anti-analogues $|T = T_0 - 1, T_Z = T_0 - 1\rangle$ (cf. section I-3) jouent également un rôle important dans la largeur des RIA ¹²⁾. Dans les noyaux lourds, ce rôle devient négligeable devant celui de la résonance isovecteur monopolaire.

Le calcul des largeurs Γ^\uparrow et Γ^\downarrow basé sur l'expression (III.14) a été effectué par Auerbach ¹²⁾ dans le cas de la résonance analogue du fondamental du ^{208}Pb . Expérimentalement, cette RIA apparaît comme une excitation $J^\pi = 0^+$ dans le spectre du ^{208}Bi , à une énergie $E_R = 18.9$ MeV au-dessus du fondamental du ^{208}Pb avec une largeur $\Gamma_{\text{total}}^{\text{exp}} \simeq (250-300)\text{keV}$. L'état parent $|\pi\rangle$ correspond à une troisième composante d'isospin $T_0 = \frac{N-Z}{2} = 22$ et son isospin est $T = T_0$. Dans l'image la plus simple, $|\pi\rangle$ est formé des couches fermées remplies, $|\pi\rangle$ est une superposition de configurations particule (proton)-trou (neutron) bâties sur les sous-couches de valence, ce que nous schématisons par la Figure 3 :

$$|\pi\rangle = \left| \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right\rangle, \quad |A\rangle = \frac{1}{N-Z} \sum_i \sqrt{2j_i+1} \left| \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right\rangle$$

Figure 3

Dans l'expression (III.14) on ne retient dans les sommes sur q qu'un seul état, la composante $T = T_0 - 1$ de l'état isovecteur monopolaire $|M_{-1}\rangle$ dans le ^{208}Bi . Son énergie peut s'exprimer comme :

$$E_M - E_\pi \approx 2\hbar\omega + \Delta V - U_1 \left(\frac{N-Z}{A} \right) \quad (\text{III.18})$$

où le premier terme représente l'énergie non perturbée particule-trou, ΔV le déplacement collectif (positif, s'agissant d'un mode isovecteur) dû à l'interaction résiduelle et dont la grandeur est de l'ordre de $2\hbar\omega^{17)}$, tandis que le troisième terme tient compte du splitting des différentes composantes d'isospin de l'état monopolaire ($U_1 \approx 55 \text{ MeV}$). La densité de transition monopolaire, qui entre dans l'évaluation des éléments de matrice $\langle q | M_{-1} | \pi \rangle$, est prise de la forme :

$$\delta\rho(r) \approx 3\rho(r) + r \frac{d\rho}{dr} \quad (\text{III.19})$$

Cette forme découle du modèle macroscopique de Tassie⁵¹⁾ et reproduit assez bien la densité de transition microscopique calculée en RPA⁵²⁾.

Nous reproduisons dans la Table 1 les résultats (en keV) de la référence¹²⁾ :

Terme	Γ^\uparrow	Γ^\downarrow	$\Gamma = \Gamma^\uparrow + \Gamma^\downarrow$
I		50.	50.
II	162.	660.	822.
III	-33.	-606.	-639.
IV			144.
total			375

Table 1

On remarque que les différents termes de (III.14) donnent lieu à d'importantes compensations et qu'on ne peut a priori négliger aucun d'entre eux. La largeur totale ainsi obtenue est en assez bon accord avec la valeur expérimentale citée plus haut. Dans la réf.¹²⁾, on trouve aussi que les facteurs spectroscopiques, définis come $S_{1j} = \Gamma_{1j}^{\uparrow(\text{exp})} / \Gamma_{1j}^{\uparrow(\text{calc.})}$, sont de l'ordre de 1.

On peut aussi mentionner d'autres exemples d'évaluation de Γ^\uparrow et Γ^\downarrow qui n'introduisent pas

au départ un état analogue idéal $|A\rangle$ comme nous l'avons fait jusqu'ici. Une première approche consiste à calculer dans le cadre d'un modèle microscopique tel que Tamm-Dancoff (TDA) ou RPA le spectre des états isovecteurs $J^\pi = 0^+$ du noyau analogue $(N-1, Z+1)$. L'espace étant limité à 1 particule-1 trou on ne peut rien dire sur les effets d'étalement, c'est-à-dire sur Γ^\dagger . Par contre, il est possible d'inclure exactement le continuum à 1 particule, ce qui conduit à une distribution continue de l'intensité monopolaire isovecteur. La Figure 4 montre un exemple d'une telle distribution ⁵³⁾ obtenue en TDA dans le noyau ^{208}Pb , le seul ingrédient du calcul étant une force effective de Skyrme (SIII).

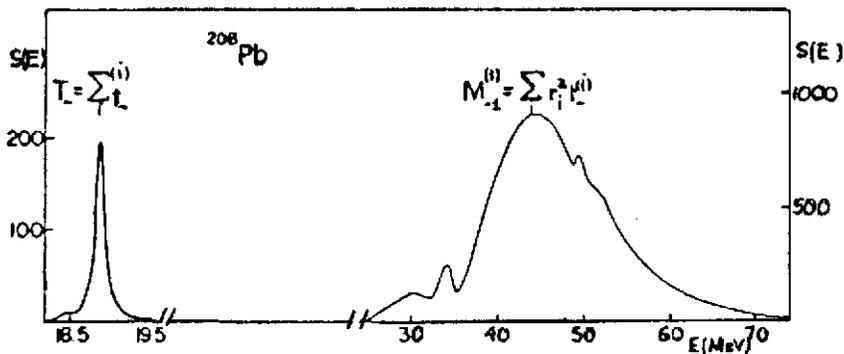


Figure 4

Vers 19 MeV apparaît un état étroit qui est la RIA du fondamental du ^{208}Pb , et à plus haute énergie une résonance large contient les trois composantes d'isospin de la résonance isovecteur monopolaire. Si l'on identifie la largeur de la structure étroite à la largeur d'émission, ce qui semble justifié lorsque l'on a un état isolé ⁵⁴⁾, on trouve $\Gamma^{\dagger(\text{calc.})} \approx 100 \text{ keV}$; ce résultat est en bon accord avec la valeur mesurée.

Une autre approche a été utilisée par Adachi et Yoshida ⁵⁵⁾ qui s'intéressent plus spécialement aux effets d'étalement. Ils incluent dans l'espace de configurations de l'approximation TDA les états à 1 particule-1 trou (ph) et 2 particules-2 trous (2p2h) mais en négligeant, pour des raisons de simplicité, les interactions entre les configurations 2p2h. Le problème revient alors à diagonaliser dans l'espace {ph} le hamiltonien effectif :

$$\mathcal{H}_{pR, p'R'} = \delta_{pp'} \delta_{RR'} (\epsilon_p - \epsilon_R) + \langle pR | V | p'R' \rangle - \frac{i}{2} \Gamma_{pR, p'R'} \quad (III.20)$$

où

$$\Gamma_{pR, p'R'}(E) = 2 \int_m \sum_{(2p2h)} \frac{\langle pR | V | 2p2h \rangle \langle 2p2h | V | p'R' \rangle}{E_{2p2h} - E - iI/2} \quad (III.21)$$

Dans le cas de l'état analogue du fondamental du ^{208}Pb et en utilisant une force de Skyrme, on trouve $\Gamma^\dagger \approx 170 \text{ keV}$ c'est-à-dire un résultat comparable à la valeur expérimentale.

III.3 DEPLACEMENTS COULOMBIENS

Nous allons maintenant examiner le problème de l'énergie des états isobariques analogues, et plus généralement des RIA. Nous avons mentionné plus haut que la différence d'énergie $E_R - E_\pi$ entre l'état analogue physique et son état parent constitue ce qu'on appelle le déplacement d'énergie coulombienne (DEC) déjà rencontré au chapitre II, ou plus brièvement déplacement coulombien. Il est clair que le formalisme général esquissé dans la section III-1 permet d'étudier aussi bien les déplacements coulombiens que les largeurs des RIA, puisque $E_R - E_\pi$ et $-\Gamma/2$ sont les parties réelle et imaginaire d'une même quantité (cf. eq.(III-11)). Ce formalisme est bien adapté à l'étude des RIA dans les noyaux lourds. Cependant, l'effervescence autour de la question des déplacements coulombiens trouve son origine dans la difficulté d'expliquer les mesures principalement faites sur les noyaux miroirs. Aussi commencerons nous par ce cas, pour lequel une approche moins générale peut aussi être adoptée.

III.3.1 L'anomalie de Nolen-Schiffer

Expérimentalement, les énergies de liaison de nombreux états parents et de leurs analogues sont connues avec une très bonne précision (cf. chapitre II), en particulier pour les paires de noyaux miroirs ($N = Z+1, Z$) et ($N-1, Z+1$). L'image la plus simple de l'état parent $|\pi\rangle$ et de son analogue idéal $|A\rangle$ est représentée par la Figure 3 : $|\pi\rangle$ correspond à un certain nombre d'états individuels remplis, $|A\rangle$ est une superposition de configurations particule-trou compatibles avec le principe de Pauli. Dans le cas des noyaux miroirs, l'excès de neutrons dans $|\pi\rangle$ se réduit à un seul état individuel. Naturellement, l'état analogue physique est plus complexe que l'état $|A\rangle$ de la Figure 3. En effet, les cœurs formés de Z protons et Z neutrons ne sont pas forcément identiques dans les deux noyaux (N, Z) et ($N-1, Z+1$) ; on peut aussi avoir des configurations où le trou est dans le cœur. Un exemple concret, pour fixer les idées, est celui où $|\pi\rangle$ est le fondamental du ^{41}Ca ($N = 21, Z = 20$) tandis que son analogue physique est le fondamental du ^{41}Sc ($N = 20, Z = 21$).

Partant de cette image simple, Nolen et Schiffer⁵⁶⁾ ont analysé les déplacements coulombiens ΔE_c d'une variété de noyaux et les ont exprimés sous la forme :

$$\Delta E_c = \Delta_D + \Delta_E + \text{Corrections} \quad . \quad (III.22)$$

Dans cette expression, Δ_D est la contribution direct de Coulomb ; c'est la partie dominante de ΔE_c (plus de 90% du total) et elle s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta_D &= \int \rho_{exc}(\vec{r}) d^3r \int \rho_c(\vec{r}') \frac{e^2}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d^3r' \\ &= \int \rho_{exc}(\vec{r}) V_c(\vec{r}) d^3r \end{aligned} \quad (III.23)$$

où $\rho_c(\vec{r})$ est la densité de charge de l'état parent, $V_c(\vec{r})$ le potentiel de Coulomb direct créé par ρ_c , et $\rho_{exc}(\vec{r})$ est la densité de l'excès de neutrons dans $|\pi\rangle$. Il faut bien noter que si ρ_n et ρ_p sont les vraies distributions de neutrons et de protons dans $|\pi\rangle$, ρ_{exc} n'est pas égal à $\rho_n - \rho_p$ car la distribution des protons et celle des Z premiers neutrons ne sont pas identiques. Le terme Δ_E de (III.22) correspond à la contribution d'échange de Coulomb. Elle peut se calculer facilement et nous ne donnerons pas son expression ; cette contribution est négative et représente de l'ordre de 6% de Δ_D dans la région $A = 16$ et 2% dans la région $A = 208$.

Il y a de nombreux termes correctifs regroupés sous l'appellation "corrections" dans (III.22). Certains peuvent être calculés avec précision, d'autres sont simplement estimés⁵⁶⁾. La somme de ces termes, sans être grande, n'est pas négligeable à la précision où l'on travaille. Nous donnons dans la Table 2 la liste de ces corrections et leur signe.

Si par bonheur un calcul soigneux de (III.22) permettait de reproduire les valeurs expérimentales de ΔE_c , on disposerait alors d'un outil puissant pour étudier la distribution ρ_{exc} des neutrons en excès dans les noyaux, puisque $\rho_c(\vec{r})$ est par ailleurs très bien mesuré en diffusion élastique d'électrons. Nolen et Schiffer⁵⁶⁾ ont calculé (III.22) pour des paires miroirs,

Corrections	Signe
Thomas-Ehrmann shift	-
Couplage à T_c	+
Cœur analogue \neq cœur parent	+
Impureté d'isospin	+
Corrélations	+
Spin-orbite électromagnétique	+ ou -

Table 2

utilisant pour modèle des puits de potentiel de type Woods-Saxon ajustés pour reproduire d'une part le rayon carré moyen de charge r_c de ces noyaux, d'autre part l'énergie de liaison du dernier nucléon. Avec un choix raisonnable du rayon et de la diffusivité des potentiels ($R = (1.27 - 1.32)A^{1/3}$ fm, $a = (0.50-0.65)$ fm), on trouve les résultats montrés dans la Table 3. Le désaccord avec l'expérience est flagrant, et constitue ce qu'il est convenu d'appeler l'anomalie

Noyaux	$E_c^{calc.}$ (MeV)	$E_c^{exp.}$ (MeV)	différence (%)
$^{13}_C - ^{13}_N$	2.79	3.00	7
$^{17}_O - ^{17}_F$	3.23	3.54	9
$^{49}_{Si} - ^{29}_P$	5.53	5.73	4
$^{33}_S - ^{33}_{Cl}$	6.11	6.35	4
$^{41}_{Ca} - ^{41}_{Sc}$	6.66	7.28	9

Table 3

de Nolen-Schiffer : si l'on calcule les fonctions d'onde de l'excès de neutrons en utilisant un puits de potentiel (de Woods-Saxon) ajusté pour reproduire le rayon de charge expérimental r_c , on sous-estime considérablement le déplacement coulombien ΔE_c .

L'examen du terme dominant Δ_D (cf. eq. (III.23)) montre que pour augmenter sa valeur, $\rho_c(\vec{r})$ étant fixé (ceci est imposé par la diffusion élastique expérimentale d'électrons), il faut que la distribution $\rho_{exc}(\vec{r})$ soit en moyenne plus à l'intérieur. En appelant r_{exc} le rayon carré moyen de ρ_{exc} , on trouve la règle empirique suivante ⁵⁶⁾, valable pour $\rho_c(\vec{r})$ fixé et pour des puits de Woods-Saxon :

$$\frac{\delta(\Delta_D)}{\Delta_D} \approx -\frac{1}{2} \frac{\delta(r_{exc})}{r_{exc}} \quad (III.24)$$

Par conséquent, si l'on veut forcer l'accord entre $\Delta E_c^{calc.}$ et ΔE_c^{exp} en jouant uniquement sur ρ_{exc} , on voit que r_{exc} devra être notablement réduit. La Table 4 donne les valeurs ⁵⁶⁾ du rapport $r_{exc}/r_{cœur}$ (où $r_{cœur}$ est le rayon carré moyen du cœur formé par les Z premiers neutrons) pour les deux choix suivants : 1) ρ_{exc} est calculé dans le même potentiel que ρ_c (colonne "Woods-Saxon", correspondant aux résultats de la Table 3) ; 2) ρ_{exc} est calculé dans un potentiel ajusté pour que $\Delta E_c^{calc} = \Delta E_c^{exp}$ (colonne "expérimental"). On voit que les valeurs requises pour r_{exc} , si l'on veut reproduire ΔE_c^{exp} , sont bien plus faibles que celles prédites par un simple modèle en couches. Ainsi, l'analyse de Nolen et Schiffer tendrait à indiquer que l'excès de neutrons serait davantage à l'intérieur et que la "peau de neutrons" serait nettement plus mince que ce à quoi l'on s'attend sur la base du modèle en couches. Mais alors, il devient très difficile de

Noyau parent	$r_{exc}/r_{cœur}$		Différence(%)
	Woods-Saxon	"Expérimental"	
$^{13}_C$	1.23	1.14	8
$^{17}_O$	1.37	1.15	19
$^{29}_{Si}$	1.27	1.13	12
$^{33}_S$	1.12	1.06	6
$^{41}_{Ca}$	1.24	1.03	20
$^{48}_{Ca}$	1.23	1.06	16
$^{62}_{Ni}$	1.17	1.05	11
$^{120}_{Sn}$	1.18	1.05	12
$^{208}_{Pb}$	1.14	1.08	6

Table 4

comprendre pourquoi des modèles élaborés, tels que Hartree-Fock, qui rendent bien compte de la distribution des protons ⁵⁷⁾ auraient plus de problèmes avec celle des neutrons. Il semble donc nécessaire de réexaminer les termes correctifs de l'éq.(III.22) avant de jouer artificiellement avec Δ_D .

III.3.2 Réexamen du cas des noyaux miroirs

Nous nous concentrerons à titre d'exemple sur la paire $^{41}\text{Ca}-^{41}\text{Sc}$. Nous allons décrire 3 approches différentes ⁵⁸⁾ conduisant à des résultats en excellent accord entre eux et réduisant quelque peu le désaccord théorie-expérience de la ref. ⁵⁶⁾.

A) Méthode "à la Nolen-Schiffner"

Les contributions purement coulombiennes Δ_D et Δ_E sont calculées avec des fonctions d'onde HF. L'application est faite avec la force de Skyrme SIII qui donne de bonnes densités de charge ⁵⁷⁾. Les valeurs de Δ_D et Δ_E sont peu différentes de celles obtenues avec un puits de Woods-Saxon.

Un terme important de correction δ qui ne figure pas parmi ceux de la ref. ⁵⁶⁾ provient de l'effet suivant, discuté par Kahana et Weneser ⁵⁹⁾ : du fait que dans le noyau parent ρ_p n'est pas identique à $\rho_n^{(\text{cœur})}$, les potentiels moyens V_n et V_p ressentis respectivement par le dernier neutron dans le noyau parent et par le dernier proton dans le noyau analogue seront aussi différents. La correction δ à ΔE_c sera donc :

$$\delta = \int [V_p(r) - V_n(r)] \rho_{\text{exc}}(r) d^3r \quad . \quad (\text{III.25})$$

Pour des noyaux miroirs, ρ_{exc} est simplement le carré de la fonction d'onde du dernier neutron dans le noyau parent (1f7/2 pour $A = 41$). La Figure 5 illustre les diverses quantités apparaissant dans (III.25) pour le système $A = 41$, pour lequel δ est positif. Pour le système $A = 39$, δ serait négatif car $V_p - V_n$ est peu changé tandis que ρ_{exc} se trouve plus à l'intérieur, s'agissant d'une orbitale 1d3/2. En pratique δ peut être calculé avec des fonctions d'onde HF.

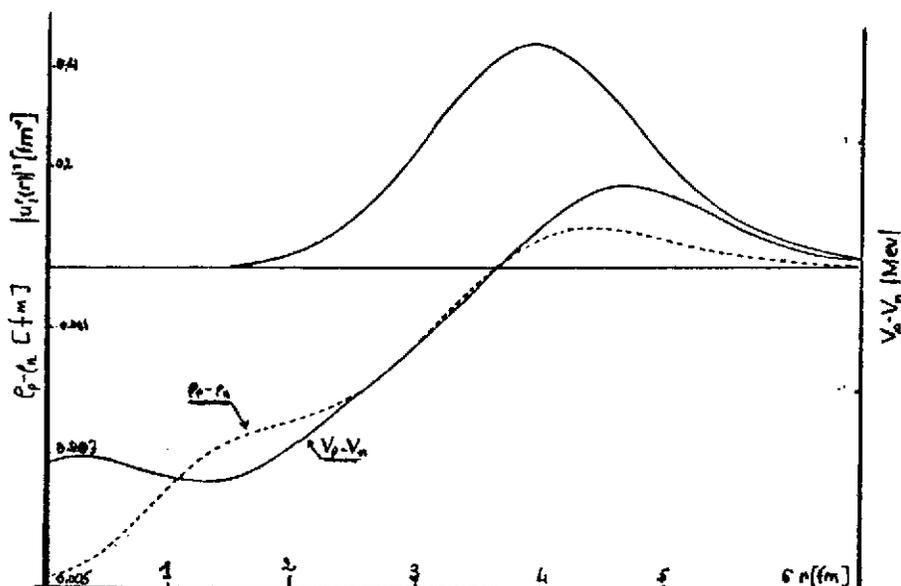


Figure 5

Il y a ensuite de nombreuses corrections, certaines d'entre elles ayant déjà été prises en compte dans la ref.⁵⁶⁾, mais qu'on peut réévaluer plus soigneusement^{12,58)}. Elles peuvent être positives (corrélations à courte portée, effet dynamique de $M_p - M_n$, polarisation du vide) ou négatives (taille finie des protons) ou de signe variant avec l'état (spin-orbite électromagnétique). Leur somme δ' est montrée dans la Table 5 pour quelques paires miroirs.

Noyaux	$^{15}_N - ^{15}_O$	$^{17}_O - ^{17}_F$	$^{39}_K - ^{39}_{Ca}$	$^{41}_{Ca} - ^{41}_{Sc}$
δ' (keV)	130.	0.	210.	10.

Table 5

Dans la Table 6 sont présentés les résultats (en MeV) calculés avec la force SIII pour les systèmes $A = 39$ et $A = 41$.

Noyaux	$^{39}_K - ^{39}_{Ca}$	$^{41}_{Ca} - ^{41}_{Sc}$
$\Delta_D + \Delta_E$	6.94	6.83
δ	-0.13	0.18
δ'	0.21	0.01
$\Delta E_c^{calc.}$	7.02	7.02
ΔE_c^{exp}	7.30	7.28
exp-calc.	0.28(3.8%)	0.26(3.6%)

Table 6

B) Approche Hartree-Fock

Puisque le déplacement coulombien ΔE_c n'est autre que la différence entre les énergies des états analogue physique et parent, il peut être calculé par comparaison des énergies HF lorsque ces états sont tous deux des fondamentaux. Ceci est le cas par exemple pour la paire $^{41}_{Ca} - ^{41}_{Sc}$. Mis à part certaines corrections qui ne sont évidemment pas incluses dans le calcul HF, la majeure contribution à ΔE_c sera :

$$\Delta_{HF} = E_{HF}(^{41}_{Sc}) - E_{HF}(^{41}_{Ca}) \quad (III.26)$$

Pour obtenir l'énergie HF de chaque noyau impair, on est obligé de recourir à l'approximation de remplissage pour garder la symétrie sphérique du noyau et n'avoir ainsi que des calculs simples. Cette approximation consiste à écrire les densités en fonction des fonctions d'onde individuelles $\varphi_i(\vec{r})$ sous la forme :

$$\rho(\vec{r}) = \sum_i n_i |\varphi_i(\vec{r})|^2 \quad (III.27)$$

où $n_i = 1$ pour les sous-couches remplies et $n_i = 1/(2j_i+1)$ pour chaque sous-état magnétique dans la dernière orbite. Ceci introduit cependant une énergie d'interaction spurieuse entre les nucléons fictifs de la dernière orbite, énergie qu'il est important d'estimer et d'enlever vu le degré de précision recherché. Par chance, l'énergie spurieuse d'origine nucléaire se retrouve aussi bien dans le parent que l'analogue et s'élimine donc d'elle-même dans la différence (III.26). Il reste seulement à évaluer celle d'origine coulombienne qui n'est présente que dans le noyau analogue :

$$E_{\text{spurieux}} = \frac{1}{(2j_i+1)^2} \sum_{m, m'} \langle j_i m, j_i m' | \frac{e^2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} | j_i m, j_i m' \rangle \quad (\text{III.28})$$

où j_i désigne la dernière orbite (1f7/2 pour le ^{41}Sc). Avec la force SIII, on trouve $E_{\text{spurieux}} = 170$ keV dans le ^{41}Sc . On tiendra compte de cette énergie pour le calcul de Δ_{HF} .

Dans cette approche, il n'y a pas lieu d'ajouter la correction δ évoquée plus haut car elle est automatiquement incluse dans Δ_{HF} ⁶⁰). Par contre, toutes les corrections regroupées sous la dénomination δ' doivent être rajoutées à Δ_{HF} , et c'est $\Delta_{\text{HF}} + \delta'$ qui doit être comparé à ΔE_c . Avec la force SIII, on trouve $\Delta_{\text{HF}} + \delta' = 7.01$ MeV pour la paire $^{41}\text{Ca} - ^{41}\text{Sc}$, à comparer avec les valeurs de la Table 6.

C) Approche basée sur la théorie des RIA

Le formalisme établi dans la section III-1 peut être appliqué pour obtenir l'énergie de l'état analogue physique (cf. eq.(III.11)). Dans le cas des noyaux miroirs, l'expression générale se simplifie car l'état analogue n'est pas dans le continuum (c'est même un fondamental) et on n'a pas à introduire le couplage à l'espace $\{P\}$. A partir de (III.11) et en rajoutant de nouveau les corrections δ' qui n'étaient pas encore introduites, on obtient :

$$\Delta E_c = \langle A | H | A \rangle - \langle \pi | H | \pi \rangle + \sum_q \frac{| \langle A | H | q \rangle |^2}{E_A - E_q} + \delta' \quad (\text{III.29})$$

La différence $\langle A | H | A \rangle - \langle \pi | H | \pi \rangle$ peut se calculer sans difficulté en prenant pour $|\pi\rangle$ le fondamental de HF. En effet,

$$\begin{aligned} \langle A | H | A \rangle - \langle \pi | H | \pi \rangle &= \frac{1}{\langle \pi | T_+ T_- | \pi \rangle^{1/2}} \left\{ \langle \pi | [T_+, [H, T_-]] | \pi \rangle + \langle \pi | [H, T_-] T_+ | \pi \rangle \right\} \\ &\equiv \Delta_1 + \Delta_2 \end{aligned} \quad (\text{III.30})$$

Le terme Δ_1 est proportionnel à $\rho_n - \rho_p$ dans le noyau parent, et non pas à ρ_{exc} comme dans le cas du terme coulombien direct Δ_D de l'expression (III.22). Ce terme Δ_1 est donc notablement plus grand que Δ_D , mais il est compensé par le terme négatif Δ_2 .

Le troisième terme de (III.29) peut être évalué en ne retenant dans la somme sur q que l'état isovecteur monopolaire dans le noyau analogue, comme nous l'avons fait dans la section III-2 :

$$\sum_q \frac{|\langle A | H | q \rangle|^2}{E_A - E_q} \approx \frac{|\langle A | H | M_{-1} \rangle|^2}{E_A - E_M} \equiv \Delta_3 \quad (\text{III.31})$$

Les résultats ⁵⁸⁾ (en MeV) pour la paire ⁴¹Ca-⁴¹Sc sont montrés dans la Table 7.

Δ_1	Δ_2	Δ_3	δ'	total
8.11	-0.56	-0.56	0.01	7.01

Table 7 .

La conclusion de notre réexamen des noyaux miroirs est qu'il subsiste un désaccord entre théorie et expérience de l'ordre de 2 à 4% sur les déplacements coulombiens. Ce désaccord est cependant beaucoup plus faible que celui suggéré par l'analyse de Nolen et Schiffer (cf. Table 3).

III.3.3 Déplacements Coulombiens dans les noyaux moyens et lourds

Lorsque l'état parent est le fondamental d'un noyau à doubles sous-couches fermées, une bonne approche microscopique de l'état analogue consiste à calculer celui-ci comme un état RPA situé dans le noyau analogue et construit par superposition de configurations particule (proton)-trou (neutron) bâties sur l'état parent, ce que nous appellerons RPA avec échange de charge. Pour les résonances géantes habituelles, la RPA sans échange de charge est couramment utilisée avec succès pour décrire les énergies des excitations et les probabilités de transition ⁵⁰⁾. Pour les états analogues, la RPA avec échange de charge possède le très grand avantage de restaurer la symétrie d'isospin brisée de façon spurieuse par l'approximation HF ^{61,62)}. Ceci est un exemple particulier d'une propriété très générale de la RPA : celle-ci rétablit les symétries brisées par l'approximation HF (un autre exemple familier est celui du mouvement du centre de masse, en connection avec l'invariance par translation du hamiltonien).

Pour que toute non-invariance spurieuse en général, et celle d'isospin en particulier, soit éliminée par la RPA, il est très important que la RPA soit self-consistante ⁶²⁾, c'est-à-dire que le spectre HF des états à une particule et l'interaction particule-trou résiduelle soient engendrés par le même hamiltonien. Ceci peut être accompli grâce à l'existence de forces effectives dépendant de la densité, par exemple les forces de Skyrme ⁵⁷⁾. Ainsi, les états RPA sont en principe débarrassés des impuretés spurieuses et ne contiennent plus que les effets du véritable brisement de symétrie d'isospin dû aux forces coulombiennes. En pratique, cette élimination exacte doit être contrôlée en effectuant un calcul RPA avec échange de charge self-consistant dans lequel les forces coulombiennes sont absentes et en constatant que l'état analogue qui en résulte est dégénéré avec l'état parent. Ceci est numériquement difficile à réaliser et l'on doit généralement réajuster légèrement l'interaction particule-trou résiduelle.

La Table 8 montre les valeurs (en MeV) de l'énergie de l'état analogue calculées ^{12,63)} dans les noyaux ⁴⁸Ca et ⁹⁰Zr avec la force SIII et comparées aux valeurs expérimentales. On a inclus dans les valeurs calculées les corrections δ' estimées pour les noyaux en question.

Noyau parent	RPA	Exp.	Ecart
⁴⁸ Ca	6.80	7.17	5%
⁹⁰ Zr	11.45	12.0	4.6%

Table 8

Comme conclusion générale de cette section sur les déplacements coulombiens, il apparaît qu'un désaccord de l'ordre de 2 à 5 % subsiste entre la théorie et l'expérience, pour une grande variété de noyaux allant des légers aux lourds. Ce désaccord est assez constant en valeur relative, ce qui rend peu plausible son attribution à une composante non-symétrique de charge dans la force nucléaire à deux corps. En effet, cette composante serait forcément de courte portée et ne pourrait donner lieu à une correction ayant la même dépendance en A que le déplacement coulombien, ce dernier résultant principalement de la force coulombienne à longue portée. Il y a cependant d'autres corrections envisageables. En ce qui concerne les modèles nucléaires, on peut se demander ce qu'apporteraient d'autres types de corrélations en dehors de celles dues à l'état isovecteur monopolaire sur lesquelles on s'est principalement concentré. Peut être des effets coulombiens d'ordres supérieurs doivent-ils aussi être considérés. L'influence de forces nucléaires à plusieurs corps peut aussi jouer un rôle. Enfin, il n'est pas impossible que la structure même du nucléon soit suffisamment modifiée (facteurs de forme électromagnétiques) par la présence des nucléons qui l'entourent pour que cette modification se manifeste même dans les déplacements coulombiens, mais cela reste encore à être étayé de façon quantitative avant que cette conjecture se transforme en fait établi.

CHAPITRE IV : SYMETRIE D'ISOSPIN DANS LES REACTIONS NUCLEAIRES

IV.1 DEPENDANCE EN ISOSPIN DU POTENTIEL NUCLEON-NOYAU

L'interaction d'un nucléon avec les nucléons d'un noyau est décrite par un potentiel agissant entre les centres de masse du noyau et du projectile. A une énergie donnée, le potentiel proton-noyau est plus attractif que le potentiel neutron-noyau, les évidences sont nombreuses allant des mesures de sections efficaces de diffusion élastique à celles des énergies des états à une particule⁶⁴). Quelles sont les raisons de cette différence ? Une partie de cette différence peut être attribuée à la dépendance en énergie de l'interaction nucléon-noyau en plus du terme Coulombien qui n'existe que dans le cas de l'interaction proton-noyau. On peut évaluer simplement cette différence en considérant que lors de la diffusion d'un nucléon d'énergie cinétique E sur un noyau, le potentiel U peut s'écrire :

$$U(E) = - \left[U_0 - \alpha(E + V_c) \right] (1 + \alpha)^{-1} \quad (IV.1)$$

La dépendance en énergie du potentiel U(E) est illustrée dans la Figure 1 où l'on a représenté la variation de la profondeur d'un potentiel de Woods-Saxon en fonction de l'énergie incidente décrivant la diffusion élastique p + ²⁰⁸Pb. Le meilleur accord avec les résultats expérimentaux est obtenu quand le potentiel dépend linéairement de l'énergie soit :

$$U(E) = U_0 - 0.35 E \text{ pour } 10 < E < 60 \text{ MeV} \quad (IV.2)$$

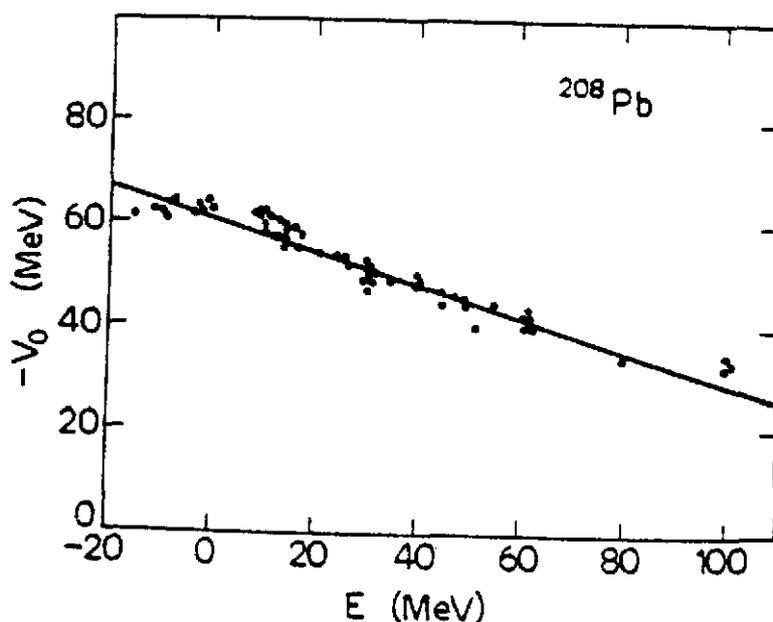


Figure 1 : Dépendance en énergie de la profondeur du potentiel de Woods-Saxon déterminé à partir de la diffusion élastique p + ²⁰⁸Pb et de la position des états liés à une particule. (Tiré de la réf. 65).

Cette dépendance en énergie est reliée à la dépendance en vitesse du potentiel et le terme d'échelle dans la formule (IV.1), $\alpha/\alpha + 1$ exprime cette dépendance.

$$\frac{\partial U(E)}{\partial E} = \frac{\alpha}{1 + \alpha} = 1 - \frac{m^*(E)}{m} \quad (IV.3)$$

où m^* est la masse effective du nucléon à l'énergie E.

La relation (IV.1) appliquée successivement à la diffusion proton-noyau et neutron-noyau conduit à une expression de la différence entre ces deux potentiels :

$$U_n(E) - U_p(E) = \frac{\alpha V_c}{\alpha + 1} \quad (IV.4)$$

Dans le cas d'une sphère uniformément chargée de charge Ze et de rayon $R_c = 1.3 A^{1/3}$ on peut écrire : $\Delta V_c(r) = U_n(E) - U_p(E) = 0.4 Z/A^{1/3}$ (MeV) (IV.4) si on prend $\alpha/\alpha + 1 = 0.35$ en identifiant les expressions (IV.2) et (IV.3).

Cependant cette différence due à la dépendance en vitesse du potentiel ne suffit pas à expliquer les résultats expérimentaux. Par exemple, pour le noyau de ^{48}Ca on trouve que $U_n - U_p = 8$ MeV alors que le terme (IV.4) vaut 2 MeV. Des études ultérieures de l'énergie de liaison des nucléons dans le noyau et des analyses de diffusion élastique sur une chaîne d'isotopes (Ca) ont montré la nécessité d'introduire une dépendance en N-Z/A du potentiel nucléon-noyau. On peut dériver simplement cette dépendance en N-Z/A du potentiel nucléon-noyau et même en évaluer l'ordre de grandeur en écrivant le potentiel purement nucléaire :

$$U_p = \langle \sum_i v_{ip} \rangle \quad (IV.5)$$

où v_{ip} est l'interaction d'un proton avec le ième nucléon de la cible.

Si la densité de matière nucléaire est ρ on obtient :

$$U_p = N/A \rho v_{np} + Z/A \rho v_{pp} \quad (IV.6)$$

En posant :

$$U_0 = 1/2 \rho (\bar{V}_{pp} + \bar{V}_{np}) \text{ et } U_1 = 1/2 \rho (\bar{V}_{pp} - \bar{V}_{np}) \quad (\text{IV.7})$$

on peut écrire :

$$U_p = U_0 - \left(\frac{N-Z}{A}\right) U_1 \text{ ou encore } U_p = U_0 - \epsilon U_1 \quad (\text{IV.8})$$

avec $\epsilon = N-Z/A$ appelé paramètre d'asymétrie.

Le même raisonnement donne pour un potentiel neutron-noyau U_n la même forme que l'équation (IV.8) avec un terme U_1 de même forme et de même valeur absolue (si $\bar{V}_{nn} = \bar{V}_{pp}$) mais de signe différent :

$$U_n = U_0 + U_1 \epsilon \quad (\text{IV.9})$$

L'ordre de grandeur de U_1 peut être estimé à partir de considérations générales sur l'interaction nucléon-nucléon. Si les nucléons n'interagissent que dans des états pairs (basse énergie, onde s) on a $\bar{V}_{np} = 2\bar{V}_{pp}$ et donc $U_1/U_0 \approx -1/3$ (voir relation IV.7). Des interactions simples reproduisant les données de diffusion nucléon-nucléon à basse énergie donne $U_0 \approx -50$ MeV ce qui permet de penser qu'une valeur réaliste pour le potentiel dit de "symétrie" U_1 est d'environ 15-20 MeV.

Lane⁶⁶⁾ a montré qu'il existe une forme bien plus satisfaisante de la dépendance en isospin du potentiel :

$$U(r) = U_0(r) + 4U_1(r) t.T/A \quad (\text{IV.10})$$

utilisant un couplage isovectorielle entre les isospin t et T du nucléon et du noyau cible respectivement. Cette forme est indépendante de charge (voir Chapitre I) et les éléments diagonaux correspondant exactement au potentiel dérivé en (IV.8) et (IV.9).

$$\langle t_z = \pm 1/2, T_z = 1/2(N-Z) | U | t_z = \pm 1/2, T_z = 1/2(N-Z) \rangle = U_0 \pm U_1 \epsilon \quad (\text{IV.11})$$

La forme de ce potentiel a plusieurs conséquences importantes en réactions nucléaires :

- i) Le potentiel déduit de la diffusion nucléon-noyau à énergie incidente donnée sur des noyaux de $N-Z/A$ différent est directement proportionnelle à ϵ
- ii) A une énergie donnée et pour un noyau donné, la différence des potentiels proton-noyau et neutron-noyau est proportionnelle à $2U_1\epsilon$ (IV.11).
- iii) Dans une réaction d'échange de charge (p,n) l'opérateur induisant la transition est égale à $t.T$ dont les éléments de matrice sont :

$$\langle t_z = +1/2, T_z = 1/2(N-Z)-1 | U_1 | t_z = -1/2, T_z = 1/2(N-Z) \rangle = 2U_1(\epsilon/A)^{1/2} \quad (IV.12)$$

Ces transitions observées pour la première fois par Anderson et Wong⁴⁰⁾, représentent un moyen direct d'investigation du terme U_1 .

La relation (IV.10) a une autre conséquence importante. L'isospin T du système nucléon + cible peut prendre 2 valeurs possibles : $T \pm t = T \pm 1/2$ notés en général $T_> = T + 1/2$ et $T_< = T - 1/2$. Un état à une particule proton (ou trou de neutron) est en fait un doublet d'isospin. La différence en énergie entre ces deux configurations ($T_>$ et $T_<$) est égale à $2(2T+1)U_1/A$. Les réactions de transfert d'un nucléon (stripping de proton ou pick-up de neutron) sur des cibles de $T_z = N-Z/A > 0$ peuplent les deux composants du doublet d'isospin $T_>$ et $T_<$. La mesure de l'énergie de ces états permet d'atteindre le potentiel dépendant de l'isospin U_1 .

Jusqu'à présent nous avons montré la nécessité d'introduire un tel terme dans le potentiel d'interaction nucléon-noyau, estimé l'ordre de grandeur de son intensité et donné quelques unes de conséquences en réactions nucléaires. Nous ne savons rien de sa dépendance radiale. On peut la comparer à celle du potentiel central $U_0(r)$ dans l'hypothèse simple définie par les relations (IV.5) à (IV.7) et en supposant une interaction nucléaire v_{ip} de la forme :

$$v_{ip} = v_\alpha + v_\beta t.t_i \quad (IV.13)$$

ou

$$v_\alpha = G_\alpha \int \delta(r-r') \rho_m(r') dr' \quad \text{et} \quad v_\beta = G_\beta \int \delta(r-r') \rho_m(r') dr' \quad (IV.14)$$

En approximation de portée nulle et en utilisant la relation (IV.7)

$$v_\alpha = G_\alpha \delta(r-r') \quad \text{et} \quad v_\beta = G_\beta \delta(r-r') \quad (IV.15)$$

$U_1(r)$ s'écrit :

$$U_1(r) = \left[\rho_n(r) - \rho_p(r) \right] G_\beta A/8T_z \quad (IV.16)$$

où ρ_n et ρ_p sont les densités proton et neutron respectivement. Notons que $U_1(r)$ est très sensible à toute différence entre les distributions des neutrons et des protons et donc à la dépendance radiale des fonctions ondes des orbitales occupées par l'excès de neutrons dans les noyaux lourds.

Faisons l'hypothèse que la densité p ou n peut être approximé par une fonction simple $\rho = \rho_0 f(r-R)$ ou $f(r-R) = 1$ pour $r < R$ (distribution de Fermi par exemple). Admettons que les densités proton et neutron ont la même forme mais des rayons légèrement différents soit $R = R_0 \pm \Delta R$. En développant au premier ordre l'expression (IV.16), Satchler et Teresawa⁶⁷⁾ ont trouvé les expressions suivantes pour $U_0(r)$ et $U_1(r)$:

$$U_0(r) = \left(\frac{3A}{4\pi R_0^3} \right) G_\alpha f(r-R_0) \quad (IV.17)$$

$$U_1(r) = \left(\frac{3A}{4\pi R_0^3} \right) G_\beta \left[\left(1 - \frac{3\Delta R}{\epsilon R_0} \right) f(r-r_0) - \frac{\Delta R}{\epsilon} \frac{df(r-r_0)}{dr} \right] \quad (IV.18)$$

2 cas sont intéressants :

- i) $\Delta R = 0$ $U_1(r)$ et $U_0(r)$ ont la même forme, proportionnelle à $f(r-R_0)$, ce sont des potentiels de type "volume".
- ii) Les densités protons et neutrons sont égales. Cela implique que $3\Delta R = \epsilon R_0$, le potentiel $U_1(r)$, proportionnelle à df/dr , est complètement localisé à la surface.

Nous allons examiner maintenant, les données empiriques sur ce potentiel de symétrie à partir des réactions de diffusion élastique, de transfert d'un nucléon et d'échange de charge.

IV.2 DIFFUSION ELASTIQUE NUCLEON-NOYAU ET POTENTIEL DEPENDANT DE L'ISOSPIN

Une méthode simple de détermination du potentiel de symétrie (U_1) résulte de la comparaison des potentiels déduits de l'analyse des sections efficaces de diffusion élastique neutron et proton à la même énergie. Cette différence peut s'écrire :

$$V_p(E) - V_n(E) = 2\epsilon U_1(E) + (b_0 + \epsilon b_1) \bar{U}_c \quad (IV.19)$$

avec

$$V_p(E) = \left[1 - U_c \frac{\partial}{\partial E} \right] \left[U_0(E) + \epsilon_1 U_1(E) \right] \quad (IV.20)$$

$$V_n(E) = U_0(E) - \epsilon U_1(E)$$

b_0 et b_1 expriment la dépendance en énergie de $U_0(E)$ et $U_1(E)$ soit :

$$U_0(E) = U_0 - b_0 E \quad (IV.21)$$

$$U_1(E) = U_1 - b_1 E$$

La différence $V_p - V_n$ est proportionnelle à 2ϵ . La Figure 2 montre les résultats de l'analyse de la diffusion nucléon + ^{208}Pb à différentes énergies⁶⁸⁾ et les profondeurs réelles et imaginaires V et W que l'on tire de ces analyses. On trouve une valeur de $U_1 = 24 \pm 4$ MeV. On peut noter aussi la très forte différence des potentiels imaginaires de surface pour les protons et les neutrons.

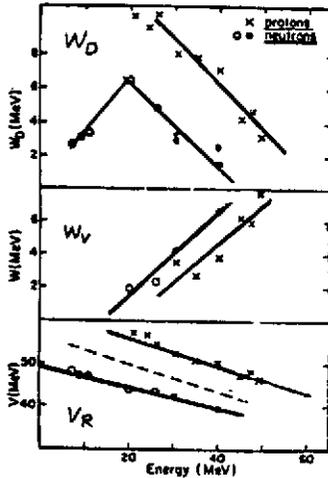


Figure 2 : Systématique des profondeurs réelles et imaginaires des potentiels neutron et proton tirés de l'analyse de la diffusion élastique nucléon + ^{208}Pb . Noter la dépendance en énergie de V et W . (Tiré de la réf. 68).

On peut obtenir les mêmes renseignements en étudiant la diffusion élastique nucléon-noyau sur une large gamme de noyaux. Cela a été entrepris, par Perey⁶⁹⁾ pour la diffusion $p + \text{noyau}$ entre $A = 27$ et 197 pour des énergies incidentes de 9 à 23 MeV, par Rosen et al.⁷⁰⁾ ($A = 16$ à 120 à $E_p = 14.5$ MeV) et par Fricke et al.⁷¹⁾ ($A = 28$ à 208 , $E_p = 30$ et 40 MeV). La Figure 3 montre le résultat de cette dernière analyse. On a reporté la variation de $(V_0 - 0.4 Z/A^{1/3})$ (correction Coulombienne déduite) en fonction de $N-Z/A = \epsilon$. Cela conduit à un terme U_1 de 26.4 MeV en accord avec la précédente détermination. Une analyse récente et complète⁷²⁾ de la diffusion élastique proton-noyau dans un domaine d'énergie beaucoup plus vaste (40 à 200 MeV) et pour des cibles allant

du ^{40}Ca au ^{208}Pb donne une dépendance en énergie du potentiel de symétrie $U_1(E) = 59(1 - 0.18 \log E_p)$ soit $U_1 = 15.5 \text{ MeV}$ à 60 MeV .

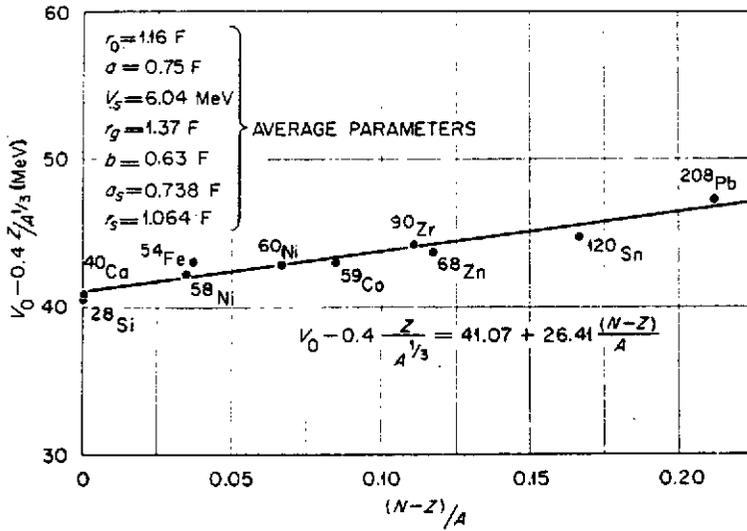


Figure 3 : Profondeur du potentiel réel déduit de l'analyse de la diffusion élastique $p + \text{noyau}$ (section efficace et polarisation) à 40 MeV en fonction de $N-Z/A$. (Tiré de la réf. 71).

Ce résultat pour des énergies de 60 à 180 MeV est comparé dans la Figure 4 à ceux discutés précédemment. Il y a un désaccord important entre les deux séries d'analyse. Cependant il

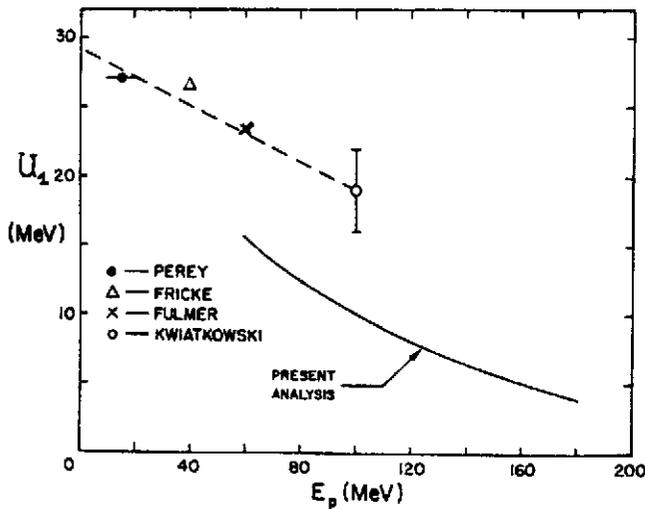


Figure 4 : Profondeur du potentiel de symétrie U_1 déduit de l'analyse de la diffusion élastique $p + \text{noyau}$ entre 80 et 200 MeV (trait plein). Les résultats des analyses précédentes (trait pointillé) sont aussi reportés. (Tiré de la réf. 72).

faut noter que l'on ne connaît pas la dépendance radiale de $U_1(r)$. Ces analyses sont donc dépendantes du modèle utilisé puisqu'elles supposent toutes que $U_1(r)$ a une forme de Woods-Saxon de volume, sans partie imaginaire (sauf dans le cas de la réf. 68), (voir figure 2) où l'on a introduit une partie imaginaire de surface et de volume $U_1(r) = U_0(r) + W_D(r) + W(r)$ pour le potentiel de symétrie).

Des modèles microscopiques du potentiel nucléon-noyau basé sur l'approximation Hartree-Fock et des interactions nucléon-nucléon effectives permettent de calculer ce potentiel de symétrie et le terme de correction coulombienne et de comparer ces prédictions aux données empiriques existantes. En supposant des distributions de Fermi pour les protons et neutrons, le potentiel nucléon-noyau déduit soit à partir d'une force de Skyrme⁷³⁾, soit à partir de l'interaction nucléon-nucléon de Reid⁷⁴⁾, à une dépendance en rayon du type $R = R_0 A^{1/3}$ avec $R_0 = 1.10 \pm 0.05 \text{ fm}^{73)}$ ou $R_0 = 1.20 \pm 0.1 \text{ fm}^{74)}$ pour tous les noyaux (du ^{40}Ca au ^{208}Pb). Ce résultat est en accord avec les données empiriques dérivées de la diffusion élastique. La diffusivité a est indépendante de la masse A et est égale à 0.55 fm , valeur qui est légèrement inférieure à celles utilisées dans les modèles phénoménologiques ($0.55 < a < 0.70 \text{ fm}$). La géométrie des potentiels microscopiques étant en accord raisonnable avec celle des potentiels empiriques, on peut comparer les résultats obtenues pour le terme Coulombien $\Delta V_C(r)$ due à la dépendance en vitesse et pour le terme de symétrie $U_1(r)$.

IV.2.1 La correction du potentiel Coulombien : $\Delta V_C(r)$

Le terme $\Delta V_C(r)$ est calculé à partir de l'expression :

$$\Delta V_C(r) \equiv \left(\frac{m^*}{m} - 1\right) V_C(r) \quad (\text{IV.22})$$

ou m^* est la masse effective du nucléon et $V_C(r)$ le potentiel Coulombien.

Les résultats obtenues pour $\Delta V_C(r)$ à partir de l'approximation Hartree-Fock et de la force de Skyrme⁷³⁾ sont présentés dans la Figure 5 pour divers noyaux de ^{16}O au ^{208}Pb . Ils peuvent être approximés par la formule $\Delta V_C(r) = 0.8 Z/A^{1/3} f(r)$ ou $f(r)$ à la même dépendance radiale que le potentiel réel. Cette paramétrisation donne un résultat qui est sensiblement deux fois plus grand que celui déduit de l'approche phénoménologique $\Delta V_C(r) = 0.4 Z/A^{1/3}$ (voir IV.4).

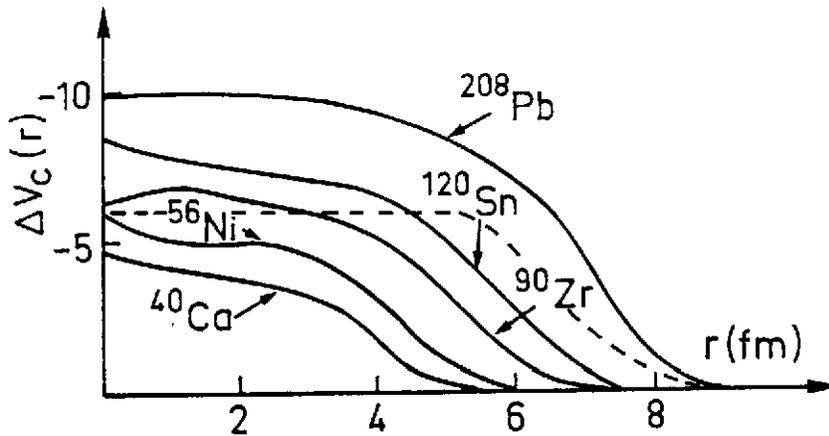


Figure 5 : Terme de correction dû au potentiel coulombien $\Delta V_c(r)$ déduit des modèles microscopiques du potentiel nucléon-noyau (^{40}Ca au ^{208}Pb). Les courbes en trait plein sont tirées de la réf. 73. La courbe en trait pointillé est déduite de l'expression empirique IV.4 pour le système $p + ^{208}\text{Pb}$.

IV.2.2 Le terme de symétrie du potentiel nucléon-noyau

Dans l'approximation Hartree-Fock avec une force de Skyrme⁷³⁾, le potentiel de symétrie peut s'exprimer directement en fonction de la différence des densités proton-neutron

$$\Delta\rho(r) = \rho_p(r) - \rho_n(r) :$$

$$U_{\uparrow}(r) \approx \frac{(b_0 - \beta E) \Delta\rho(r)}{|1 + 0.6\rho(r)|^2} \quad (\text{IV.23})$$

La forme du potentiel de symétrie devrait être égale à celle de la densité d'excès de neutrons $\Delta\rho(r)$ à l'intérieur du noyau, où $\rho(r)$ est assez constant. En surface la situation est plus compliquée du fait que le terme $|1 + 0.6\rho(r)|^2$ croît très vite avec r alors que $\Delta\rho(r)$ diminue en surface. On s'attend donc à un pic en surface. Cette situation est illustrée dans les Figures 6a et 6b. Plusieurs remarques peuvent être faites sur la forme $U_{\uparrow}(r)$ déduites de cette approche microscopique.

Alors que pour les noyaux de masse moyenne (^{48}Ca au ^{90}Zr), le potentiel de symétrie ressemble à un potentiel de surface (voir Figures 6a et 6b), pour les noyaux plus lourds on passe progressivement à un potentiel de volume avec une partie en surface beaucoup plus faible.

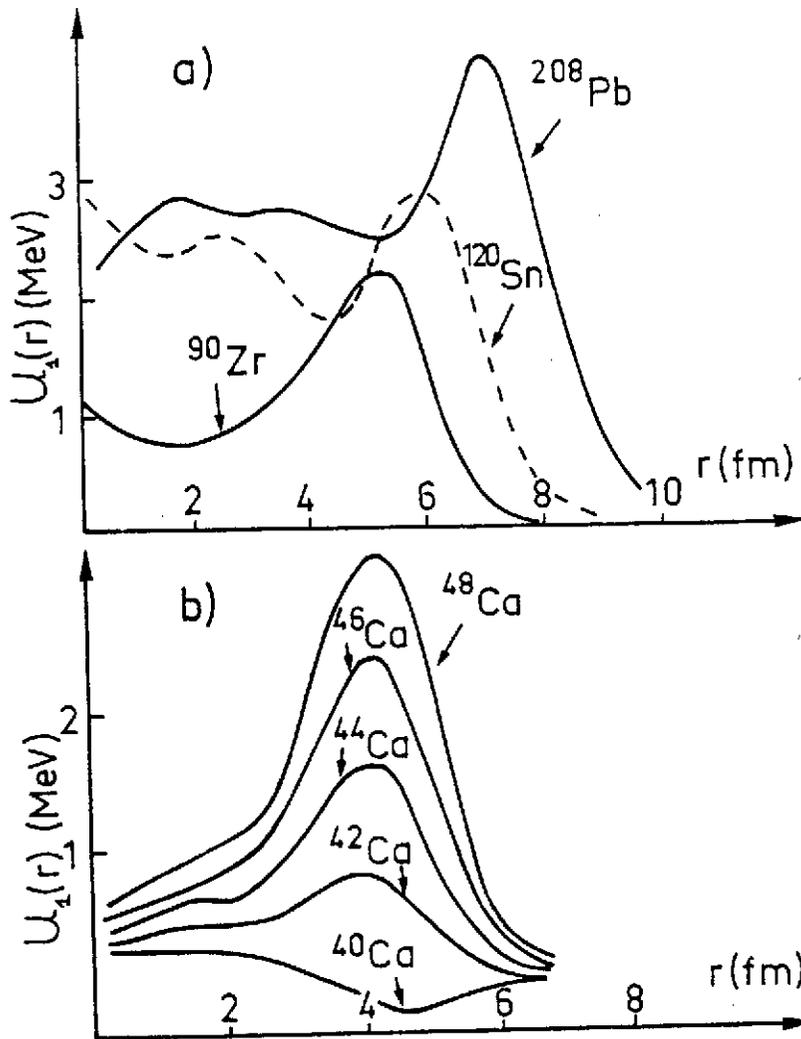


Figure 6
: a) le potentiel de symétrie $U_1(r)$ pour les noyaux ^{90}Zr , ^{120}Sn et ^{208}Pb .

b) même chose pour les isotopes du Ca

(Tiré de la réf. 73).

On peut aussi noter que même pour le ^{40}Ca ou $N = Z$, on a un terme de symétrie non nul du fait que la différence des fonctions d'onde des protons et neutrons (effet du potentiel Coulombien). Pour les noyaux de $N > Z$, la hauteur du pic de surface est proportionnelle à $(N-Z/A)$. On peut maintenant comparer ces prédictions des modèles microscopiques à celles des approches phénoménologiques dérivées essentiellement de la diffusion élastique nucléon-noyau.

Pour $U_1(r)$ cette comparaison n'a de sens que pour les noyaux lourds où le potentiel microscopique à une forme de volume. On peut alors approximer la forme théorique pour une expression du type $U_1(N-Z/A)$ (voir IV.8) avec $U_1 = 14 \text{ MeV}$ (^{120}Sn , ^{208}Pb). Cette valeur est à comparer à celle déduite de l'analyse de diffusion élastique $U_1 = 25 \text{ MeV}$ à basse énergie⁶⁴⁾ ou de $U_1 = 15 \text{ MeV}$ à plus haute énergie⁷²⁾. En utilisant une force de Reid, les auteurs de la référence 74 ont trouvé un potentiel de symétrie $U_1 = 11.5 - 0.1 E$ pour des neutrons d'énergie inférieure à 80 MeV.

On peut donc conclure que le potentiel de symétrie est assez mal déterminé par les études systématiques de diffusion élastique nucléon-noyau, d'une part à cause d'un manque de données sur la diffusion de neutrons à énergie élevée (> 30 MeV), d'autre part à cause du terme correctif Coulombien et enfin à cause de la prise en considération dans les analyses phénoménologiques d'uniquement une partie réelle ($W_1 = 0$).

L'analyse est donc extrêmement dépendante du modèle puisque la forme a priori adoptée pour le terme $U_1(r)$ est de volume de type Woods-Saxon alors que les modèles microscopiques semblent indiquer à la fois un potentiel beaucoup plus faible et une forme qui passe progressivement d'un potentiel de surface ($A < 90$) à un potentiel de volume ($A > 120$).

IV.3 ETATS ANALOGUES EN REACTION DE TRANSFERT D'UN NUCLEON

Ainsi que nous l'avons indiqué dans l'introduction de ce chapitre, le couplage isovecteuriel entre l'isospin du nucléon et celui de la cible dû au potentiel de symétrie (IV.10) fait qu'un état de particule de type proton ou à un trou de neutron est en fait un doublet d'isospin total: T_+ ou état analogue et T_- ou état antianalogue. Pour des noyaux de masse comprise entre 12 et 208, les états analogues ont été étudiés en utilisant les réactions de diffusion ou de capture résonance (chapitre III). Cette méthode est limitée, par la faible pénétrabilité des protons, aux RIA de $\ell = 0, 1, 2$ ($16 < A < 90$) $\ell = 3, 4$ ($90 < A < 208$). Les RIA correspondants aux orbitales de haut spin sont difficilement détectables dans la fonction d'excitation.

Enfin la capture "résonante" de proton ne s'applique qu'aux états analogues du type proton + coeur (voir Figure 7). En effet l'état analogue de trou ($p^{-1} \otimes C$ voir Figure 7) est un état lié du système $n^{-1} \otimes C$ et ne peut être excité qu'au moyen d'une réaction de pick-up de neutron. Les fonctions d'ondes des états analogues de particule et de trou sont représentées dans la Figure 7.

A une énergie incidente suffisamment élevée, les états analogues de haut moment angulaire peuvent être peuplés par des réactions de stripping d'un proton, e.g. (${}^3\text{He}, d$), (α, t) par l'intermédiaire du terme $p \otimes C$ de leur fonction d'onde (voir Figure 7). De la même manière les états analogues de trou peuvent être excités dans des réactions de pick-up d'un neutron, e.g. (p, d), (${}^3\text{He}, \alpha$) etc... par l'intermédiaire du terme $n^{-1} \otimes C$ de leur fonction d'onde. L'accès à des faisceaux de particules légères de haute énergie et de bonne résolution associé à des spectromètres magnétiques de large bande en moment a permis de mettre en évidence de tels états dans tous les noyaux moyens et lourds ($40 < A < 208$)^{75,76}.

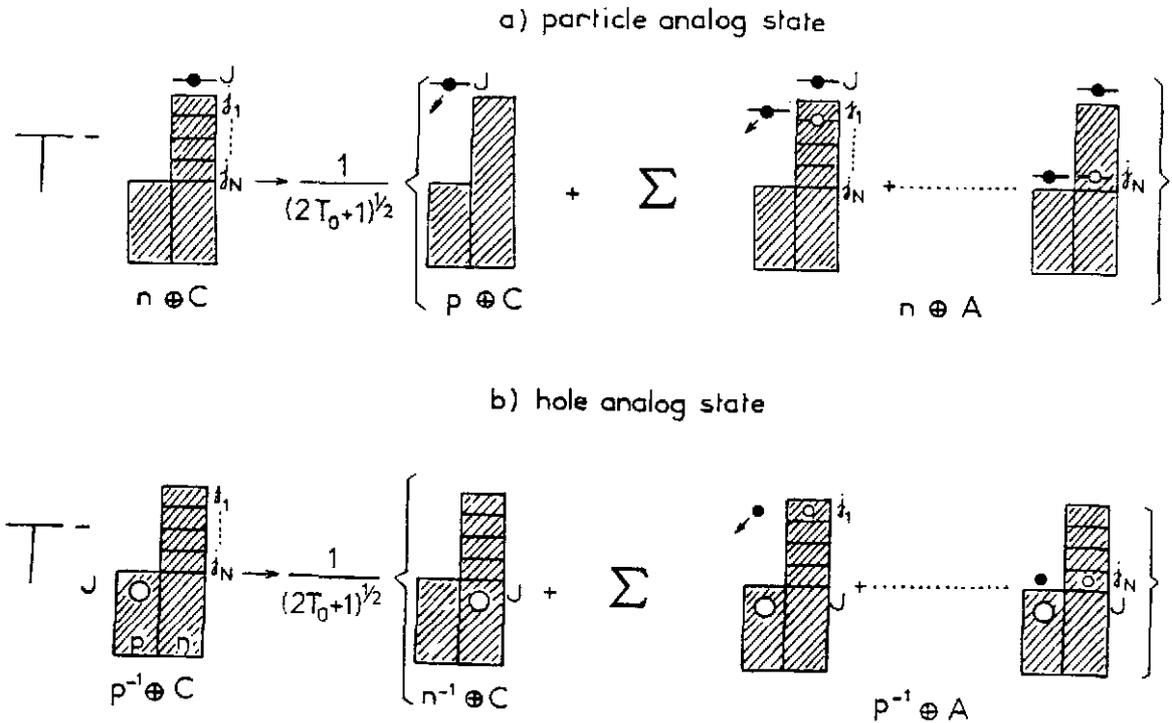


Figure 7 : Représentation schématique des fonctions des états à une particule et à un trou. $T_0 = N-Z/A$ est l'isospin du coeur C supposé ici doublement magique.

La première évidence expérimentale de l'excitation des états analogues de haut-spin par réaction de stripping a été obtenue par Mac Grath et al.⁷⁷⁾ et Shamai et al.⁷⁸⁾ dans leurs études de la réaction ($^3\text{He},d$) sur les isotopes du Zr et du Mo. Les principales caractéristiques de la réaction de stripping conduisent aux états analogues de haut spin sont présentés dans les spectres (α, t) de la Figure 8.

L'énergie incidente est choisie de manière à satisfaire les conditions d'adaptation en moment angulaire transféré pour les états analogues de haut spin ($1g_{7/2}$, $1h_{11/2}$ dans la région des Sn, $1h_{9/2}$, $1i_{13/2}$ dans la région de $N = 82$, (Sm), $2g_{9/2}$, $1i_{11/2}$, $1j_{15/2}$ dans la région du Pb). Un domaine en énergie de 20 - 25 MeV a été couvert dans ces expériences.

A basse énergie d'excitation (0-2 MeV), les états de protons occupant les couches de valence ($Z < N$) sont fragmentés, les orbitales de haut spin étant préférentiellement excités. Dans le domaine intermédiaire 4-15 MeV des structures larges correspondent aux états de protons $T_{<}$ (notés A et B dans la Figure 8) sont fortement peuplés et les états analogues correspondants $T_{>}$

apparaissent comme des pics étroits (IAS) au-dessus d'un continuum important dû principalement au break-up de la particule α dans le champ coulombien et nucléaire du noyau cible.

On peut remarquer que pour des noyaux ayant un grand excès de neutron, seule une fraction faible de leur force à une particule est présente dans la fonction d'onde de l'état analogue ($1/2T_0+1$ avec $T_0 = N-Z/2$ voir Figure 7). Du noyau $^{116}\text{Sn}(T_0 = 8)$ puis de $^{144}\text{Sm}(T_0 = 10)$ à celui de $^{208}\text{Pb}(T_0 = 22)$ on observe une réduction de la section efficace de population des états analogues. On atteint même la limite de détection de tels niveaux dans le cas de ^{208}Pb où l'importance du continuum associé à la forte réduction de section efficace de l'état analogue dû au terme $1/2T_0 + 1$ ($T_0 = 22$) empêche l'observation de tels niveaux (voir Figure 8).

De la même manière les doublets d'isospin correspondants aux états analogues et antianalogues de trou ($T_>$ et $T_<$) sont observés dans les réactions de pick-up d'un neutron ($^{75-76,80}$). Les spectres typiques pour plusieurs cibles de $N > Z$ résultant de ces études sont montrés dans la Figure 9. On observe là encore que les états analogues de trou apparaissent comme des pics étroits ($\Gamma < 100$ KeV) à haute énergie d'excitation au-dessus d'un continuum indifférencié alors que les états $T_<$ correspondent à des structures larges ($\Gamma \sim 1$ à 3 MeV) plus ou moins fragmentées (voir Figure 9). L'étude des états analogues de type particule ou trou permet d'obtenir des renseignements importants de structure nucléaire, tels que la mesure des déplacements d'énergie coulombienne, la largeur partielle et totale de ces niveaux, leur force à une particule et l'égalité supposée entre les configurations de l'état parent et de l'état analogue.

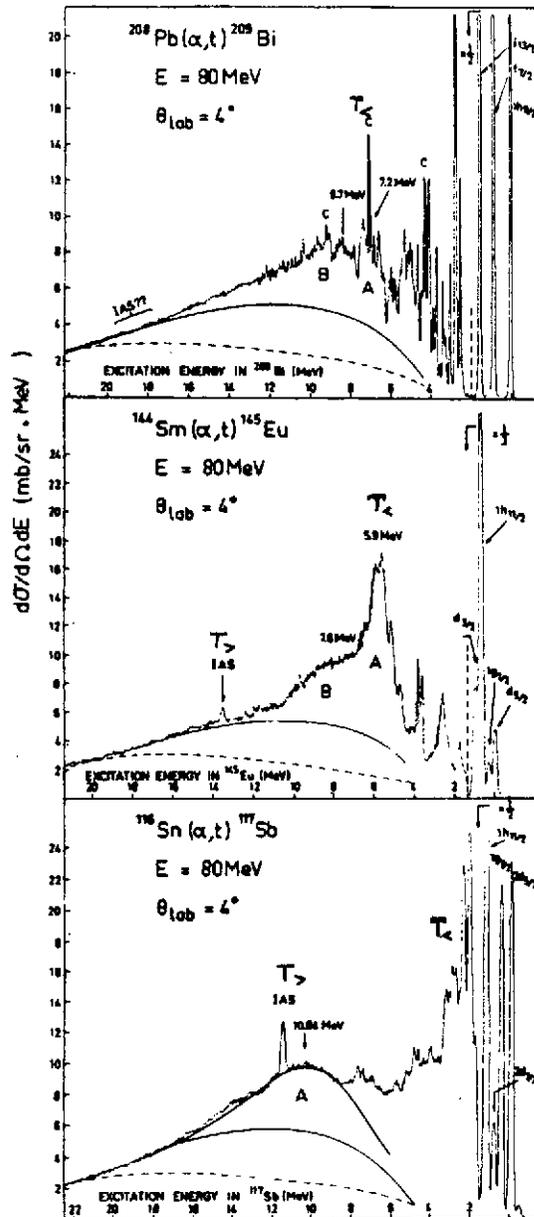


Figure 8 : Spectres typiques de la réaction (α, t) à 80 MeV de 0 à 22 MeV d'énergie d'excitation sur des noyaux ^{116}Sn , ^{144}Sm et ^{208}Pb . [Tiré de la réf. 79]. Les courbes en trait pointillé représentent une estimation de la section efficace de break-up.

En relation avec le potentiel dépendant de l'isospin la différence en énergie des configurations $T_<$ et $T_>$ mesurable directement dans les spectres des Figures 8 et 9 est proportionnelle à la profondeur U_1 du potentiel de symétrie :

$$E_{T_>} - E_{T_<} = \Delta E(T_> - T_<) = \frac{2(2T_0+1)U_1}{A} \quad (IV.24)$$

La Table 1 montre les valeurs de U_1 déduits de la mesure de la différence d'énergie entre les états analogues et antianalogues pour différentes valeur de l'isospin. Le résultat est relativement indépendant dans nombres quantiques orbitaux $n\ell j$ de la particule ou du trou pour laquelle la mesure a été effectuée, de même que l'on observe aucune variation quand $T_0=N-Z/A$ varie de 1 à 22. La valeur moyenne $U_1 = 28 \pm 6$ MeV est légèrement supérieure à celle déduite de l'analyse de la diffusion élastique nucléon-noyau à basse énergie $U_1 = 25$ MeV (voir § IV.2). L'analyse de la section efficace expérimentale des états analogues de trou permet aussi d'obtenir des informations sur la dépendance radiale du

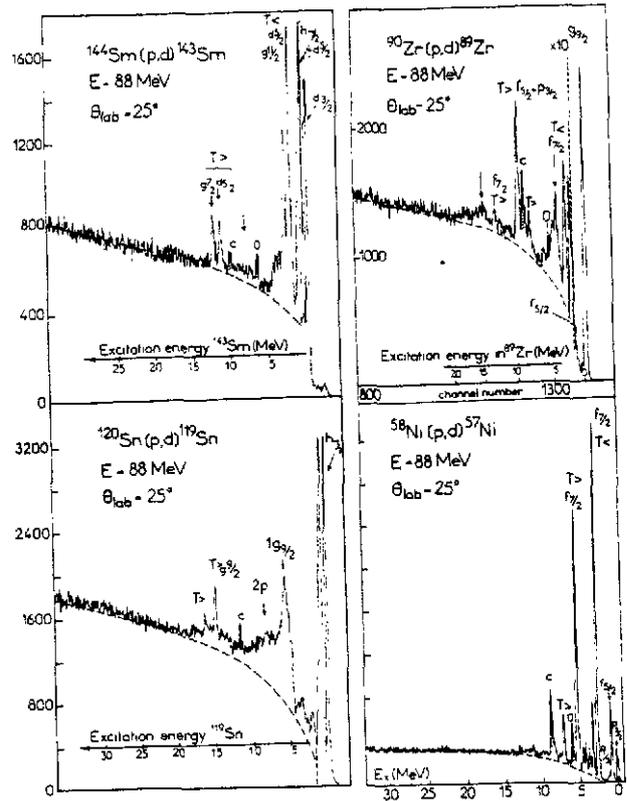


Figure 9 : Spectre en énergie d'excitation résultant de l'étude de la réaction $[p,d]$ à 88 MeV sur des cibles de ^{58}Ni , ^{90}Zr , ^{120}Sn et ^{144}Sm . Les doublets d'isospin $T_>$ et $T_<$ dans chaque noyau sont indiqués (tirés de la Réf. 80).

Table 1 : Profondeur du potentiel de symétrie déduit de la mesure de l'énergie des configurations $T_>$ et $T_<$ dans les noyaux moyens et lourds.

Noyau C	T_0	$\Delta E (T_> - T_<)$		U_1 (MeV)	$n\ell j$
		p + C	$n^{-1} + C$ (MeV)		
^{58}Ni	1		2.5	24	$1f_{7/2}$
^{90}Zr	5		8.8	36	$1g_{9/2}$
^{116}Sn	8	7.9	8.8	28 26	$1g_{9/2}$
^{144}Sm	10	7.85		28	$1i_{13/2}$
^{208}Pb	22		12.35	28	$1h_{11/2}$

potentiel de symétrie (forme de volume ou de surface). En effet la fonction d'onde de l'état analogue s'obtient en résolvant l'équation de Schrodinger pour la particule ou le trou $n\ell j$ lié dans un puits de Woods-Saxon de volume de profondeur U_0 .

Si on ajuste la profondeur réel de ce puits U_0 sans introduire de potentiel de symétrie U_1 on ne peut pas rendre compte des sections efficaces expérimentales. Par contre si la fonction d'onde de l'état analogue est obtenue en résolvant les équations couplées de Lane qui dépendent explicitement d'un potentiel $4U_1 t.T/A$ dépendant de l'isospin, l'accord entre expérience et théorie devient bien meilleure.

Un potentiel de symétrie de surface et de profondeur 25 MeV rend bien compte des sections efficaces expérimentales pour les noyaux de masse inférieure à 90. Pour les noyaux plus lourds l'utilisation d'un potentiel U_1 dérivé de modèles microscopiques (voir IV.2.2 et Figure 6), ayant un terme de volume plus un terme de surface reproduit mieux les sections efficaces expérimentales^{76,80}.

Pour conclure ce paragraphe rappelons brièvement que l'étude de la décroissance des états analogues de particules ou de trous au moyen de réactions séquentielles du type $(^3\text{He}, d\bar{p})$ ou $(^3\text{He}, \alpha\bar{p})$ permet comme dans les cas des RIA discutées au chapitre II une spectroscopie très riche des multiplets particule-trou ou trou proton-trou neutron, inaccessible par d'autres méthodes.

IV.3 SYMETRIE D'ISOSPIN ET DE SPIN-ISOSPIN EN REACTION D'ECHANGE DE CHARGE ET DE DIFFUSION INELASTIQUE

La présence du terme de symétrie dans le potentiel nucléon-noyau permet d'induire des transitions caractéristiques dans les réactions d'échange de charge ou de diffusion inélastique. Si l'on part du cas simple d'un noyau A de spin et parité $J^\pi = 0^+$ dans l'état fondamentale les réactions dites d'échange de charge $A(p,n)B$ peuvent peuplés deux types de transitions dans le noyau final B.

Transition $\Delta T = 1 \quad \Delta S = 0$ ou état isobarique (EIA)

Transition $\Delta T = 1 \quad \Delta S = 1$ ou spin-isospin flip ou encore Gamow-Teller.

Dans le cas de la diffusion inélastique de protons $A(p,p')A^*$ les transitions obéissant aux règles de sélection $\Delta S = 0$ ou 1 , $\Delta T = 0,1$ sont aussi excités. La section efficace d'échange de charge ou de diffusion inélastique T_{fi} dépend d'un élément de matrice qui contient à la fois les fonctions d'ondes des états initiaux i et finaux f et d'une interaction à deux corps effective V_{eff} qui est responsable de la transition de l'état i vers l'état f .

Dans le cas des réactions directes proton-noyau l'interaction effective nucléon-nucléon décrivant l'interaction du nucléon projectile avec chacun des nucléons du noyau cible peut être dérivée de l'interaction nucléon-nucléon libre⁸¹⁾ et prend la forme suivante :

$$V_{eff} = V_C + V_0 + V_\sigma(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2) + V_\tau(\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2) + V_{\sigma\tau}(\vec{\sigma}_1, \vec{\sigma}_2)(\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2) + [V_{LS} + V_{LS\tau}(\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2)]\vec{L} \cdot \vec{S} + [V_T + V_{T\tau}(\vec{\tau}_1, \vec{\tau}_2)] \frac{1}{r^2} [3(\vec{\sigma}_1 \cdot r)(\vec{\sigma}_2 \cdot r) - r^2(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2)] \quad (IV.25)$$

où V_C est le terme Coulombien, V_0 le terme central responsable de l'excitation des transitions naturelles ($\Delta S = 0$, $\Delta T = 0$) en diffusion inélastique, V_σ pour le retournement de spin ou spin-flip ($\Delta S = 1$, $\Delta T = 0$), V_τ pour le changement d'isospin seul ($\Delta S = 0$, $\Delta T = 1$), $V_{\sigma\tau}$ l'opération de spin-isospin flip ($\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$) enfin V_{LS} , V_T sont les termes spin-orbit et tenseur respectivement.

La Figure 10 montre quels sont les termes de cette interaction qui sont importants dans la population des transitions $0^+ \rightarrow 0^+$ ou $0^+ \rightarrow 1^+$ à partir d'une cible de spin et parité 0^+ et d'isospin T_0 .

IV.3.1 Les états analogues et potentiel d'isospin en réaction d'échange de charge

La transition vers l'état isobarique analogue est caractérisée par un élément de type Fermi ($0^+, T_0 \rightarrow 0^+, T$ voir Figure 10) par analogie avec la désintégration β^- (voir chapitre I).

$$\langle F \rangle = \frac{1}{\sqrt{2T+1}} \langle J_f || T^- || J_i \rangle \quad (IV.26)$$

Seul le terme V_τ de l'interaction effective nucléon-nucléon (IV.25) permet d'atteindre un tel état. D'où l'intérêt de ce type de transition puisqu'elle constitue un moyen privilégié d'investigation de V_τ . La preuve expérimentale de la forte population de l'état isobarique analogue en réaction d'échange de charge est donné dans les spectres de la Figure 11. Dans tous les noyaux étudiés, les spectres des neutrons émis sont dominés par l'état isobarique analogue (0^+). Notons cependant que cette réaction étudiée à basse énergie relève à côté du pic analogue une excitation moins intense notée sur la Figure 11 (G.T), signe précurseur des transitions $\Delta S = 1, \Delta T = 1$.⁸²⁾

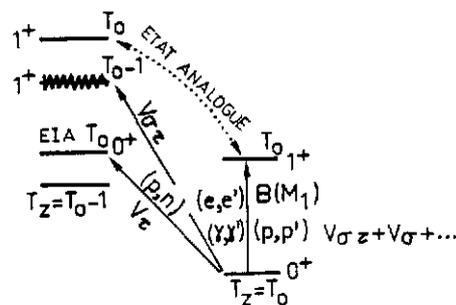


Figure 10 : Relations entre réactions (p,n) et (p,p') dans l'excitation des transitions $\Delta S = 0, 1 \quad \Delta T = 0, 1$.

Dans la théorie des réactions directes et en approximation de Born en ondes distordues (DWBA) la section efficace de la transition $A(0^+, T_0) + \begin{matrix} (p,n) \\ B^*(0^+, T_0) \end{matrix}$ s'écrit :

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = |T_{BA}|^2 = \left| \chi_n^{(-)*} \langle \psi_B^* | V_\tau | \psi_A \rangle \chi_p^+ \right|^2 \quad (IV.27)$$

où les χ sont les fonctions distordues générées par un potentiel optique approprié pour décrire l'interaction moyenne entre le projectile (éjectile) et la cible (noyau résiduel). Toute l'information de structure nucléaire est contenue dans le facteur de forme $\langle \chi_B^* | V_\tau | \chi_A \rangle$. Des études systématiques de la réaction (p,n) à basse énergie conduisant aux états analogues ont été entrepris récemment pour améliorer notre connaissance du terme V_τ ^{82,83)}. Le calcul de la section efficace des états analogues à été entrepris à partir de la relation (IV.27) et en utilisant un modèle macroscopique pour obtenir une expression de la partie du potentiel dépendant de l'isospin

$$U_1 = - \frac{A}{N-Z} \int V_\tau (|\vec{r} - \vec{r}'|) [\rho_n(r') - \rho_p(r')] dr \quad (IV.28)$$

Figure 11 : Spectre des neutrons émis lors de la réaction (p,n) sur des cibles de ^{208}Pb , ^{120}Sn , ^{94}Mo à 45 d'énergie incidente. On reconnaît la population de l'état analogue (EIA) et à côté une excitation plus faible attribuée à la résonance Gamow-Teller.

ou les paramètres sont : la valeur de l'interaction V_τ prise égale à $V_\tau = \frac{V_0 e^{-r/\mu}}{r/\mu}$ (forme de Yukawa de portée $\mu = 1\text{fm}$) et la géométrie de la densité de neutrons $\rho_n(r')$. La densité de protons est prise égale à celle déduite de la diffusion électron-noyau.

Les sections efficaces expérimentales des états analogues ont été calculées à l'aide de ce modèle (relation IV.27 et IV.28) en ajustant l'interaction V_τ . Le résultat de cette analyse systématique est montré dans la Figure 12. Toutes les

données expérimentales (noyaux de masse comprise entre 48 et 208 et énergies incidentes de 20 à 50 MeV) sont bien reproduites par une interaction V_τ dont la partie réelle (courbe en trait pointillé de la Figure 12) est égale à 15.2 ± 2.2 MeV et une pente $dV_\tau/dE_p = -0.1$.

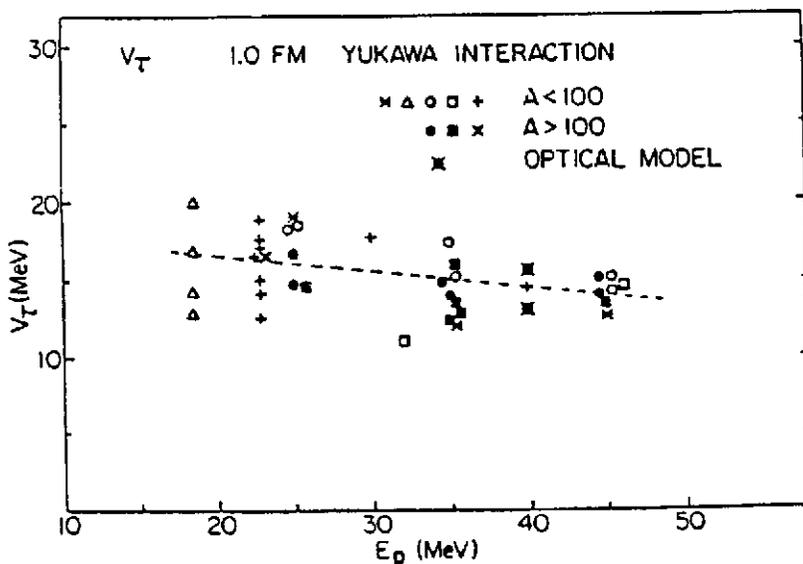
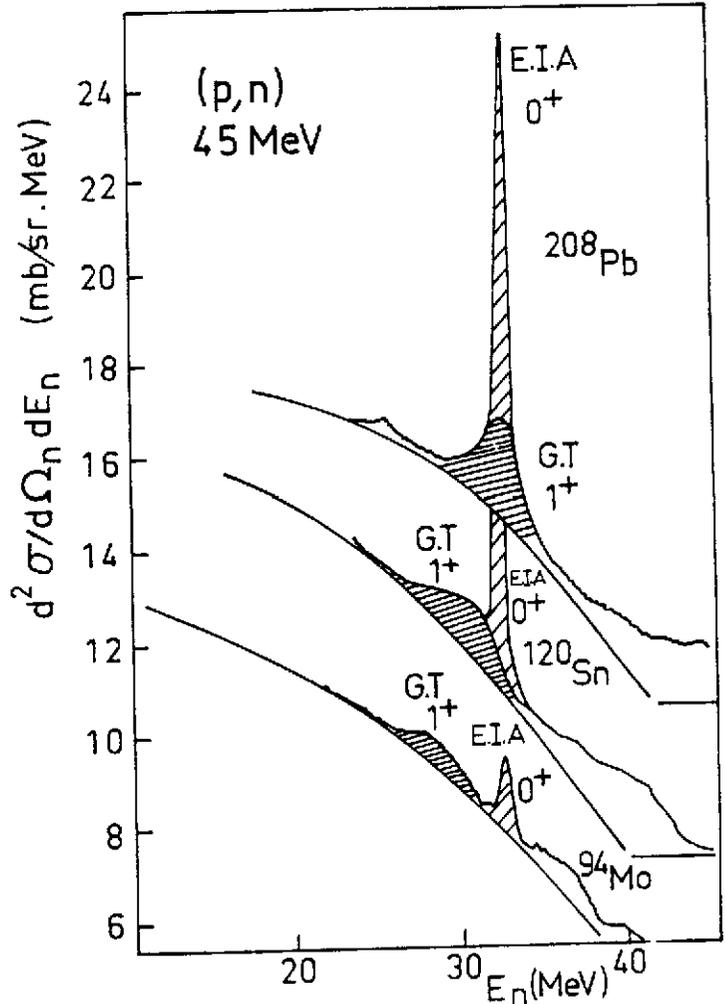


Figure 12 : Valeur de V_τ pour une interaction de Yukawa réelle et de portée 1 fm à partir des sections efficaces des états analogues (Tiré de la réf. 84).

IV.3.2 Résonances Gamow-Teller et Transitions M_1 en réactions d'échange de charge et de diffusion inélastique

Une autre transition joue un rôle important dans les réactions d'échange de charge et de diffusion inélastique. Elle caractérise une autre symétrie où le spin et l'isospin sont simultanément renversés. Il s'agit de transitions $\Delta S = 1, \Delta T = 1$ induites par l'opérateur $V_{\sigma\tau}$ de l'expression IV.25. Ce type de transition appelée suivant les auteurs, transitions "spin-flip", isospin-flip, résonance Gamow-Teller ou M_1 correspondent à des configurations simples de type particule-trou que l'on peut décrire à partir d'un exemple.

Considérons l'état fondamental d'un noyau doublement magique de ^{48}Ca . Le spin de l'état fondamental est 0^+ , la couche $1f_{7/2}$ est pleine, les couches supérieures ($1f_{5/2}$ par exemple) sont complètement vides (Figure 13a). Supposons que l'on sache produire une excitation particule-trou du type décrit dans la Figure 13b soit $\psi(^{48}\text{Ca}, 1^+ T_0 = 4) = (f_{7/2})_n^{-1} \times (f_{5/2})_p^{+1}$. On dit qu'on a à faire à une transition de type M_1 par analogie avec l'opérateur magnétique dipolaire M_1 caractérisant la désintégration γ entre deux niveaux nucléaires $1^+ \rightarrow 0^+$ (voir Figure 14) d'isospin T_0 .

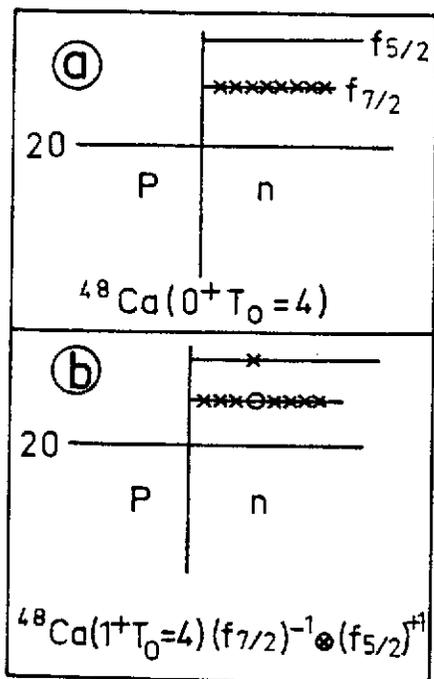


Figure 13 : a) Fonction d'onde de l'état fondamental du ^{48}Ca
 b) Même chose pour l'état $\Delta S = 1, \Delta T = 1, M_1$ dans le même noyau.

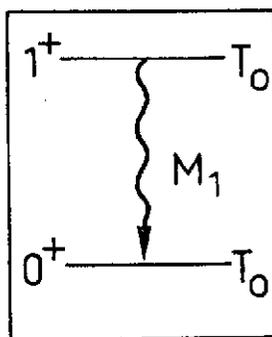


Figure 14 : Transition magnétique dipolaire entre les niveaux 1^+ et 0^+ d'un noyau

On a bien à faire à une transition $\Delta S = 1, \Delta T = 1$ ($\Delta l = 0, 0^+ \rightarrow 1^+, T_0 \pm 1 = T_0, T_0 + 1$) que l'on peut peupler par diffusion inélastique de photons électrons ou protons ainsi que l'on a indiqué dans la Figure 10.

On peut peupler à partir du même état fondamental de ^{48}Ca des transitions du type Fermi ($\Delta S = 0, \Delta T = 1$) ou Gamow-Teller ($\Delta S = 1, \Delta T = 1$). Les configurations de telles transition sont illustrées dans la Figure 15.

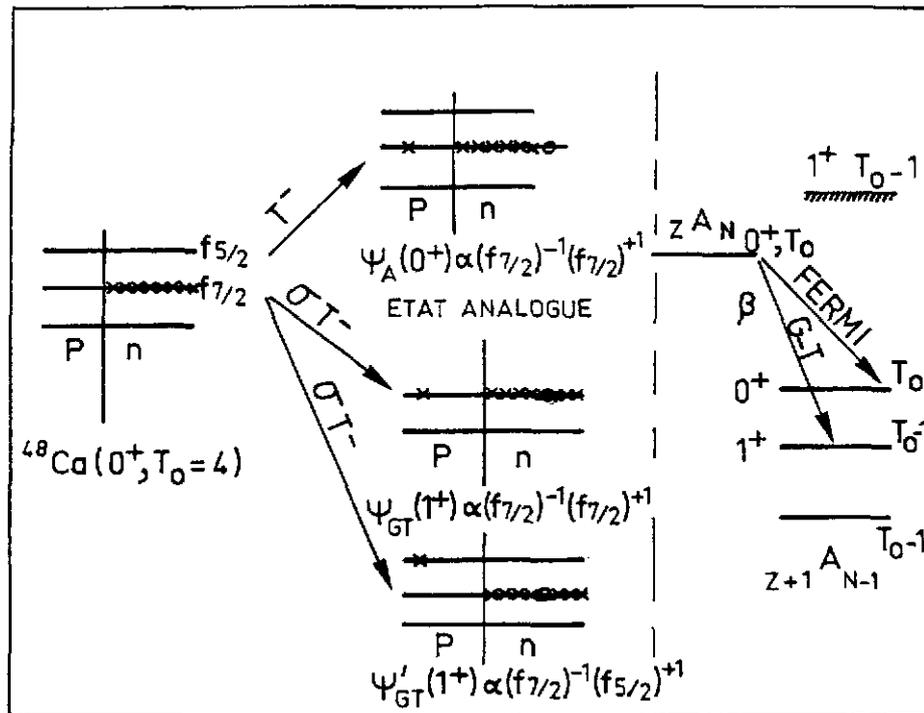


Figure 15 : Représentation schématique du niveau fondamental du ^{48}Ca , des états analogues et des états 1^+ du ^{48}Sc et des désintégrations β permises (Fermi et Gamow-Teller) entre le noyau ${}^Z_A N$ et les niveaux excités du noyau ${}^{Z+1}_{A-N+1}$.

L'opérateur T^- agissant sur le fondamental du ^{48}Ca donne l'état analogue (voir § IV.3.1).

L'opérateur σT^- change de proton en neutron mais change aussi d'une unité le spin. On a ainsi à partir de l'état fondamental du $^{48}\text{Ca}(0^+)$, 2 états 1^+ noté ψ_{GT} de configuration

$(f_{7/2})^{-1}(f_{7/2})^{+1}$ et $(f_{7/2})^{-1}(f_{5/2})^{+1}$. On dit qu'il s'agit de transitions de Gamow-Teller par analogie à la désintégration β permise entre niveaux $(0^+, T_0) + (1^+, T_0-1)$ illustrée dans la partie droite de la Figure 15.

Dans le cadre du modèle extrême à particule indépendante, les deux transitions Gamow-Teller 1^+ ont une intensité comparable, leur distance en énergie étant uniquement due au terme spin-orbit (distance en énergie entre les orbitales $j = \ell - 1/2$ et $j = \ell + 1/2$ voir Figure 16a). Si l'on raffine ce modèle et que l'on prend en compte l'interaction résiduelle entre la particule et le trou alors l'intensité de la transition de basse énergie est fortement réduite et l'essentiel de l'intensité se trouve concentrée et même repoussée à plus haute énergie d'excitation à

cause de la nature répulsive de l'interaction particule-trou ainsi qu'il est montré dans la Figure 16b.

Dans les noyaux moyens et lourds, cette deuxième configuration à haute énergie ne peut être atteinte par désintégration β pour des raisons énergétiques (voir Figure 15). La faiblesse de l'intensité des transitions β avait conduit dès 1963 Ikida à prédire l'existence d'une concentration de l'intensité Gamow-Teller à haute énergie d'excitation.

Notons enfin que les réactions d'échange de charge du type (p,n) ou ($^3\text{He},t$) permettent de peupler les transitions du type Fermi ($\Delta S = 0$, $\Delta T = 1$) ou Gamow-Teller ($\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$) et qu'il reste à expliquer pourquoi alors que l'on a mis en évidence depuis 1961 (Réf. 40) les transitions $\Delta S = 0$, $\Delta T = 1$ ou Etat Isobarique Analogue (EIA) ce n'est que très récemment que les mêmes réactions ont permis d'observer expérimentalement les transitions Gamow-Teller dans les noyaux moyens et lourds.

L'intensité de la transition de Gamow-Teller est

essentiellement concentrée dans l'état d'isospin $T_0 - 1$ en réaction d'échange de charge car elle est affectée d'un poids égale à $\frac{2T_0}{2T_0 + 1}$ alors que la configuration d'isospin T_0 a un poids égale à $\frac{1}{2T_0 + 1}$ (voir Figure 10). La transition $0^+ \rightarrow 1^+$ est elle, caractérisée par un élément de matrice du type Gamow-Teller

$$\langle GT \rangle = \frac{1}{\sqrt{2J + 1}} \langle J_f || \sum_K \sigma_K \tau_K^- || J_i \rangle \quad (\text{IV.29})$$

où la somme sur K s'étend à tous les nucléons de la cible dont on peut changer le spin et l'isospin.

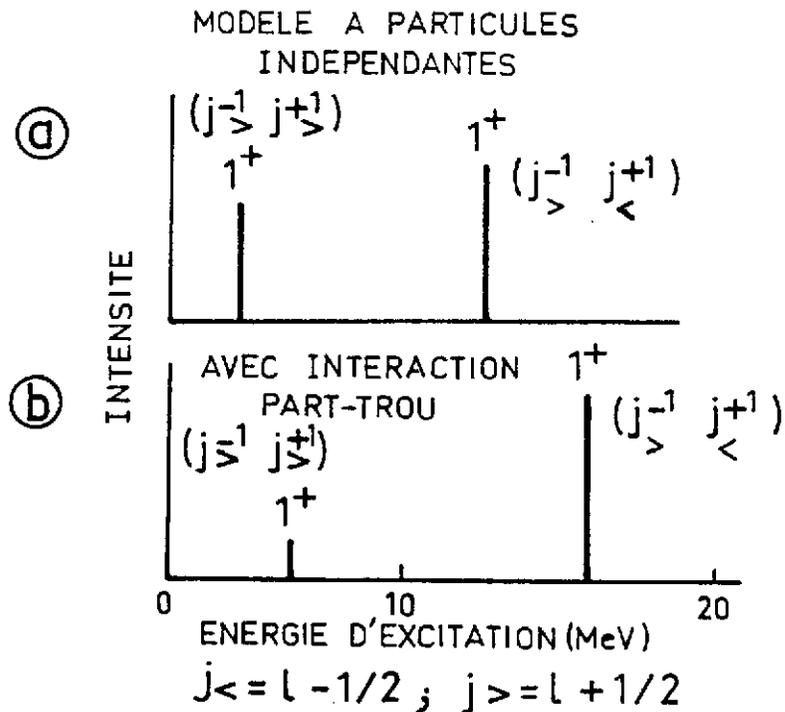


Figure 16 : a) Distribution de l'intensité des transitions 1^+_{GT} dans un noyau moyen ou lourd dans le cadre du modèle à particules indépendantes.
b) même figure mais dans le cas où l'on tient compte de l'interaction résiduelle particule-trou.

La position en énergie d'un tel état nous renseigne de manière unique sur la partie de l'interaction effective N-N qui dépend du spin ($V_{\sigma T}$ par exemple). Son intensité est reliée directement au degré d'appariement des spins dans l'état fondamental du noyau. On peut donc étudier de manière sélective les propriétés dépendantes du spin dans les noyaux. Jusqu'en 1980 et à part quelques exceptions (^{12}C , quelques noyaux de $A < 50$) on connaissait peu de chose sur ces degrés de liberté dans les noyaux.

IV.3.3 Dépendance en énergie et en moment transféré de la section efficace d'échange de charge

Nous avons vu qu'à basse énergie, la réaction d'échange de charge excité préférentiellement l'état isobarique analogue (IV.3.1). C'est aussi à basse énergie qu'en 1975 le groupe du MSU a apporté la première preuve expérimentale de l'existence de "résonances" Gamow-Teller dans divers noyaux lourds⁸²⁾. Ce résultat a été montré dans la Figure 11 et correspond à la composante 1^+ de haute énergie prévue par Ikeda et al.⁸⁵⁾.

Cette hypothèse a reçu une confirmation éclatante dans l'étude de la même réaction (p,n) autour de 0° et à plus haute énergie incidente par le groupe d'Indiana 86-89). Quelques spectres typiques de cette étude systématique de la réaction (p,n) sont montrés dans les Figures 17 et 18. Les résultats illustrent parfaitement la dépendance en énergie et en moment transféré de la transition $\Delta S = 1$,

$^{90}\text{Zr}(p,n); \theta = 0.2^\circ$

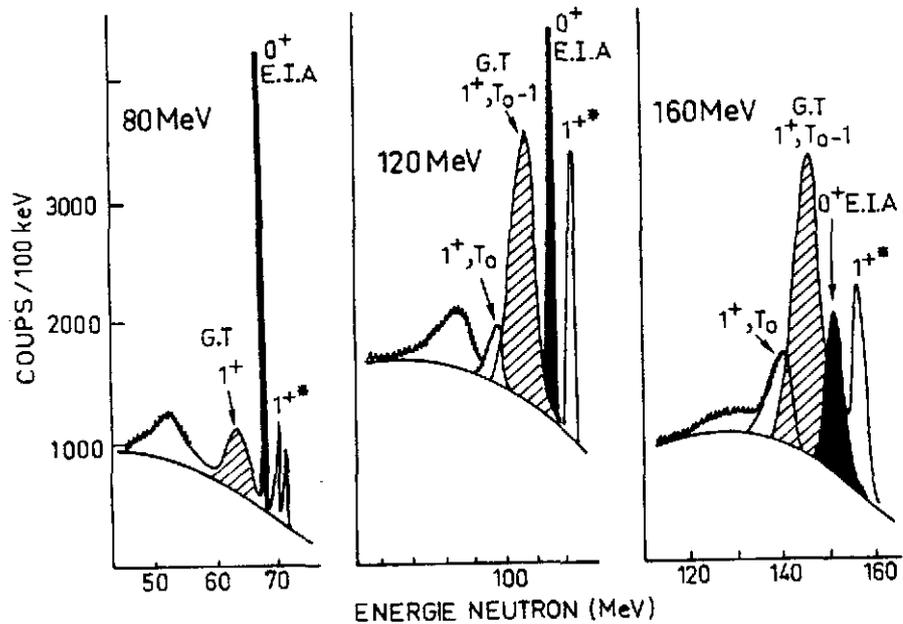


Figure 17 : Spectre des neutrons émis près de 0° dans la réaction $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ à 80, 120 et 160 MeV d'énergie incidente. On reconnaît les transitions analogues (0^+), Gamow-Teller de basse énergie (1^+*), la résonance G-T ($1^+, T_0-1$) et la composante d'isospin supérieur $1^+, T_0$. (Tiré de la réf. 89).

$\Delta T = 1$ ou résonance géante Gamow-Teller, cette dernière appellation vient de la localisation de l'intensité observée dans un domaine d'énergie finie ($\Gamma \approx 4$ MeV). La première caractéristique des spectres de la Figure 17 est la population de plus en plus forte de la résonance GT (1^+) relativement à l'état analogue (0^+) au fur et à mesure que l'énergie incidente augmente et à faible

moment transféré ($q \approx 0$ ou encore $\theta \approx 0^\circ$). L'état 1^+ de basse énergie (noté 1^{+*} dans la Figure 17) montre la même tendance. On peut même noter l'excitation beaucoup faible de la composante 1^+ , T_0 .

La Figure 18 illustre la dépendance en moment transféré dans le cas de la réaction $^{208}\text{Pb}(p,n)$ à 200 MeV. Près de 0° l'excitation 1^+ est dominante. Il s'agit d'une transition $L = 0$ ainsi que le montre la distribution angulaire. Par contre dès que l'on s'éloigne de 0° , la résonance $L = 0$ disparaît rapidement et on voit apparaître d'autres modes $\Delta S = 1, \Delta T = 1$ de multipolarités plus élevées, $L = 1$ $E_x = 21$ MeV ou $L = 2$; $E_x = 28$ MeV (voir Figure 18). Une telle sélectivité de la réaction d'échange de charge (p,n) pour des énergies voisines de 200 MeV et pour un

transfert d'impulsion quasiment nul s'interprète aisément dans le cadre du formalisme de la réaction d'échange de charge en approximation d'impulsion (DWIA).

Figure 18 : Dépendance angulaire des excitations $\Delta S = 1, \Delta T = 1$ dans le ^{208}Pb . Autour de 0° et à 200 MeV, le spectre de la réaction (p,n) sur le ^{208}Pb est dominé par la transition $L=0$. (Tiré de la réf. 89).

IV.3.4 Le mécanisme de la réaction d'échange de charge. Analyse des résultats et règles de somme

En général selon l'expression (IV.27) de la section efficace des réactions

- $p + A \rightarrow p + A$ élastique
- $\rightarrow p' + A^*$ inélastique
- $\rightarrow n + B$ échange de charge

on peut écrire

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right) = \left(\frac{\mu}{\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_f}{k_i} |T_{fi}|^2 \quad \text{avec une amplitude de transition}$$

$$T_{fi} = \int \chi_f^{(-)*} \langle \Psi_f | t_{ip} | \Psi_i \rangle \chi_i^{(+)} d\vec{r} \quad (IV.30)$$

où χ_f, χ_i représentent les ondes distordues décrivant la diffusion élastique dans les voies d'entrée et de sortie. Toute l'information de structure nucléaire est contenue dans le facteur de forme $\langle \Psi_f | t_{ip} | \Psi_i \rangle$ qui dépend des fonctions d'ondes des états initiaux et finaux Ψ_i, Ψ_f et de l'interaction effective entre le projectile p avec le $i^{\text{ème}}$ nucléon de A. t_{ip} est une fonction locale, complexe dont les éléments de matrice reproduisent la diffusion Nucléon-Nucléon libre à l'énergie considérée.

$t_{ip} = (1 - P_{ip}) V_{\text{eff}}$ où P_{ip} est l'opérateur d'échange des variables d'espace, de spin et d'isospin et V_{eff} est la somme d'interactions élémentaires à deux corps V_{ip} entre le projectile et les nucléons de la cible. Une paramétrisation de cette interaction effective a été donnée en (IV.25).

Dans le cas d'une réaction d'échange de charge, seuls les termes isovectoriels ($V_T, V_{\sigma T}, V_{LS\tau}$ et $V_{T\tau}$) contribuent à la section efficace. Love et Franey⁸¹⁾ ont calculé les amplitudes de tous les termes de l'interaction N-N en fonction de l'énergie incidente (100-800 MeV) et du moment transféré (q de 0 à 3.5 fm⁻¹). La dépendance en moment transféré pour une énergie d'environ 200 MeV est montrée dans la Figure 19 ; la dépendance en énergie entre 100 et 800 MeV pour un moment transféré voisin de 0 est présentée dans la Figure 20. On peut tirer de ces deux figures les conclusions suivantes :

- i) Qu'au voisinage de $q \approx 0$ seuls les termes V_T et $V_{\sigma T}$ contribuent à la section efficace d'échange de charge, les termes tenseur et spin-orbit étant très voisin de zéro.
- ii) Toujours pour $q \approx 0$, le terme $V_{\sigma T}$ est de 3 à 20 fois plus grand que tous les autres termes pour des énergies comprises entre 150 et 300 MeV. Dans ces conditions les réactions entre 150 et 400 MeV/nucléon joue le rôle de filtre pour les modes de spin-isospin $\Delta S = 1, \Delta T = 1$.

Comme la section efficace de la réaction (p,n) autour de 200 MeV ne dépend que des termes V_T et $V_{\sigma T}$ on peut écrire :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(0^\circ) = \left(\frac{\mu}{\hbar^2}\right)^2 \frac{k_f}{k_i} \left[N_T^D |J_T \langle F \rangle|^2 + N_{\sigma T}^D |J_{\sigma T} \langle GT \rangle|^2 \right] \quad (IV.31)$$

où J_T et $J_{\sigma T}$ sont les amplitudes des intégrales de volume des termes V_T et $V_{\sigma T}$ de l'interaction N-N, $\langle F \rangle$ et $\langle GT \rangle$ sont les éléments de matrices de Fermi et Gamow-Teller des transitions considérées (voir § II, équation II.3). Les termes N_T^D et $N_{\sigma T}^D$ sont les facteurs de réductions de la section efficace dues à l'adaptation des ondes distordues de la voie d'entrée et de la voie de sortie $N^D = \frac{(d\sigma/d\Omega)_{DW}}{(d\sigma/d\Omega)_{PW}}$; $\theta = 0^\circ$ ou $(d\sigma/d\Omega)_{DW}$ section efficace calculée en ondes distordues et $(d\sigma/d\Omega)_{PW}$ celle calculée en ondes planes. Ce facteur N_D montre une variation exponentielle douce et continue en fonction de la masse ; il est peu sensible aux fonctions d'onde des états

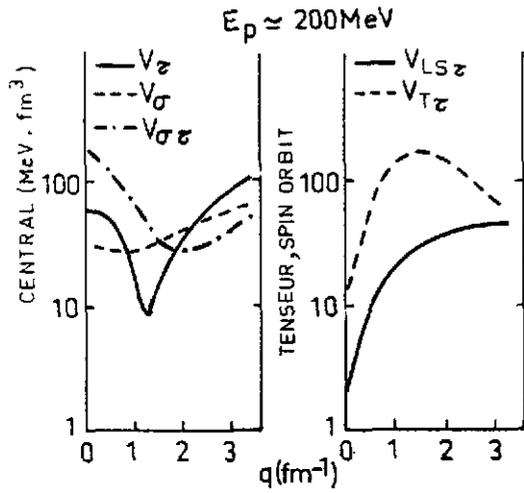


Figure 19 : Dépendance en moment transféré pour $E_p = 200$ MeV des termes V_T , V_0 , $V_0\tau$, V_{LSz} et $V_{T\tau}$ de l'interaction N-N. (Tiré de la réf. 81).

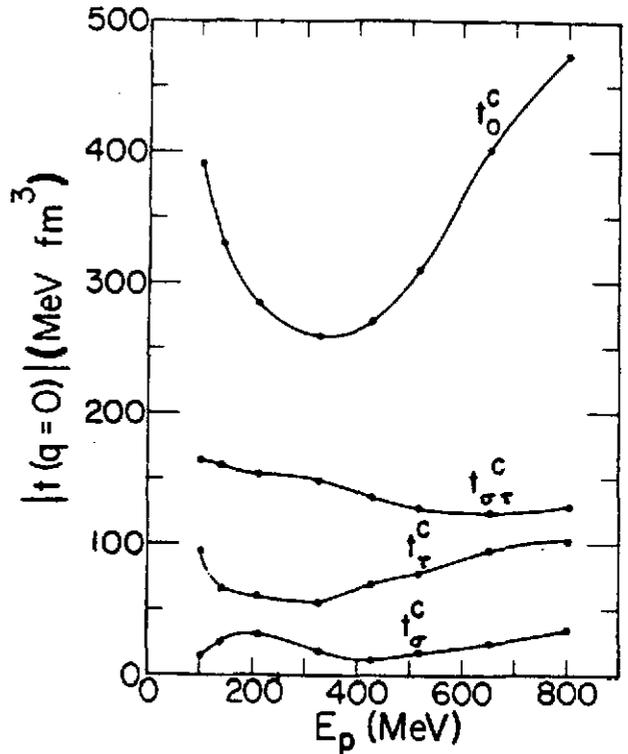


Figure 20 : Dépendance en énergie pour $q=0$ des termes t_0^c , $t_0^c\tau$, t_T^c et $t_T^c\tau$, de l'interaction N-N (Tiré de la réf. 81).

initiaux et finaux ainsi qu'à la valeur de Q de la réaction.

A présent, supposons qu'il existe certaines transitions pour lesquelles on a aussi mesuré le taux de désintégration β donné par la relation :

$$\frac{1}{FE} = G_V^2 \langle F \rangle^2 + G_A^2 \langle GT \rangle^2 \quad (IV.32)$$

alors que les équations (IV.31) et (IV.32) permettent une comparaison directe entre la section efficace (p,n) à 0° et la désintégration β . Goodman et al.^{88,89} ont les premiers proposés de calibrer la section efficace (p,n) à 0° en utilisant les données de la désintégration β connues pour un certain nombre de transition Fermi, Gamow-Teller ou mixtes et en mesurant pour ces mêmes transitions $(d\sigma/d\Omega)$ à 0° . A partir des relations (IV.31) et (IV.32) on peut définir les quantités

$$K = \frac{d\sigma}{d\Omega} (0^\circ) \left(\frac{\mu}{2}\right)^2 (k_i/k_f)^2 N^D, \text{ équivalent à une section efficace réduite} \quad (IV.33)$$

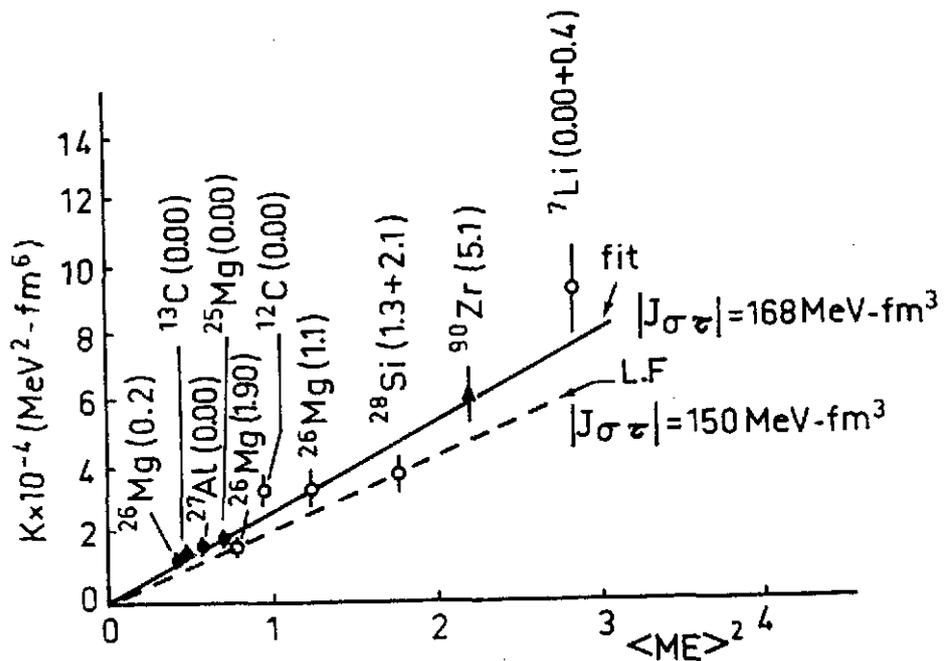
et

$$\langle ME \rangle^2 = \langle GT \rangle^2 + \frac{N_{\tau}^D}{N_{\sigma\tau}^D} \frac{J_{\tau}^2}{J_{\sigma\tau}^2} \langle F \rangle^2; \text{équivalent à un élément de matrice effectif} \quad (IV.34)$$

La relation (IV.31) peut s'écrire $K = J_{\sigma\tau}^2 \langle ME \rangle$ (IV.35).

On voit apparaître une relation linéaire entre $K \sim d\sigma/d\Omega (0^\circ)$ et $\langle ME \rangle^2$ (\sim au taux de désintégration β) et on peut ainsi en déduire $J_{\sigma\tau}$, J_{τ} ainsi que le montre la Figure 21. Cette cali-

bration étant effectuée on peut en déduire à partir de la mesure de $(d\sigma/d\Omega) 0^\circ$ les valeurs des éléments de matrice $\langle GT \rangle$. Cette calibration effectuée et les transitions GT pour un très grand nombre de noyaux moyens et lourds, ayant été observées⁸⁹⁾



on peut comparer Figure 21 : Section efficace réduite en fonction des éléments de matrice effectifs pour diverses transitions du type F ou GT. Les deux courbes correspondent aux prédictions du modèle de Love et Franey⁸¹⁾ et à un fit empirique.

ainsi observée aux règles de sommes que l'on peut introduire de la manière suivante. L'intensité totale des transitions $\langle GT \rangle$, pour un noyau ayant un excès de neutrons doit être égale ou plus grande que cet excès de neutron $(N-Z)$. Le raisonnement simple qui le montre est qu'un neutron lié peut se transformer en un proton avec les mêmes degrés de liberté qu'un neutron libre sauf si la transition est bloquée par l'occupation des protons dans les états finaux. Cependant on ne peut bloquer plus de transitions qu'il n'y a de protons disponibles. Une dérivation exacte de cette règle de somme conduit à la relation suivante entre les opérateurs σ^- (transition β^-) et σ^+ (transition β^+), les états finaux f et l'état initial i :

$$\sum_f |\langle f | \sigma_- | i \rangle|^2 - \sum_f |\langle f | \sigma_+ | i \rangle|^2 \equiv 3(N-Z) \quad (IV.36)$$

on avait défini la relation

$$\sum \langle GT \rangle^2 = |\langle f | \sigma_- | i \rangle|^2 \text{ d'où } \overline{\sum \langle GT \rangle^2} \geq 3(N-Z) \quad (IV.37)$$

La Figure 22 montre le résultat déduit de toutes les analyses des transitions $\langle GT \rangle$ dans les noyaux moyens et lourds soit la courbe $\langle GT \rangle^2 = f(N-Z)$. Dans tous les cas on observe que 40 % à 60 % au maximum de cette règle de somme. Plusieurs

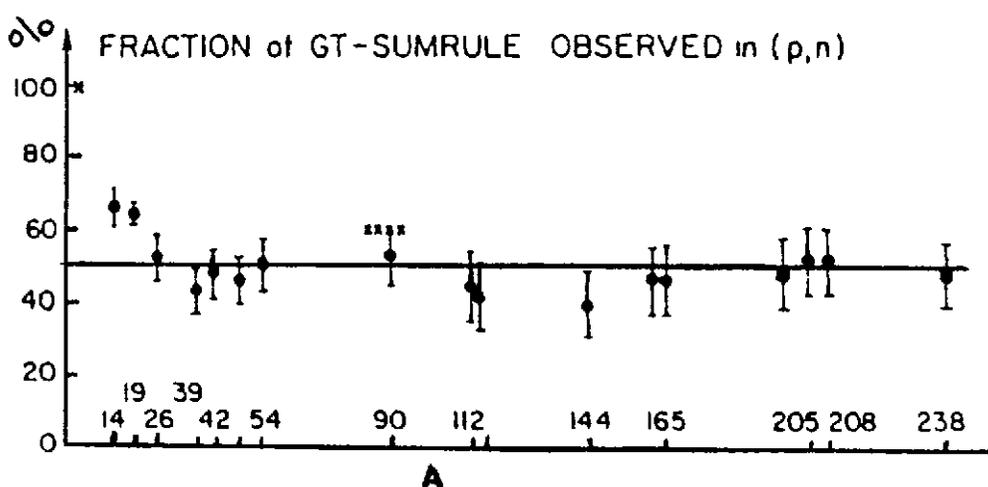


Figure 22 : Fraction de la règle de somme pour les résonances GT observée dans la réaction (p,n) en fonction du nombre de masse A. (Tiré de la réf. 89).

explications sont possibles pour interpréter un tel résultat :

- 1) La relation entre la section efficace (p,n) et l'élément de matrice $(G-T)$ est fautive.
- 2) Une partie de la force est fragmentée mais peut être aussi contenu dans le fond continu sous-jacent (voir Figures 17 et 18).
- 3) Les intensités manquantes se trouvent à beaucoup plus haute énergie d'excitation ($E_x > 50$ MeV). En outre une interprétation intéressante est de tenir compte de degrés de liberté non-nucléoniques. En particulier un état Δ -trou (ΔN^{-1}) peut se coupler à l'état normal particule-trou (NN^{-1}) et une partie de l'intensité se trouve concentrer dans une composante ΔN^{-1} au-dessus de 300 MeV d'énergie d'excitation⁹⁰. Dans ce cas la règle de somme (IV.37) n'est plus valable. Nous allons examiner les hypothèses 2 et 3.

IV.3.5 Intensité manquante et estimation du continuum sous-jacent

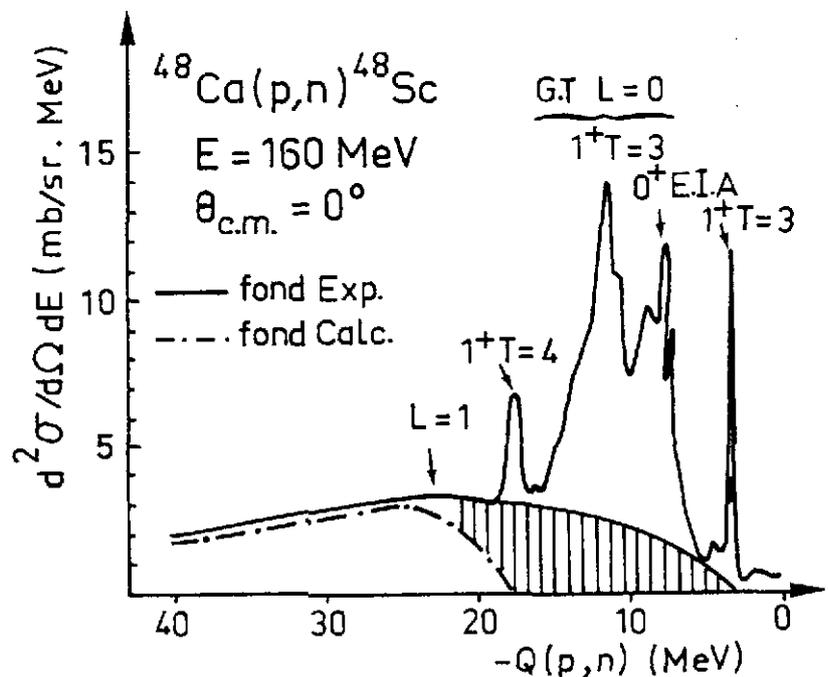
Les structures observées à relativement haute énergie d'excitation dans une région où la densité des niveaux est grande ($5 < E_x < 20$ MeV) posent toujours le problème d'évaluer le fond continu sous-jacent à ce type d'excitations. Cette détermination joue un grand rôle dans l'examen

des règles de sommes dans le cas de résonances géantes ou des états à une particule dans le continu. Dans ce cas aussi la décomposition du spectre en résonance et fond continu limite sérieusement la précision avec laquelle on extrait la section efficace (donc l'intensité) pour les transitions $\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$. Avant d'avancer l'idée "exotique" selon laquelle l'intensité est redistribuée à cause du mélange de la configuration ΔN^{-1} avec celle NN^{-1} il est d'une extrême importance de calculer le fond continu de la façon la plus précise possible.

Pour la réaction (p,n) à haute énergie incidente Osterfeld et al.⁹¹⁾ ont développé un modèle de réaction qui calcule à partir des mêmes hypothèses, à la fois le spectre discret et le fond continu observés dans les réactions (p,n) à $E_p > 100$ MeV. Les hypothèses de base sont les suivantes :

- i) Le mécanisme de la réaction (p,n) est direct ; tout le spectre est le résultat d'une réaction à une étape.
- ii) L'interaction eff. projectile-noyau peut être approximée par la matrice t (à partir des déphasages nucléon-nucléon libre).
- iii) Les seuls niveaux peuplés sont de configurations simples 1 particule-1 trou. Ils peuvent être liés, quasi-liés ou dans le continu. La paire particule-trou est couplée à un spin et une parité $J^\pi \leq 3^\pm$. On peut obtenir la contribution au fond continu pour chaque multipolarité.
- iv) Les sections efficaces sont calculées dans le cadre de l'approximation DWIA.

Figure 23 : Spectre à 0° de la réaction $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ à 160 MeV (trait plein). (Tiré de la réf. 91). Fond empirique trait horizontal plein. Fond calculé trait pointillé.



La Figure 23 montre le spectre expérimental (trait plein) obtenu lors de la réaction $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ à 0° et 160 MeV d'énergie incidente. Le fond expérimental empirique soustrait est représenté par la ligne en trait plein. La contribution d'états 1^+ calculée par la méthode décrite plus haut est représentée par la ligne en trait pointillé. La différence est représentée par la zone hachurée. L'erreur sur la contribution du fond est importante et est évaluée à environ 30 %. L'intensité totale Gamow-Teller passe alors de 43 à 56 % de la règle de somme. Cet exemple montre bien les incertitudes liées à cette détermination de la règle de somme G-T. Cependant de telles estimations sont encore loin de répondre à la question de savoir où se trouve l'intensité manquante qui est encore de l'ordre de 50 %. Peut-on mettre en évidence une configuration de type (ΔN^{-1}) , qui contribuerait à une redistribution de la force GT.

IV.3.6 Excitation de spin-isospin aux énergies intermédiaires. Configuration ΔN^{-1}

Très récemment, auprès de l'accélérateur SATURNE II, la réaction d'échange de charge $(^3\text{He},t)$ a été étudiée en vue d'établir la fonction de réponse des noyaux à l'excitation spin-isospin dans une très large plage d'énergie d'excitation (0-300 MeV). La réaction d'échange de charge $(^3\text{He},t)$ a donc été étudiée à 600 MeV, 1.5 et 2 GeV sur des cibles de CH_2 , CO_2 , C, ^{40}Ca , ^{54}Fe , ^{89}Y , ^{90}Zr et ^{208}Pb entre 0° et 10° à 600 MeV et de 0° à 6° à 1,2, 1,5 et 2 GeV. Les tritons émis étaient analysés en impulsion par le spectromètre SPES IV, la bande au moment analysée était de 7 % (soit 280 MeV d'énergie d'excitation à 2 GeV).

Une des premières expériences effectuées en $(^3\text{He},t)$ avait pour but d'examiner la sélectivité de cette réaction pour les transitions $\Delta S = 1, \Delta T = 1$ à des énergies comparables à celles déjà étudiées en (p,n) . Dans un premier temps une étude de cette réaction a été entreprise à 200 MeV/nucléon.^{89,92} La comparaison des deux approches est illustrée par la Figure 24.

La réaction $(^3\text{He},t)$ à 600 MeV à la même sélectivité que (p,n) à 200 MeV et pour $q \approx 0$. Notons néanmoins une excitation plus forte des multipôles plus élevées ($L = 1,2$) même pour les faibles transferts. La section efficace pour la transition de Fermi (0^+ , EIA) est très faible par comparaison à la transition G-T. Des études de distributions angulaires ont montré la même dépendance en moment transféré de la réaction $(^3\text{He},t)$ que celle déjà démontrée en (p,n) à 200 MeV.

L'étude de la réaction $^{13}\text{C}(^3\text{He},t)^{13}\text{N}$ a permis d'étendre notre connaissance empirique de la dépendance du rapport $J_{\sigma\tau}/J_{\tau}$ pour des énergies incidentes bien supérieures à 200 MeV/nucléon. En utilisant la méthode décrite au paragraphe IV.3.4 la section efficace à 0° $d\sigma/d\Omega$ est proportionnelle à $J_{\sigma\tau}^2$ ou J_{τ}^2 suivant la nature de la transition, le coefficient de proportionnalité est

connu si pour ces mêmes niveaux (^{13}N
 Ex : 0.00 et Ex : 2.31 MeV) on a mesuré la
 désintégration β . La réaction $^{13}\text{C}(^3\text{He},t)^{13}\text{N}$
 ayant été mesurée à 200 et 400 MeV/nucléon; on
 a pu en déduire le rapport $R = J_{\sigma_T}/J_T$ et la
 Figure 25 illustre la variation de ce rapport
 en fonction de l'énergie incidente entre 100
 et 400 MeV/nucléon. La sélectivité de la réac-
 tion dans la voie σ_T est très frappante, la
 courbe en trait pointillé représente les
 prévisions théoriques de Love et Franey⁸¹).
 La partie basse énergie des spectres ($^3\text{He},t$)
 étant bien comprise, il reste donc à explorer
 la région d'énergie située vers 300 MeV pour
 tester l'hypothèse de l'excitation ΔN^{-1} .

En effet, si l'on imagine que pour
 les excitations "spin-isospin" on doit
 étendre l'espace de configuration au-delà de
 celui "normal" des nucléons et qu'en particu-
 lier des configurations du type NN^{-1} peuvent
 se coupler à une configuration du type ΔN^{-1}
 pour redistribuer la force non pas seulement
 entre 0-20 MeV mais jusqu'à environ 300 MeV
 alors cette distribution de l'intensité peut
 être représentée de la manière suivante. A
 basse énergie on a les deux composantes habituelles et vers 300 MeV d'énergie d'excitation une
 nouvelle composante bien plus intense, car tous les nucléons de la cible peuvent y contribuer
 (pas de blocage de Pauli), qui résulte du couplage entre l'état excité du nucléon : le $\Delta(S=3/2$
 $T = 3/2)$ et un trou (j^{-1}). (voir Fig. 26)

L'introduction de ce couplage à une configuration du type ΔN^{-1} est assez naturelle si on
 pense que le Δ n'est pas autre chose qu'une excitation du type $\Delta S = 1, \Delta T = 1$ du nucléon
 $N(1/2, 1/2) \rightarrow \vec{\sigma}, \vec{\tau} \rightarrow \Delta(3/2, 3/2)$. Dans cette nouvelle distribution de l'intensité des transi-
 tions $\Delta S = 1, \Delta T = 1$, on s'attend à observer vers 300 MeV d'énergie d'excitation une structure
 large correspondante à la composante ΔN^{-1} . La fonction de réponse du noyau de carbone à l'excita-
 tion spin-isospin est montrée dans la Figure 26 entre 0 et 500 MeV d'énergie d'excitation.

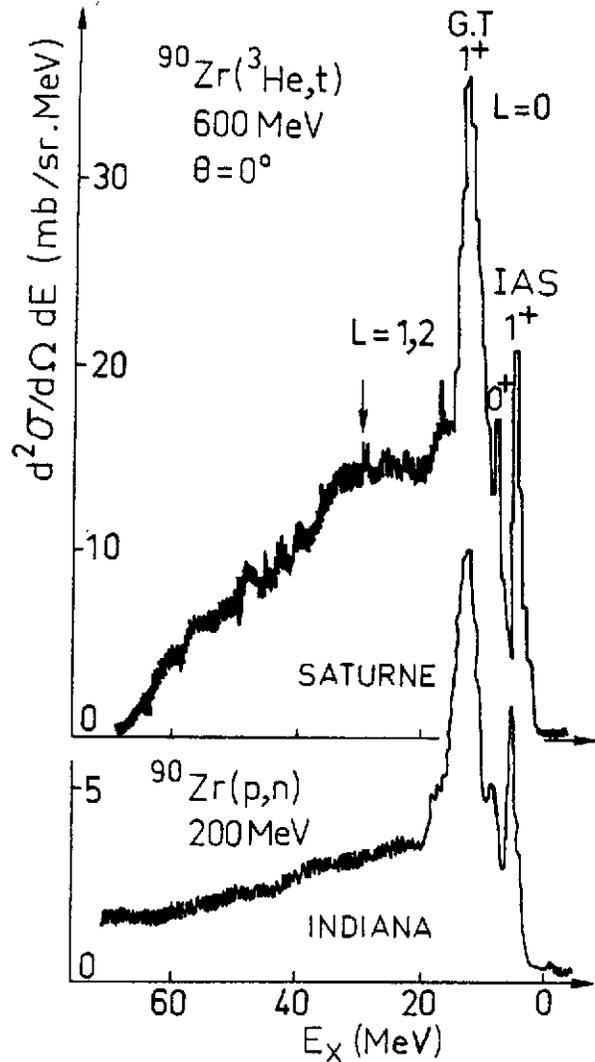


Figure 24 : Comparaison de la fonction de réponse
 du noyau ^{90}Zr à l'excitation spin-iso-
 spin dans les réactions $(^3\text{He},t)$ à 600
 MeV et (p,n) à 200 MeV (Tiré de la réf.
 92).

De manière spectaculaire apparaît vers 300 MeV une structure large dont il faut examiner précisément l'origine avant de conclure à l'existence d'états ΔN^{-1} . Notons que l'excitation d'un nucléon de la cible sous forme d'un Δ se manifeste toujours par un pic large ($\Gamma = 150$ MeV). Le Δ libre lui a une largeur naturelle plus faible (120 MeV). Ce pic a un maximum aux environs de 300 MeV d'excitation superposé à un fond continu et ce pour toutes les cibles étudiées du ^{12}C au ^{208}Pb . Enfin, entre 1.5 et 2 GeV la section efficace de cette structure augmente beaucoup. Il serait hâtif à ce point de conclure qu'il s'agit d'une résonance ΔN^{-1} . D'abord une alternative simple serait

l'excitation d'un Δ à partir d'un nucléon de la cible sans effet cohérent des autres nucléons, effet cohérent difficile à signer à cause de la largeur de la structure. Expérimentalement on

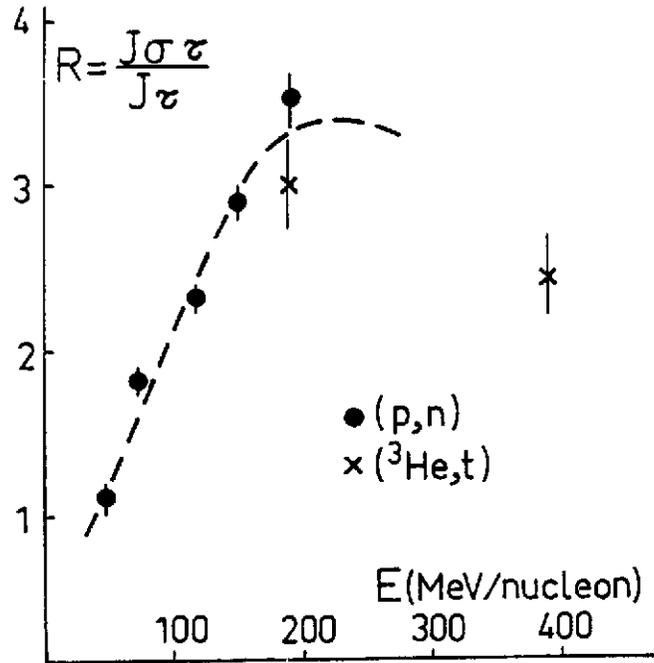


Figure 25 : Variation du rapport $R = J\sigma\tau / J\tau$ en fonction de l'énergie incidente. La courbe en pointillé est un calcul théorique (réf. 81). (Tiré de la réf. 92).

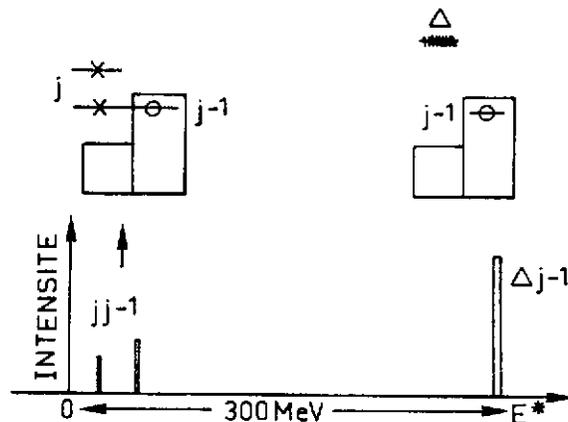
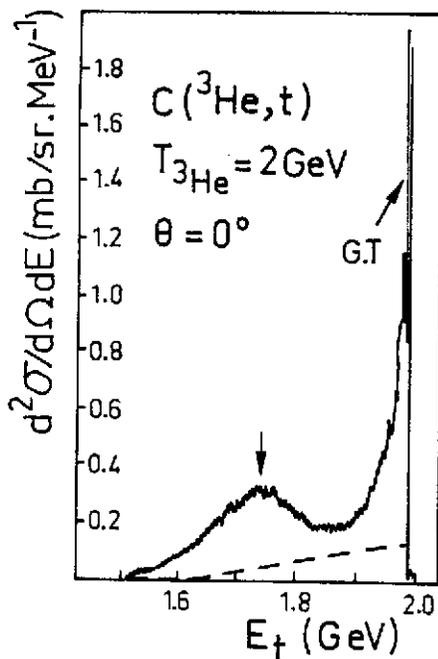


Figure 26 : Spectre en énergie des tritons émis à 0° lors de la réaction $(^3\text{He},t)$ à 2 GeV. Le pic de basse énergie correspond à la transition G-T, une structure large est fortement excitée 300 MeV au-dessus. (Tiré de la réf. 89 et 91).

observe une différence entre le spectre obtenu avec une cible d'hydrogène (réaction sur le proton libre $p + {}^3\text{He} \rightarrow \Delta^{++} + t$) et celui sur la cible de ${}^{54}\text{Fe}$ par exemple (26 protons). Cette différence est illustrée par la

Figure 27 où l'on compare pour la région considérée les spectres obtenus à 2 GeV pour les cibles de p, ${}^{12}\text{C}$ et ${}^{54}\text{Fe}$. Enfin on observe une très forte déformation de cette structure avec l'angle, comme si elle était constituée de la superposition de multipôles différents et de $L > 2,3$. En effet un transfert de masse de 300 MeV implique un transfert d'impulsion variant de 1,2 à 1,6 fm^{-1} même à $\theta \approx 0^\circ$ d'où l'impossibilité d'avoir un effet ΔN^{-1} collectif de $L = 0$ dans cette région.

Il faut maintenant calculer de manière correcte le processus quasi-libre

$p + {}^3\text{He} \rightarrow \Delta^{++} + t$ et à partir de ce calcul le comparer aux résultats

Noyau + ${}^3\text{He} \rightarrow \Delta^{++} + t$ pour essayer de déterminer s'il existe un effet collectif ΔN^{-1} associé à cette structure.

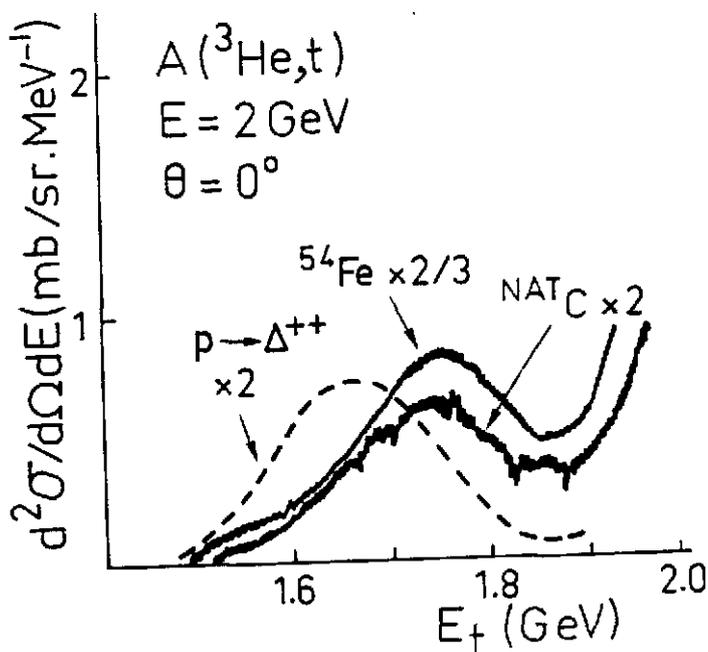


Figure 27 : Comparaison pour différentes cibles de la section efficace de la structure large observée vers 300 MeV d'énergie d'excitation.

On peut retenir la très grande section efficace de production de Δ dans les noyaux (100 à 20 mb/sr) et donc on a là un moyen privilégié pour étudier l'interaction du Δ avec les nucléons au sein même du noyau où la réaction aura lieu.

IV.3.7 MISE EN EVIDENCE DES TRANSITIONS M1 EN DIFFUSION INELASTIQUE DE PROTONS

Depuis longtemps on ne comprenait pas pourquoi on ne parvenait pas à mettre en évidence dans les études de diffusions inélastiques d'électrons, de photons et de protons (e, e'), (γ, γ') ou (p, p') des transitions M1 d'intensité notable dans les noyaux de masse $A > 60$.

Le problème gagne encore en acuité au moment où l'on vient de mettre en évidence les résonances G-T en réaction d'échange de charge dans tous les noyaux jusqu'au ${}^{208}\text{Pb}^{89}$. Cette transition GT est interprétée comme l'état analogue de la transition M1 dans le noyau parent ou plus exactement la composante T_0^{-1} de l'état analogue (voir Figure 10). Les groupes d'Orsay et MSU, tirant la conclusion que ces transitions sont excitées par l'intermédiaire du terme $V_{\sigma\tau}$ de l'interaction effective N-N et dominant le spectre (p, n) à $q \approx 0$ et vers 200 MeV d'énergie inci-

dente, ont développé un programme expérimental d'étude de la réaction (p,p') à 201 MeV d'énergie incidente et à faible transfert ($\theta \approx 2^\circ - 5^\circ$) auprès du Synchrocyclotron d'Orsay⁹³⁻⁹⁵). Bien qu'en (p,p') la situation soit plus complexe (transfert $\Delta T = 0$ et 1), donc importante plus grande des termes V_σ , V_{LS} et V_{tenseur} , les conditions citées plus haut devraient permettre d'exciter avec la même sélectivité les transitions M1. La difficulté majeure réside dans l'étude de la diffusion inélastique de protons à petits angles à cause de la présence de la queue de diffusion élastique et donc du fond expérimental qui peut masquer l'observation. Le premier exemple de transition M1 observée en diffusion inélastique de protons a été obtenu dans le cas des isotopes du Zr⁹³⁻⁹⁴). Un pic large est observé vers 8 MeV d'énergie d'excitation dans tous les isotopes pair-pair du Zr, ^{90}Zr , ^{92}Zr , ^{94}Zr et ^{96}Zr ainsi que le montre la Figure 28. Ce résultat expérimental a été confirmé par des expériences ultérieures réalisées à TRIUMF⁹⁶) et LOS ALAMOS⁹⁷) sur la cible de ^{90}Zr . Les arguments en faveur de l'identification de cette structure large avec la transition M1 peuvent être résumés ainsi. L'énergie d'excitation (8-9 MeV) est en accord avec les prévisions théoriques de de Bertsch⁹⁸) et en accord

avec la valeur trouvée pour la résonance Gamow-Teller 1^+ , T_0-1 observée dans la réaction $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ à 200 MeV. Les distributions angulaires de ces transitions sont très piquées à l'avant, caractéristiques d'un transfert $L = 0$. De plus ces distributions angulaires sont en accord avec l'allure prévue par un

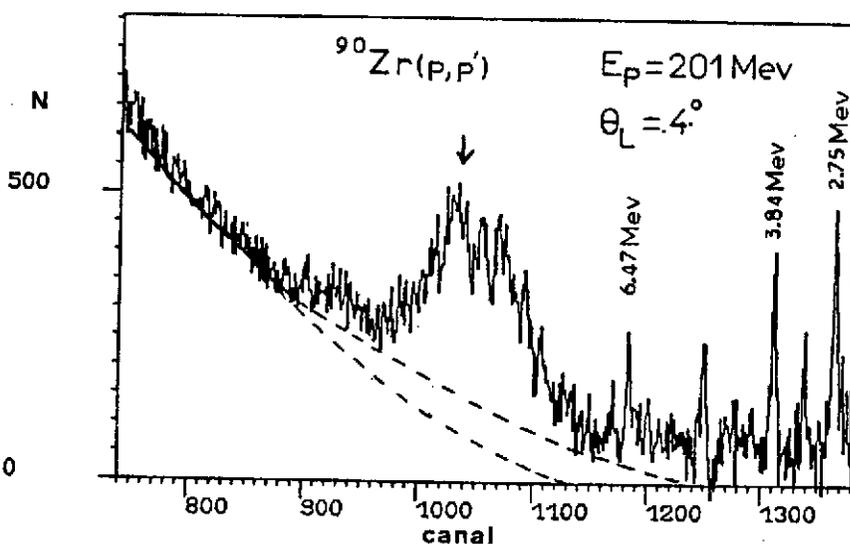


Figure 28 : Spectre en énergie des protons diffusés inélastiquement par la cible de ^{90}Zr . La flèche indique la position de la résonance M1 (Réf. 95).

la distribution angulaire de la transition G-T, 1^+ , T_0-1 déduite de l'expérience $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ à 200 MeV est aussi en très bon accord avec celle des transitions M1 dans les isotopes du ^{90}Zr (voir Figure 29).

Depuis cette première mesure l'étude systématique de ces transitions a été étendue à une très large gamme de noyaux. Les transitions M1 ont été observées depuis la masse 40 jusqu'à la masse 140 environ en réaction (p,p') à 201 MeV par les groupes d'Orsay et de MSU⁹⁵). Dans les 26 noyaux étudiés les transitions M1 apparaissent soit comme des structures larges soit comme des pics

étroits avec des distributions angulaires toujours très fortement piquées à l'avant. Une caractéristique importante est la difficulté d'observer de telles transitions dans les noyaux lourds ($A > 120$). Bien que la section efficace pour l'excitation d'états 1^+ reste à peu près constante, le fond continu sous-jacent augmente considérablement avec Z du noyau cible, ceci à cause de la queue de la diffusion élastique.

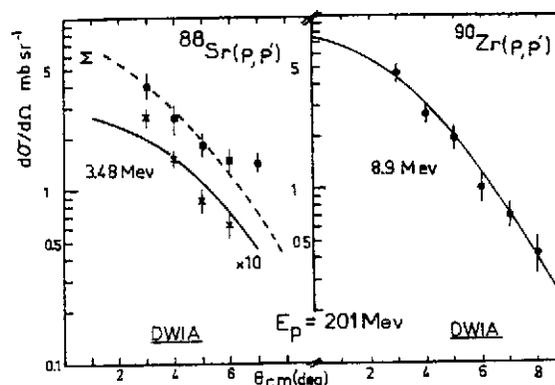
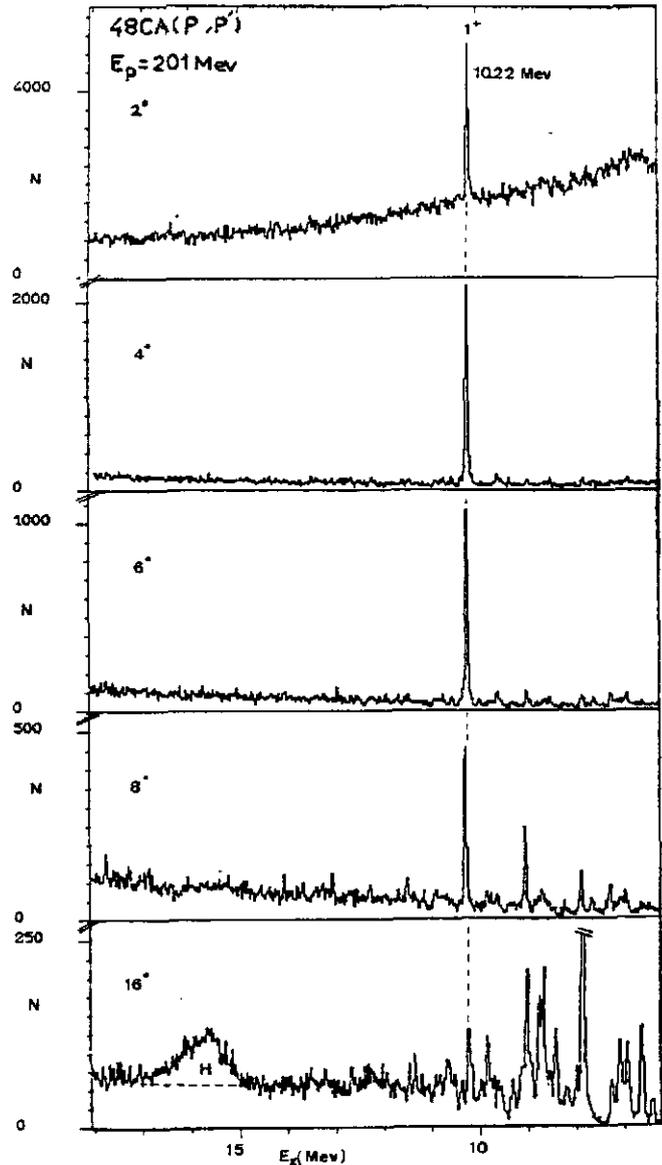


Figure 29 : Distributions angulaires des transitions M1 dans les noyaux de ^{88}Sr et ^{90}Zr . Les courbes en trait plein représentent un calcul DWIA pour un transfert $L = 0$ (réf. 95).

Avant de passer à la discussion de ces résultats expérimentaux, c'est-à-dire à leur analyse dans le cadre d'un modèle de réaction pour en extraire l'intensité de ces transitions, je voudrais présenter un résultat important : celui obtenu dans le cas de la réaction $^{48}\text{Ca}(p,p')$ à 201 MeV, exemple qui a servi à l'introduction et qui servira par la suite à la comparaison des différentes règles de sommes obtenues dans l'étude des réactions (p,p') ou (p,n) .

Le spectre de la réaction $^{48}\text{Ca}(p,p')$ à 201 MeV est présenté dans la Figure 30 pour différents angles de diffusion. Très à l'avant $\theta = 2^\circ - 4^\circ$ un seul pic très étroit à 10.2 MeV domine le spectre observé. On note d'abord la sélectivité d'une telle excitation à 200 MeV et à $\theta = 0^\circ$. De plus cette section efficace décroît très fortement au fur et à mesure que l'angle augmente. A $\theta = 8 - 12^\circ$ elle disparaît presque totalement alors qu'apparaissent dans le voisinage immédiat d'autres états. Enfin, il y a peu de problèmes liés à la soustraction du fond continu, la section efficace du pic à 10.2 MeV peut être obtenue avec une très bonne précision. A cause de la simplicité de sa structure $[(f_{7/2})_n^{-1} \times (f_{7/2})_p^{+1}]_1^+$ l'état 1^+ du ^{48}Ca est d'un intérêt particulier pour l'étude des transitions M_1 , $\Delta L = 0$, $\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$ dans les noyaux moyens et lourds. Cet état avait été observé en premier dans la diffusion inélastique d'électrons à basse énergie et aux angles arrières⁹⁹⁾. La transition analogue G-T a aussi été mise en évidence dans l'étude de la réaction $^{48}\text{Ca}(p,n)^{48}\text{Sc}$ à 160 MeV⁸⁹⁾. Ainsi une comparaison de l'intensité de cette transition $\Delta L = 0$, $\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$ obtenue par différentes approches peut être effectuée et éclairer d'un jour particulier le problème déjà évoqué de force manquante.

Figure 30 : Spectres des protons diffusés inélastiquement par une cible de ^{48}Ca à différents angles. (Tiré de la réf. 95).



IV.3.8 Analyse des résultats et modèle de réaction en diffusion inélastique de protons

Les sections efficaces de la réaction (p,p') à 200 MeV calculées dans le cadre de la théorie des réactions directes en approximation de Born (DWBA ou DWIA) comportent trois ingrédients essentiels qui entrent comme des paramètres dans les codes de calcul la formulation générale est identique à celle donnée en (IV.30).

Le potentiel optique

Il décrit la diffusion élastique dans la voie d'entrée et de sortie. De manière idéale, on mesure cette diffusion élastique à l'énergie de bombardement requise mais on peut utiliser les systématiques établies quant à la variation avec la masse et l'énergie des paramètres décrivant ces voies (profondeur et géométrie du puits de potentiel). Il sert à calculer les ondes dis-

tordues. En utilisant différentes paramétrisations de ce potentiel on aboutit généralement à des sections efficaces variant au maximum de 10 %.

Les fonctions d'onde de l'état initial (cible) et final (transition M1)

Dans le cadre du modèle en couche, une transition M1 est décrite par une configuration particule-trou ($j_y = \ell + 1/2, j_z = \ell - 1/2$ voir Fig. 1). Dans les noyaux pair-pair elle correspond à un transfert de spin total $\Delta J = 1$ sans changement de parité (1^+). Le transfert d'isospin ΔT peut être de 1 ou 0, on les appelle respectivement "isovectorielle" ou "isoscalaire". Les deux sont possibles en (p,p') alors qu'en (p,n) seul le transfert $\Delta T = 1$ est permis.

L'état 1^+ dans les isotopes du Zr peut être caractérisé par une fonction d'onde du type $(g_{9/2})^{-1}(g_{7/2})^{+1}$. Dans le cas ^{48}Ca il s'agit d'une configuration presque pure $(f_{7/2})^{-1}(f_{5/2})^{+1}$. Dans d'autres noyaux comme ceux de la couche s-d des fonctions d'ondes plus complètes sont disponibles. C'est probablement dans cette description des fonctions d'ondes que la dépendance par rapport au modèle est la plus grande.

L'interaction

V_{ip} est utilisée pour décrire la transition. En (p,p') on peut utiliser plusieurs approches :

i) Un facteur de forme macroscopique (dérivée d'un puits de Woods-Saxon $1/r dV/dr$). On peut ainsi calculer la distribution angulaire pour différents L transférés. A 200 MeV ces distributions angulaires sont très caractéristiques ainsi que le montre la Fig. 31. On observe bien la remontée des sections efficaces à 0° pour $L = 0$ et donc à faible transfert ces transitions sont beaucoup plus grandes que toutes les autres.

ii) Pour obtenir une section efficace réaliste on peut utiliser la paramétrisation de l'interaction projectile-nucléon de la cible donné par Lovet Franey (IV.25) et le calcul est fait par le code DWBA 70. La section efficace théorique est normalisée aux points expérimentaux à l'avant, le rapport $N = \sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{théo}}$ donne le pourcentage de l'intensité observée.

iii) Enfin, on peut partir des déphasages nucléon-nucléon directement et faire un calcul en approximation d'impulsion (DWIA). Un exemple de ce type d'analyse est présenté dans la Figure 32 pour l'état 1^+ à 10.2 MeV dans le ^{48}Ca . On remarque que l'interaction de Love et

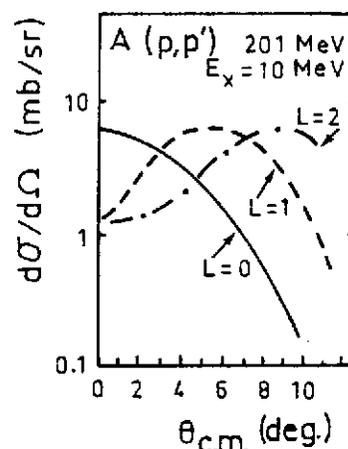


Figure 31 : Distribution angulaire théorique en DWBA avec facteur de forme macroscopique pour différentes valeurs du moment transféré.

Franey ou l'analyse en déphasage (potentiel de Paris, code RESEDA) donne des résultats très semblables en forme et en intensité.

Pour résumer les principales incertitudes liées au type d'analyse, notons qu'en (p,p') elles sont très dépendantes du modèle (fonctions d'ondes...) et que contrairement à la réaction (p,n) il n'existe ni de calibration, ni de règle de somme indépendante du modèle.

L'analyse des distributions angulaires (p,p') permet d'extraire la quantité $N = (d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}} / (d\sigma/d\Omega)_{\text{théo}}$ représentant le pourcentage de l'intensité de la transition M1. Notons les principales sources d'incertitude mentionnées précédemment :

- La soustraction du fond continu, en l'absence de calcul théorique, est tout à fait empirique. Dans le cas des résonances larges les incertitudes expérimentales peuvent représenter une erreur d'environ 20 % sur la section efficace donc sur la force.

- De très faibles transitions peuvent aussi ne pas être détectées toujours à cause de la présence de ce fond continu. Il est très difficile d'estimer leur importance. Une évaluation de cette intensité peut être faite dans le cas du ^{48}Ca .

- Du point de vue de l'analyse il est clair que la source la plus grande d'incertitude vient des fonctions d'ondes de l'état initial et surtout final. La réaction (p,p') étant plus sensible que la réaction (p,n) aux corrélations dans l'état fondamental à cause de non-sélectivité d'isospin ($\Delta T = 0, 1$ sont permis).

La Table 2 résume l'état actuel des données et des analyses pour les transitions M1 observées en (p,p') dans les noyaux de masse comprises entre 50 et 140.

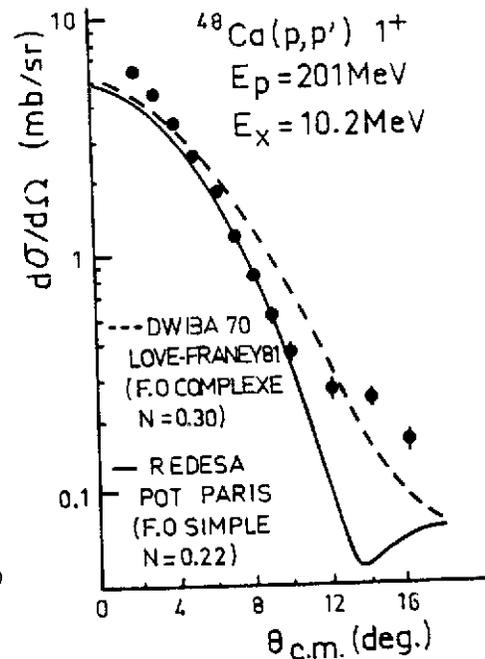


Figure 32 : Distribution angulaire expérimentale et théorique de l'état 1^+ à 10.2 MeV dans le ^{48}Ca (voir texte § IV.3.8) (Réf. 95).

Table 2 : Résultats obtenus dans l'analyse des réactions (p,p') à 201 MeV pour la transition M1.

Noyau	Ex (MeV)	Γ (MeV)	$N = (d\sigma/d\Omega)_{\text{exp}} / (d\sigma/d\Omega)_{\text{théo}}$
^{51}V	10.15 ± 0.15	1.35 ± 0.1	
^{58}Ni	8.5 ± 0.1		0.23 ± 0.03
^{90}Zr	8.9 ± 0.2	1.5 ± 0.2	0.26 ± 0.03
^{92}Mo	9.0 ± 0.1	1.1 ± 0.1	0.34 ± 0.05
^{120}Sn	8.4 ± 0.15		0.27 ± 0.05
^{140}Ce	8.6 ± 0.2		0.25 ± 0.07

Cette table appelle deux remarques :

- i) l'énergie d'excitation de telles transitions est relativement stable en fonction de la masse du noyau. Ceci est peu surprenant compte tenu du fait que l'énergie d'excitation est donnée essentiellement par le terme spin-orbite ($E_{j<} - E_{j>}$) qui n'a pas de dépendance très forte avec la masse des noyaux.
- ii) l'intensité extraite est elle aussi très semblable d'un noyau à l'autre. Notons que seulement 20 à 30 % de l'intensité est observée, valeur inférieure au 50 % observée en (p,n) et qui pose avec encore plus d'acuité le problème de l'intensité manquante.

A ce problème d'intensité manquante s'ajoute un autre puzzle, tout aussi surprenant au premier abord, le désaccord que l'on observe dans la distribution de l'intensité des transitions M1 suivant que l'on peuple ses transitions en diffusion d'électrons ou de protons. Une illustrations de cette situation est donnée dans la Figure 33 où sont comparés, pour une même région d'excitation d'énergie, les spectres obtenus en (p,p') et (e,e') dans le cas du ^{51}V . La résonance large excitée en (p,p') à 10.15 MeV⁹⁵⁾ n'a strictement aucune correspondance dans le spectre (e,e')¹⁰⁰⁾.

Ces désaccords entre la distribution de l'intensité des états M1 suivant le type de sonde (p, e, etc...) peuvent être expliqués simplement par la forme des opérateurs B(M1) et $\vec{\sigma} \cdot \vec{\tau}$ qui contribuent respectivement à l'excitation de ces transitions.

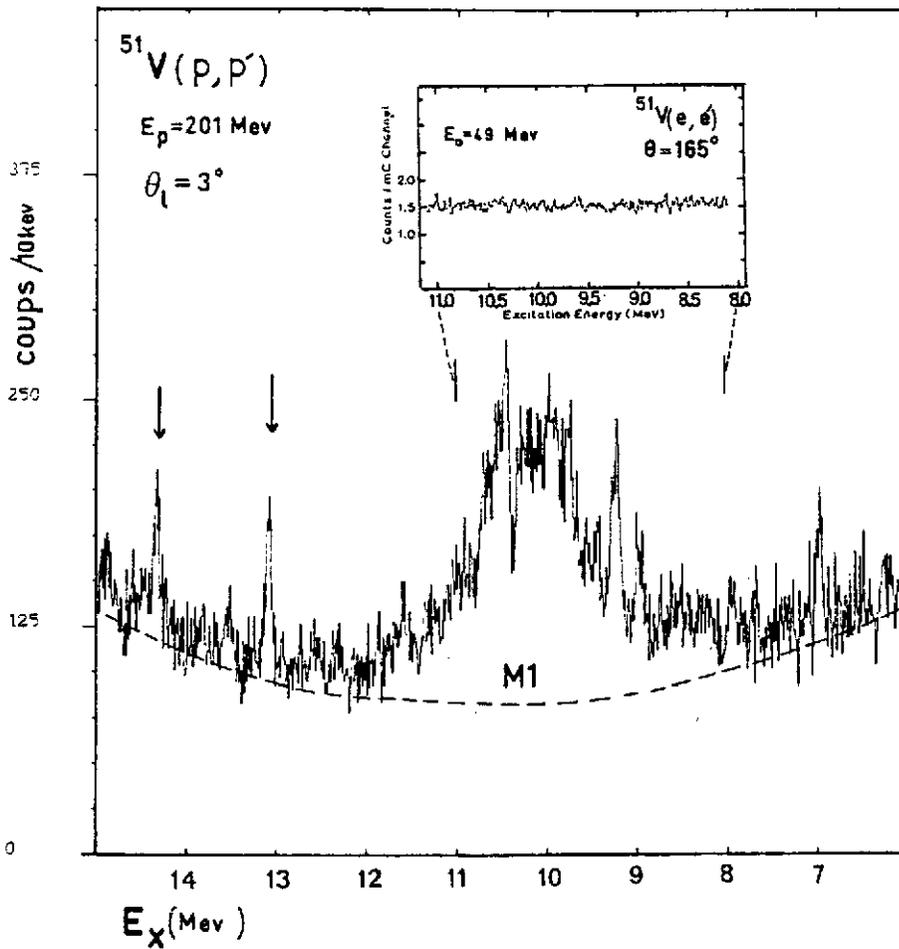


Figure 33 : Comparaison entre les spectres (e,e') et (p,p') dans la région des états M1 pour le ^{51}V (réf. 95).

Dans le cas d'interaction électromagnétique, l'opérateur M1 s'écrit :

$$M1 = \sum_{k=1}^A \mu(k) = \sum_{k=1}^A \left[\left(\frac{g_n^s + g_p^s}{2} \right) S_k + \left(\frac{g_n^l + g_p^l}{2} \right) L_k \right] + \sum_{k=1}^A \tau_{zk} \left[\left(\frac{g_n^s - g_p^s}{2} \right) S_k + \left(\frac{g_n^l - g_p^l}{2} \right) L_k \right]$$

où μ est le moment magnétique du nucléon k. Cet opérateur comprend un terme orbital et un terme spin. Uniquement dans le cas des excitations de type neutron le terme dépendant de \vec{L} est nul ($g_l = 0$) et dans ce cas seulement l'opérateur M1 est proportionnel à $S_k \tau_z$ comme en (p,p') à 200 MeV et à $q \approx 0$. Dans ce cas et seulement là, on peut s'attendre à une analogie entre les intensités relatives des transitions M1 observées en (p,p') et (e,e'). En général on a à faire à des excitations mixtes (neutrons et protons) le terme orbital \vec{L} peut par interférence destructrice ou constructive avec le terme de spin \vec{S} donner une distribution de l'intensité M1 très différente en (p,p') et en (e,e').

Ajoutons à cet argument général que la sélectivité pour la transition M1 dans les réactions (p,p') à 200 MeV et $q \approx 0$ est bien plus grande qu'en (e,e') ou en (p,p') à basse énergie (<100 MeV). Le rapport pic/continu est bien meilleur comme le montre la Figure 33.

Il est intéressant maintenant de comparer pour un cas particulièrement simple, ^{48}Ca , l'intensité de la transition M1 obtenue dans différentes expériences, (p,n), (e,e'), (p,p') au moyen d'analyse plus ou moins dépendante du modèle de réaction. Les résultats de ces expériences et analyses sont résumés dans la Table 3.

Table 3 : Comparaison de la quantité $\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{théo}}$ pour la transition 1^+ à 10.2 MeV dans le ^{48}Ca et de l'analogue dans le ^{48}Sc extraite de l'analyse des réactions (p,p'), (p,n) et (e,e').

Réaction	Energie	$\sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{théo}}$ ^{a)}
(p,p')	201 MeV	0.21 - 0.30
	160 MeV	0.50
	65 MeV	0.25
(p,n)	160 MeV	0.27 - 0.37
(e,e')	30-50 MeV	0.31 - 0.43

a) les valeurs déduites dépendent de la configuration utilisée pour la fonction d'onde de l'état 1^+ et des différentes interactions employées dans le calcul (Love et Franey, déphasages N-N, etc...).

On peut à la lumière de ces résultats faire deux remarques :

- i) Une très grande sensibilité de l'intensité mesurée avec la voie de réaction choisie ($0.21 < \sigma_{\text{exp}}/\sigma_{\text{théo}} < 0.5$).
- ii) Dans tous les cas on observe moins de 50 % de l'intensité totale. Le problème de l'intensité manquante reste ainsi posé après que les réactions (p,p') à 200 MeV et à $q \approx 0$ aient permis d'observer une partie notable de l'intensité des transitions M1 dans les noyaux moyens et lourds.

IV.3.9 Conclusions sur les transitions Gamow-Teller et M1

Les réactions d'échange de charge, (p,n) et (^3He ,t), ainsi que les réactions de diffusion inélastique de protons ont permis d'étudier très sélectivement les propriétés dépendantes du spin dans les noyaux.

Pour obtenir la meilleure sélectivité dans ces réactions on doit absolument se placer dans les conditions suivantes :

- Energie incidente entre 150 et 400 MeV/nucléon
- Moment transféré q très voisin de zéro donc mesures à petits angles.

L'analyse des résultats expérimentaux dans le cadre de théorie de réactions les mieux élaborées montre qu'une large fraction de l'intensité des transitions $\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$ n'est pas observée. Le problème de cette atténuation de la force, très forte, puisqu'au moins égale à 50 %, reste un problème largement ouvert.

Plusieurs explications complémentaires sont envisagées. Il faut d'abord essayer d'obtenir un traitement théorique du continu sous-jacent cohérent. Il faut sans doute ensuite évaluer très complètement l'importance du couplage entre la configuration dominante des transitions $\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$ (1 particule-1 trou) avec des configurations plus compliquées (du type 2 particules-2 trous) mélange qui peut étaler largement une partie de l'intensité. Elle se trouverait diluer dans le continu et les expérimentateurs doivent imaginer des mesures, par exemple, avec un faisceau polarisé, pour tenter de sélectionner dans ce continu et dans un large domaine, l'intensité ainsi répartie. L'excitation d'une configuration du type ΔN^{-1} et les très belles expériences effectuées en $({}^3\text{He}, t)$ à 2 GeV ne permettent pas pour l'instant de déterminer de façon quantitative quelle partie de l'intensité se trouve dans cette structure large.

Notons enfin que de nouvelles approches telles que l'étude de réaction $({}^6\text{Li}, {}^6\text{He})^{101}$ qui est au premier ordre, une réaction très sélective pour les transitions $\Delta S = 1$, $\Delta T = 1$ devrait permettre de confirmer les résultats déjà obtenus en (p, n) et $({}^3\text{He}, t)$ sans mélange (même faible) avec la voie $\Delta S = 0$, $\Delta T = 1$.

IV.4 RESONANCES GEANTES ISOVECTORIELLES ET ETATS DOUBLES ANALOGUES EN REACTION D'ECHANGE DE CHARGE

Les progrès techniques réalisés ces dernières années sur l'intensité des faisceaux de pions et sur les performances des spectromètres destinés à la détection de pions neutres et chargés ont permis à toutes les réactions induites par des faisceaux de pions d'atteindre un niveau de résultats comparables à celui déjà obtenu avec les autres sondes hadroniques. De plus, le pion étant une particule pseudoscalaire ayant trois états de charge (π_0, π^+, π^-) la liste de réactions possibles est très étendue.

En diffusion inélastique les états $\Delta T = 0, 1$ et 2 peuvent être peuplés. En simple échange de charges (π^\pm, π_0) on peut ainsi mettre en évidence des transitions isovectorielles ($\Delta T = 1$) avec ou non retournement de spin ($\Delta S = 0$ ou 1). Enfin un transfert de charge de deux unités associé à

un transfert d'isospin de 2 ($T = 2$ double échange de charge DEC) permis par les réactions (π^+, π^-) ou (π^-, π^+) ont permis de mettre en évidence des états double analogue (EDA) dans de nombreux noyaux de masse comprises entre 12 et 208.

L'avantage principal de l'échange de charge de pions est que les transitions $\Delta T = 0$ qui dominent habituellement les spectres induits par les autres sondes hadroniques sont absentes. De plus, les transitions $\Delta S = 1$ sont très défavorisées près de 0° . Enfin, à des énergies incidentes d'environ 165 MeV, les pions sont très fortement absorbés en surface et par conséquent se couplent aisément aux modes dont les densités de transitions sont piquées en surface. Toutes ces raisons font que les réactions d'échange de charge sont très bien adaptées à l'étude des modes collectifs isovectoriels. Les diverses transitions que l'on peut atteindre sont représentées schématiquement dans la fig. 34.

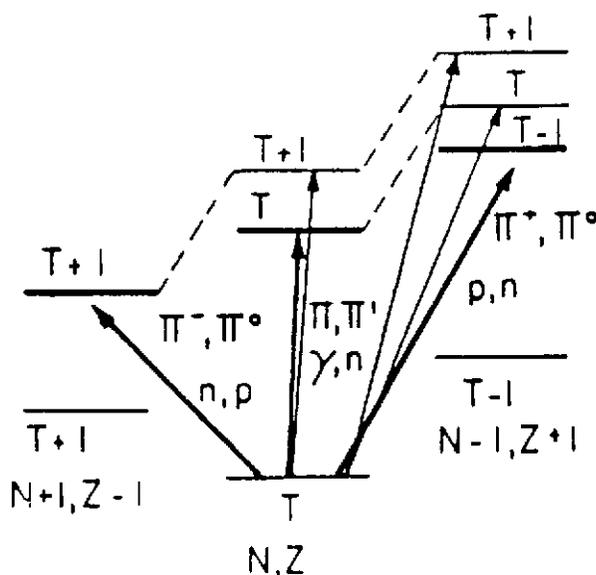


Figure 34 : Transitions permises d'isospin pour les résonances isovectorielles. La ligne en pointillé relie les membres d'un même multiplet isobarique.

La figure 35 montre les spectres en énergie des pions neutres émis lors de la réaction $^{40}\text{Ca}(\pi^+, \pi_0)$ à 164 MeV où l'on observe très nettement l'excitation de la Résonance Dipolaire Géante (RDG) au-dessus d'un continuum dont la forme est déterminée aux angles avant. L'impact majeur de l'échange de charge de pions sur la physique des Résonances Géantes Isovectorielles a été la découverte de la Résonance Monopolaire Isovectorielle $J^\pi=0^+$ (RMI, $\Delta S=0, \Delta T=1$)¹⁰³ au moyen de la réaction d'échange de charge (π^-, π_0) et plus exactement de la composante T_0+1 (voir figure 34). Le point crucial dans cette découverte expérimentale du mode monopolaire est d'une part l'inhibition forte des transitions $\Delta T=1, \Delta S=1$ aux angles avant et d'autre part le fort couplage du pion aux modes de surface. Ces considérations sont illustrées dans la fig. 36 où sont représentées les sections efficaces doublement différen-

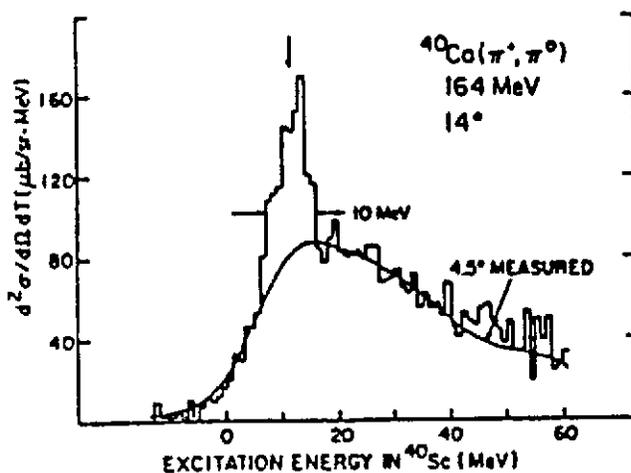


Figure 35 : Spectre expérimental de la réaction $^{40}\text{Ca}(\pi^+, \pi_0)$ à 164 MeV. La flèche indique la position de la résonance dipolaire géante. (Ref. 102)

tielles pour la réaction (π^- , π_0) sur des cibles de ^{60}Ni et ^{140}Ce ¹⁰⁴⁾.

Les spectres du haut de la figure ont été mesurés à un angle de 4° là où la section efficace de RMI est maximum. Les spectres du milieu mesurée à 15° correspondent aux minima de la section efficace de la RMI et aux maxima de celle de la Résonance Dipolaire Géante. Enfin la partie inférieure de la figure montre les résultats obtenus à 33° où les deux résonances ont de très faibles sections efficaces et où on a évalué la contribution du continuum (lignes continues).

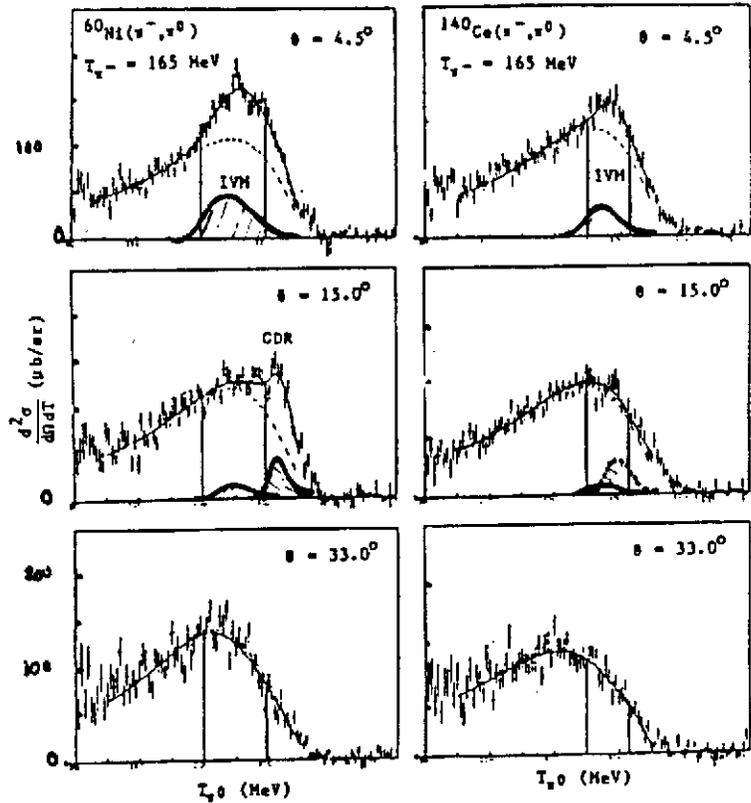


Figure 36 : Section efficace de la réaction (π^- , π_0) à 165 MeV sur les cibles de ^{60}Ni et ^{140}Ce . La région où est observée la RMI est indiquée par deux lignes verticales continues (Tiré de la réf. 104).

Dans la Figure 36, la section efficace normalisée R dans la région de la RMI (traits verticaux de la Fig. 36) est reportée en fonction du carré du moment transféré $q^2/2m$. Cette section efficace normalisée est définie par la relation

$$R = \frac{\int \frac{d^2\sigma}{d\omega dT} dT \text{ (Région RMI)}}{\int \frac{d^2\sigma}{d\omega dT} dT \text{ (Ex < 70 MeV)}}$$

Si l'excès de section efficace ainsi définie est due à la RMI alors ce rapport R doit présenter un minimum là où la RMI a un minimum c'est-à-dire à $qr = \sqrt{2}$ où r est le rayon d'absorption du pion. C'est bien ce que l'on observe expérimentalement. Des données expérimentales des Figures 36 et 37 on a pu extraire les distributions angulaires, les énergies et les largeurs des RMI. Les résultats sont comparés aux prédictions de la théorie RPA¹⁰⁵⁾ dans la Fig. 38. L'accord entre l'expérience et les valeurs théoriques est assez remarquable.

Rappelons que les données précises sur l'énergie d'excitation et la largeur de la Résonance Monopolaire Isovectorielle sont essentielles au calcul de la largeur d'étalement Γ^+ des Résonances Isobariques Analogues (voir chapitre II et III).

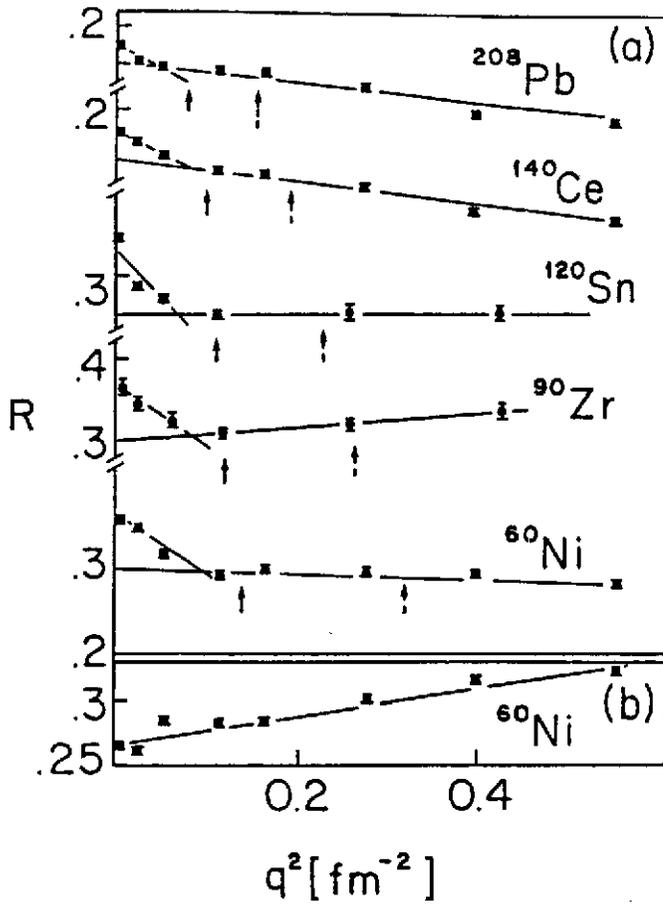
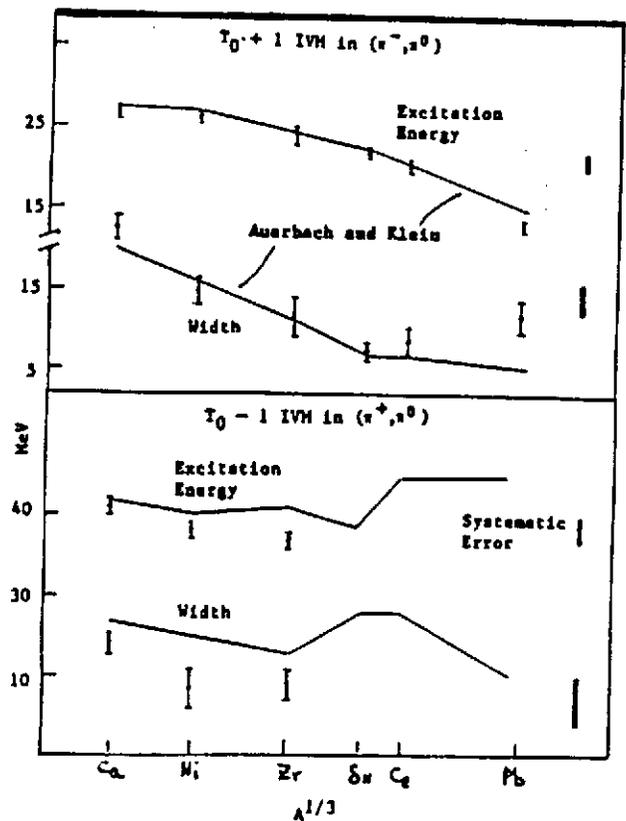


Figure 37 : (a) Section efficace normalisée R dans la région de la RMI, en fonction du carré de l'impulsion transférée q^2/r_m .

(b) Même chose que (a) sauf que la région en énergie considérée est située au-dessus de celle de la RMI et donc ne présente pas de minimum à $qr=\pi/2$ (Tiré de la réf. 104).

Figure 38 : Dépendance en masse de l'énergie d'excitation et de la largeur de la RMI. Les courbes en traits continus sont les prédictions théoriques de Auerbach et Klein¹⁰⁵.

(Tiré de la réf. 104)



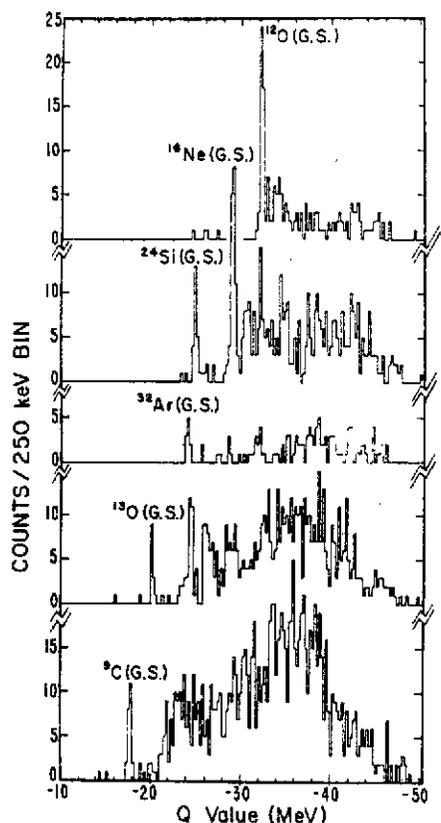
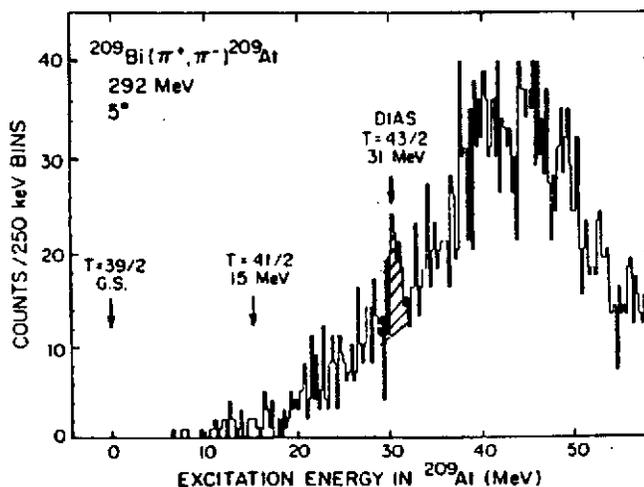
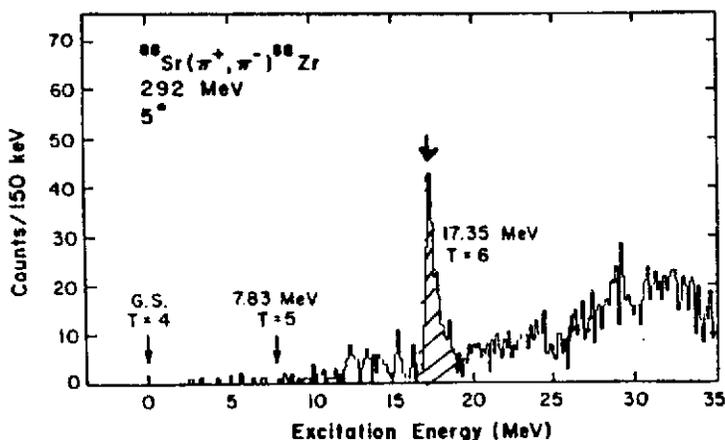


Figure 39 : Spectres résultant de l'étude de la réaction de double échange de charge (π^+, π^-) sur des noyaux de la couche sd. (Tiré de la référence 32).

de ^{88}Sr ($T=T_z=6$) et de ^{209}Bi ($T=T_z=43/2$)¹⁰⁶. Des pics étroits à l'énergie prévue par les calculs de déplacement d'énergie Coulombienne sont observés et permettent de vérifier l'invariance d'isospin dans les interactions fortes. De telles mesures précises de l'énergie des états double analogue dans les noyaux lourds permettent d'étendre les tests de validité de la formule quadratique de masse (voir chapitre II, § II.1) à

Figure 40 : Spectre d'énergie de π^- à 5° émis dans les réactions ^{88}Sr et ^{209}Bi (π^+, π^-) à 292 MeV. Les EDA dominent les spectres à respectivement 17.35 et 31 MeV. (Tiré de la Réf. 106)

Les réactions de double échange de charge permettent d'atteindre des noyaux très déficitaires en neutrons (π^+, π^-) de $T_2 = -2$ donc proche de la ligne de stabilité. Cette technique a été utilisée récemment pour mesurer la masse de tels noyaux et de compléter ainsi les données sur les quintuplets ($T=2$) ou quadruplets isobariques dans les noyaux de la couche p et s-d. La Fig. 39 montre les spectres résultant de telles études sur des cibles de ^9Be , ^{13}C , ^{32}S , ^{24}Mg , ^{16}O et ^{12}C ³². Le pic correspondant à l'état fondamental est fortement peuplé dans la réaction de double échange de charge permettant une mesure précise de la masse des noyaux riches en protons (de ^9C à ^{32}Ar). La même réaction étudiée sur des noyaux moyens et lourds ($A > 60$) permet de peupler à haute énergie d'excitation dans le noyau final des Etats Doubles Analogues (EDA) ($T=T_z+2$). La Figure 40 montre les spectres obtenus lors de l'étude de la réaction de double échange de charge sur les noyaux



à des multiplets où T_z est grand. Nous n'avions accès jusqu'à présent qu'à l'énergie de l'état parent et celle de l'état analogue (RIA). La connaissance de la masse de l'EDA permet de tester la variation du terme c avec la masse. Un nouveau champ d'application de la formule des multiplets isobariques est ouvert grâce à l'accès aux masses des EDA par réaction de double échange de charge.

CONCLUSION

La symétrie d'isospin est faiblement brisée dans les noyaux. Toutes les évidences expérimentales et les implications théoriques discutées tout au long de ce cours, le montrent. Cette brisure de symétrie affecte des domaines très variés de structure et de réactions nucléaires : la diffusion nucléon-nucléon, les transitions β superpermises, la masse des multiplets isobariques, la largeur de décroissance "interdite" d'isospin dans les réactions de capture ou de diffusion résonnante, l'impureté d'isospin dans les noyaux, les Résonances Isobariques Analogues, la diffusion nucléon-noyau, les déplacements coulombiens. L'étude de tous ces phénomènes permet de préciser quantitativement le degré de brisure de symétrie d'isospin et conduit à considérer l'isospin comme un bon nombre quantique.

Cependant, malgré des modèles microscopiques sophistiqués, il reste un certain nombre de phénomènes inexpliqués et qui constituent des "cas troublants". La masse des multiplets isobariques pour $A = 9$ n'obéit pas à la formule quadratique de masse. L'écart observé est largement supérieur aux barres d'erreurs expérimentales.

Les largeurs interdites de décroissance " α " et les oscillations des largeurs partielles d'émissions proton des états analogues de la couche s - d ne trouvent aucune explication quantitative raisonnable dans le cadre des modèles de mélange d'isospin entre états fondamentaux et états antianalogues et analogues.

Une faible différence de masse entre l' ^3He et le tritium, le taux des transitions β superpermises et en général les différences d'énergie coulombiennes (anomalie Nolen-Schiffer) ne sont pas entièrement expliquées. De nouvelles générations d'excitations, la résonance Géante Gamow-Teller, les résonances $M1$, la Résonance géante Monopolaire Isovectorielle, les états double analogues dans les noyaux lourds sont maintenant observés. Les degrés de liberté de spin-isospin ont enrichi considérablement notre connaissance de l'interaction forte. Ils posent néanmoins de nouveaux problèmes, à savoir le rôle de degrés de liberté subnucléoniques dans la fonction de réponse du noyau à de tels modes.

Près de cinquante ans après son introduction dans la physique nucléaire, il ne fait aucun doute que le concept d'isospin dans les noyaux et les manifestations de cette symétrie n'ont pas fini d'enrichir notre histoire.

REFERENCES

1. A. Messiah, *Mécanique Quantique*, Dunod (1964).
2. J.P. Elliott, *Isospin in Nuclear Physics*, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 73.
3. E.M. Henley, *Isospin in Nuclear Physics*, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 15.
4. R. Wilson, *The Nucleon-Nucleon Interaction*, John Wiley and Sons (1963).
5. R.H. Philipps and K.M. Crowe, *Phys. Rev.* 96 (1954) 484.
6. W.T.H. Van Oers and I. Slaus, *Phys. Rev.* 160 (1967) 853.
7. E.C. Fuschini et al., *Nucl. Phys.* A109 (1968) 465.
8. M.J. Moravcsik, *Phys. Rev.* 136 (1964) 624.
9. M.K. Khankhasayev et al., *Phys. Lett.* 175B (1986) 261.
10. R.A. Brandenburg, S.A. Coon and P.U. Sauer, *Nucl. Phys.* A294 (1978) 305.
11. W.M. McDonald, *Phys. Rev.* 110 (1958) 1420.
12. N. Auerbach, *Phys. Reports* 98 (1983) 273.
13. A. Bohr and B.R. Mottelson, *Nuclear Structure*, Benjamin (1969).
14. O. Bohigas, A.M. Lane and J. Martorell, *Phys. Reports* 51 (1979) 267.
15. K.F. Liu and G.E. Brown, *Nucl. Phys.* A265 (1976) 385.
16. G.F. Bertsch and S.F. Tsai, *Phys. Reports* 18C (1975) 126.
17. N. Auerbach and Nguyen Van Giai, *Proc. Sendai Conference on Electro- and Photoexcitations*, Y. Kawazoe ed. (1977) 77.
18. J.M. Soper, *Isospin in Nuclear Physics*, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 229.
19. R.J. Blin-Stoyle, *Isospin in Nuclear Physics*, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 117.
20. W.E. Ormand, Ph.D. Thesis (1986) et rapport interne MSUCL-550.
21. I.S. Towner, J.C. Hardy and H. Harvey, *Nucl. Phys.* A284 (1977) 269.
22. *Review of Particle Properties*, *Rev. Mod. Phys.* 56 (1984) 51.
23. E.P. Wigner, *Proceedings of the Robert A. Welch Conference on Chemical Research* (R.A. Welch Foundation, Houston, Texas 1957) Vol. 1, p. 67.
24. J. Janecke, *Nucl. Phys.* A128 (1969) 632.
25. W. Benenson and E. Kashy, *Rev. Mod. Phys.* 51 (1979) 527 ;
E. Kashy, W. Benenson and D. Mueller, *Atomic Masses and Fundamental Constants*, J.M. Sanders and A.H. Wapstra ed. (Plenum, New York 1976) p. 118.
26. R. Menselson, G.J. Wozniak, A.D. Bacher, J.M. Loiseaux and J. Cerny, *Phys. Rev. Lett.* 25 (1970) 533.
27. J.C. Hardy, H. Brunnader and J. Cerny, *Phys. Rev.* C1 (1970) 561.
28. J.C. Hardy, J.M. Loiseaux, J. Cerny and G.T. Farvey, *Nucl. Phys.* A162 (1971) 552.

29. R.G.H. Robertson, W. Benenson, E. Kashy and D. Mueller, Phys. Rev. C13 (1976) 1018.
30. R.G.H. Robertson, S. Martin, W.R. Falk, D. Ingham and A. Djalois, Phys. Rev. Lett. 32 (1974) 1207.
31. D. Moltz et al., Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 43.
32. G.R. Burleson et al., Phys. Rev. C22 (1980) 1180.
33. D. Guillemaud-Muller et al., Z. Phys. Atoms and Nuclei A322 (1985) 415, M. Langevin et al. Nucl. Phys. A455 (1986) 149.
34. A.B. McDonald et al. Nucl. Phys. A273 (1976) 451, 464, 477 ;
P.G. Ikassi et al. Phys. Rev. Lett. 36 (1976) 1357.
35. A.M. Lane and R.G. Thomas, Rev. Mod. Phys. 30 (1958) 257.
36. R.L. McGrath, J. Cerny, J.C. Hardy, G. Goth and A. Arima, Phys. Rev. C1 (1970) 184.
37. S.S. Hanna, Isospin in Nuclear Physics, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 591.
38. Voir par exemple G.M. Temmer, Isospin in Nuclear Physics, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 693.
39. J.B. French and M.H. McFarlane, Nucl. Phys. 26 (1961) 168.
40. J.D. Anderson and C. Wong, Phys. Rev. Lett. 7 (1961) 250 ; Phys. Rev. Lett. 8 (1962) 442 ;
Phys. Rev. 129 (1963) 2178.
41. A.M. Lane and J.M. Soper, Phys. Rev. Lett. 7 (1961) 420.
42. H. Feshbach, Nuclear Spectroscopy B, F. Ajzenberg-Selove ed., Academic Press, New York (1960) 625.
43. P.A. Moore et al., The University of Texas, Technical Report n° 5 (1968) 154.
44. S. Fiarman et al., International Conference at Gatlinburg, R.L. Becker ed., Academic Press, New York (1967) 218.
45. C. Mahaux and H.A. Weidenmüller, in Shell Model Approach to Nuclear Reactions, North-Holland Publ., Amsterdam (1969).
46. W. Hering and M. Rost, Phys. Lett. 19 (1965) 488.
47. C.P. Massolo et al., Phys. Rev. C34 (1986) 1256.
48. C.F. Moore et al., Phys. Rev. 164 (1967) 1559 ;
L. Lessard, S. Galès and J.L. Foster Jr, Phys. Rev. C6 (1972) 517.
49. N. Auerbach, J. Hüfner, A.K. Kerman and C.M. Shakin, Rev. Mod. Phys. 44 (1972) 48.
50. J. Speth and A. Van der Woude, Rep. Prog. Phys. 44 (1981) 719.
51. L.J. Tassie, Austr. J. Phys. 9 (1956) 407.
52. N. Auerbach and A. Klein, Nucl. Phys. A395 (1983) 77.
53. N. Auerbach, V. Bernard and Nguyen Van Giai, Nucl. Phys. A337 (1980) 143.
54. S. Shlomo and G.F. Bertsch, Nucl. Phys. A243 (1975) 507.
55. S. Adachi and S. Yoshida, Nucl. Phys. A306 (1978) 53 ;
S. Adachi, Phys. Lett. 125B (1983) 5.

56. J.A. Nolen and J.P. Schiffer, *Ann. Rev. Nucl. Sci.* 19 (1969) 471.
57. M. Beiner, H. Flocard, Nguyen Van Giai and P. Quentin, *Nucl. Phys.* A238 (1975) 29.
58. N. Auerbach, V. Bernard and Nguyen Van Giai, *Phys. Rev.* C21 (1980) 744.
59. E.H. Auerbach, S. Kahana and J. Weneser, *Phys. Rev. Lett.* 23 (1969) 1253.
60. Nguyen Van Giai, D. Vautherin, M. Vénéroni and D.M. Brink, *Phys. Lett.* 35B (1971) 135.
61. C.A. Engelbrecht and R.H. Lemmer, *Phys. Rev. Lett.* 24 (1970) 607.
62. A.M. Lane and J. Martorell, *Ann. Phys.* 129 (1980) 273.
63. N. Auerbach, A. Yeverechyahu and Nguyen Van Giai, *Proc. International Symposium on Highly Excited States in Nuclear Reactions, RCNP, Osaka* (1980) 623.
64. Voir par exemple G.R. Satchler, *Isospin in Nuclear Physics*, D.H. Wilkinson ed., North-Holland (1969) 391.
65. M. Bauer et al., *J. Phys.* C8 (1982) 525.
66. A.M. Lane, *Nucl. Phys.* 35 (1962) 676.
67. T. Teresawa and G.R. Satchler, *Phys. Lett.* 7 (1963) 265.
68. S.M. Austin, private communication.
69. F.G. Perey, *Phys. Rev.* 131 (1963) 745 ; *Phys. Lett.* 5 (1963) 3.
70. L. Rosen et al., *Ann. Phys.* 34 (1965) 96.
71. M.P. Fricke, et al. *Phys. Rev.* 156 (1967) 1207.
72. A. Nadasen et al., *Phys. Rev.* C23 (1981) 1023.
73. C. Dover and Nguyen Van Giai, *Nucl. Phys.* A190 (1972) 373.
74. J.P. Jeukenne, A. Lejeune and C. Mahaux, *Phys. Rev.* C15 (1977) 10.
75. S. Galès, *Proc. International Symposium on Highly Excited States in Nuclear Reactions, RCNP, Osaka* (1980) 425.
76. S. Galès, *Proc. International Conference on Nuclear Structure, Berkeley 1980, Nucl. Phys.* A354 (1981) 193C.
77. R.L. McGrath et al., *Phys. Rev. Lett.* 25 (1970) 663.
78. Y. Shamaï et al., *Nucl. Phys.* A197 (1972) 211.
79. S. Galès et al., *Phys. Rev.* C31 (1985) 94.
80. S. Galès, *Proc. of the XIII Mazurian School in Nuclear Physics, Nucleonika* 27 (1982) 182.
81. W.G. Love and M.A. Franey, *Phys. Rev.* C24 (1981) 1073.
82. R.R. Doering et al., *Phys. Rev. Lett.* 35 (1975) 1691 ;
R.R. Doering et al., *Phys. Rev.* C12 (1975) 378.
83. S.D. Schery et al., *Phys. Lett.* 79B (1978) 30.
84. S.M. Austin, in *The (p,n) reaction and the N-N force*, C.D. Goodman et al. ed., Plenum, New-York (1980).
85. K. Ikeda, S. Fujii and J.I. Fujita, *Phys. Lett.* 3 (1963) 271.

86. D.E. Bainum et al., Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1751.
87. B.D. Anderson et al., Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 699.
88. C.D. Goodman et al., Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1755.
89. C. Gaarde et al., Nucl. Phys. A369 (1981) 258 et références internes ;
C. Gaarde, Nucl. Phys. A396 (1983) 127c ; J. Phys. 45 (1984) C4-405 ; Proc. Niels Bohr
Centennial Conference in Nuclear Structure 85, R. Broglia, G. Hagemann and B. Herskin ed.,
North-Holland (1985) 449 et références internes.
90. E. Oset and M. Rho, Phys. Rev. Lett. 42 (1979) 47.
91. F. Osterfeld et al., Phys. Rev. 26 (1982) 762.
92. M. Roy-Stephan, Journées d'Etudes Saturne, Fontevraud (1983) et communication privée ;
C. Ellegard et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1745.
93. N. Anantaraman et al., Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 1318.
94. G.M. Crawley et al., Phys. Rev. C26 (1982) 87.
95. C. Djalali, Thèse de Doctorat, Université d'Orsay (non publiée) ; Proc. International
Symposium HESANS 83, N. Marty and Nguyen Van Giai ed., J. Phys. 45 (1984) C4-375 et
références internes.
96. F. Bertrand et al., Phys. Lett. 103B (1981) 326.
97. S.K. Nanda et al. Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 1526.
98. G.F. Bertsch, Nucl. Phys. A354 (1981) 157c.
99. W. Steffen et al., Phys. Lett. 95B (1980) 23.
100. D. Benda et al., Nucl. Phys. A388 (1983) 403.
101. N. Anantaraman, J.S. Winfield, S.M. Austin, A. Galonsky, J. Van der Plicht, C.C. Chang,
G. Ciangaru and S. Galès, Michigan State University preprint no. MSUCL-565 ; soumis à Phys.
Rev. Lett.
102. H.W. Baer et al., Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 1379.
103. J.D. Bowman et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1195.
104. J.D. Bowman et al., Proc. International Symposium HESANS 83, N. Marty and Nguyen Van Giai
ed., J. Phys. 45 (1984) C4-351.
105. N. Auerbach, Proc. International Symposium HESANS 83, N. Marty and Nguyen Van Giai ed.,
J. Phys. 45 (1984) C4-305.
- 106 H.W. Baer, Proc. of the LAMPF Workshop on Pion Double Charge Exchange, Los Alamos (1985)
Report LA-10550-L p. 45.



SYMETRIE CHIRALE

P.A.M. GUICHON

Service de Physique Théorique, IPN Lyon

Résumé :

La symétrie chirale est d'abord expliquée par des considérations portant sur les quarks et la Chromodynamique Quantique. Ensuite on montre comment la symétrie a été suggérée par la phénoménologie des interactions faibles et on formule les hypothèses, c'est-à-dire la conservation et l'algèbre des courants. Après un commentaire sur la réalisation dans le mode de Goldstone, on calcule à titre d'illustration, l'amplitude d'électroproduction de pion au seuil. Finalement on explique comment construire un Lagrangien qui possède la symétrie chirale et on explique la façon de l'utiliser.

Abstract :

Chiral symmetry is first explained by considerations about quarks and Quantum Chromodynamics. Then it is shown how the symmetry has been suggested by the weak interactions phenomenology. The hypothesis, current conservation and current algebra, are formulated. After a comment about the Goldstone realization one derives, as an illustration, the threshold pion electroproduction amplitude. Finally one explains how to build a chiral invariant Lagrangian and the rules for use.

I. INTRODUCTION

La symétrie chirale est née en 1958 dans un article¹ de S. Treiman et M. Golberger où pour la première fois a été établie une relation entre l'interaction forte et l'interaction faible. Bien que la dérivation proposée contienne des approximations difficiles à justifier, ce travail a déclenché un gigantesque effort théorique et expérimental qui a permis d'établir que l'interaction forte avait une symétrie plus grande que celle relative à l'isospin. En fait le groupe d'invariance est constitué de deux groupes d'isospin agissant indépendamment sur les composantes droites et gauches des particules de spin 1/2. Cette invariance est fondamentale à la fois pour la physique des particules et la physique nucléaire car elle contrôle la physique du pion à basse énergie. On peut même aller plus loin en disant que le pion existe uniquement pour que la symétrie chirale ne soit pas violée. Au niveau pratique cette symétrie se manifeste par les théorèmes de pions mous ou théorèmes de basse énergie qui généralement relient un élément de matrice contenant n pions mous à un autre contenant $(n-1)$ pions mous, c'est-à-dire d'impulsion nulle et de masse nulle. Le pion a une masse d'environ 140 Mev, ce qui donne une idée de la qualité des approximations. Typiquement les théorèmes de basse énergie marchent à $5 \div 10\%$, sauf accident, ce qui fait de la symétrie chirale la meilleure des symétries de l'interaction forte après celle d'isospin.

Un aspect très important de la symétrie chirale est sa réalisation dans le mode dit de Goldstone, c'est-à-dire que l'état fondamental de l'Hamiltonien des interactions fortes n'est pas invariant sous toutes les opérations du groupe. On appelle ce phénomène la brisure spontanée de la symétrie et il est à l'origine de l'existence du pion. Ce phénomène est très général et était connu de longue date, mais c'est à propos de la symétrie chirale qu'il est intervenu pour la première fois en physique des particules. C'est lui qui a déclenché l'aventure des Théories de Jauge locales spontanément brisées.

Ce cours est une introduction à la symétrie chirale et il est conçu pour des physiciens qui ne sont pas toujours familiers avec les concepts théoriques le plus souvent utilisés dans ce domaine. Il devrait permettre au lecteur d'aborder plus facilement l'abondante littérature relative à la symétrie chirale. Comme références on peut citer :

- Currents in Hadron Physics²,
- Current Algebra³,
- Chiral Dynamics⁴.

Les compléments de cours sur l'équation de Dirac, le théorème de Noether et quelques développements autour de ces sujets ne sont pas reproduits ici car on peut les trouver intégralement dans le Tome II du Bjorken and Drell⁵.

Le plan du cours est le suivant :

Le Chapitre II introduit la notion de chiralité, de transformation chirale et explique l'origine de cette symétrie des interactions fortes à partir de la chromodynamique quantique. Le Chapitre III est une approche phénoménologique de la symétrie à partir de l'étude des interactions faibles. Il se termine par la démonstration du théorème de basse énergie qui permet de relier l'amplitude d'électroproduction de pion au seuil aux constantes de couplage faibles du nucléon. Le Chapitre IV contient la construction artisanale d'un modèle Lagrangien qui possède la symétrie chirale et le Chapitre V explique comment l'utiliser dans l'approximation en arbre et traite l'exemple de la diffusion pion-nucléon.

II. NOTION DE SYMETRIE CHIRALE

1) Hélicité, chiralité

En mécanique relativiste le moment angulaire orbital $\vec{\ell}$ et le spin \vec{s} ne commutent pas avec le Hamiltonien. Par conséquent la projection de \vec{s} sur un axe quelconque n'est en général pas une constante du mouvement. Il y a deux exceptions :

a) si on se place dans le repère où la particule est au repos puisque dans ce cas le moment angulaire total \vec{j} est égal à \vec{s} . C'est implicitement le choix que l'on fait en mécanique non relativiste.

b) si on choisit l'axe parallèle à l'impulsion car $\vec{j} \cdot \hat{p} = \vec{s} \cdot \hat{p}$

Pour une particule de masse nulle il n'existe pas de repère de repos. Donc on décrit l'état de spin par l'hélicité $h = \vec{j} \cdot \hat{p}$. Rappelons qu'une particule de masse nulle n'a pas de degrés de liberté longitudinaux (ils sont complètement contractés puisque la vitesse est égale à 1) de sorte que l'hélicité a dans ce cas au plus deux valeurs $h = \pm j$. Utilisons comme guide le neutrino. On sait qu'il n'existe que dans l'état $h = -1/2$ et l'antineutrino dans l'état $h = +1/2$. Comme tous deux font partie de la même entité (en théorie relativiste la particule et l'antiparticule sont décrites par le même champ) on a intérêt à définir la chiralité χ :

$$\chi = 2h \quad \text{pour la particule}$$

$$\chi = -2h \quad \text{pour l'antiparticule}$$

de sorte que le neutrino ou l'antineutrino n'existent que dans l'état de chiralité $\chi = -1$. Evidemment l'hélicité et la chiralité sont des descriptions équivalentes, mais la dernière est plus commode car elle a une représentation indépendante de \hat{p} . En effet considérons une particule de spin 1/2 et de masse nulle. Elle est décrite par un spineur de Dirac⁵ qui vérifie l'équation :

$$i \gamma \cdot \partial \Psi = 0 \quad (\text{II.1})$$

Pour un état libre d'impulsion (p^0, \vec{p})

$$\Psi(x) = e^{-i p \cdot x} \Psi(0) \quad (\text{II.2})$$

l'équation (II.1) peut se réécrire sous la forme :

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{p} \Psi(0) = \gamma^5 p^0 \Psi(0) \quad (\text{II.3})$$

où $\vec{\sigma}$ est la matrice (4 x 4) :

$$\vec{\sigma} = \begin{bmatrix} \mathbb{1}_2 & 0 \\ 0 & \mathbb{1}_2 \end{bmatrix}$$

avec $\vec{\sigma}$ les matrices de Pauli (2 x 2). Comme $p^0 = |\vec{p}|$ pour la particule et $p^0 = -|\vec{p}|$ pour l'antiparticule on voit que l'opérateur de chiralité est simplement la matrice γ^5

2) Transformations chirales

Si la particule considérée a deux degrés de liberté internes d'isospin (u et d pour les quarks, p et n pour le nucléon), le spineur Ψ aura, en plus de l'indice matriciel correspondant aux matrices de Dirac, un indice d'isospin $i = 1, 2$ et on pourra définir des transformations (infinitésimales) d'isospin par ($\vec{\epsilon} \equiv \vec{\sigma}$):

$$\Psi \longrightarrow \Psi + i \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\tau}}{2} \Psi \quad (\text{II.4})$$

c'est-à-dire explicitement, et pour la dernière fois :

$$\Psi_{\mu i} \longrightarrow \Psi_{\mu i} + i \sum_{\alpha j} \frac{\epsilon^\alpha}{2} \tau_{ij}^\alpha \Psi_{\mu j}$$

où μ est l'indice de Dirac et ϵ^α ($\alpha = 1, 2, 3$) les paramètres de la rotation d'isospin. On sait que l'interaction forte est invariante sous ces transformations, les violations de la symétrie étant attribuées soit à des effets électrofaibles, soit à la différence de masse des quarks u et d (dont l'origine est aussi électrofaible).

Pour une particule de masse non nulle on peut toujours utiliser l'opérateur γ^5 pour définir des états propres de la chiralité :

$$\gamma^5 \Psi = \chi \Psi \quad (\text{II.5})$$

En général on définit les composantes droites (R) et gauche (L) par

$$\begin{aligned} \Psi_R &= \frac{1 + \gamma^5}{2} \Psi \\ \Psi_L &= \frac{1 - \gamma^5}{2} \Psi \end{aligned} \quad (\text{II.6})$$

qui correspondent à $\chi = \pm 1$. Les transformations chirales sont des transformations d'isospin indépendantes sur Ψ_R et Ψ_L :

$$\begin{aligned} \Psi_R &\longrightarrow \Psi_R + i \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\tau}}{2} \Psi_R \\ \Psi_L &\longrightarrow \Psi_L + i \frac{\vec{\epsilon} \cdot \vec{\tau}}{2} \Psi_L \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Le groupe de transformation est donc $SU(2) \times SU(2)$ et le sous-groupe correspondant à $\vec{\epsilon} = \vec{\tau}$ est le groupe d'isospin ordinaire. En combinant les équations (II.6) et (II.7) on peut écrire les transformations chirales pour Ψ :

$$\Psi \longrightarrow \Psi + i \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}}{2} \Psi - i \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\tau}}{2} \gamma^5 \Psi \quad (\text{II.8})$$

où on a défini les nouveaux paramètres :

$$\vec{\alpha} = \frac{\vec{\epsilon} + \vec{\epsilon}'}{2} \quad \vec{\beta} = \frac{-\vec{\epsilon} + \vec{\epsilon}'}{2} \quad (\text{II.9})$$

Le paramètre $\vec{\alpha}$ correspond aux transformations d'isospin et le paramètre $\vec{\beta}$ aux transformations d'isospin axiales.

3) Symétrie chirale et Q.C.D.

L'intérêt des transformations définies par l'équation (II.8) tient au fait qu'elles laissent inchangées les équations du mouvement de la chromodynamique quantique, si les masses des quarks u et d sont nulles. En effet le Lagrangien de Q.C.D. a la forme suivante (dans le cas de deux saveurs)⁶ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}} = & i \bar{\Psi} \gamma^\mu \partial_\mu \Psi + g \bar{\Psi} \gamma^\mu G_\mu^a \lambda_a \Psi \\ & + \frac{m_u + m_d}{2} \bar{\Psi} \Psi + \frac{m_u - m_d}{2} \bar{\Psi} \tau_3 \Psi \\ & + \mathcal{L}(\text{gluons}) \end{aligned} \quad (\text{II.10})$$

où on a écrit le terme de masse :

$$m_u \bar{\Psi}_u \Psi_u + m_d \bar{\Psi}_d \Psi_d$$

sous la forme :

$$\frac{m_u + m_d}{2} \bar{\Psi} \Psi + \frac{m_u - m_d}{2} \bar{\Psi} \tau_3 \Psi \quad (\text{II.11})$$

avec $\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_u \\ \Psi_d \end{pmatrix}$ et τ_3 la matrice de Pauli. Les matrices de Gell-Mann agissent sur les degrés de liberté de couleur. Sous la forme (II.10), il est clair que si $m_u = m_d$, \mathcal{L}_{QCD} est invariant sous les transformations d'isospin, une propriété que l'on attend d'une théorie des interactions fortes. Si de plus on a $m_u = m_d = 0$ (expérimentalement $m_{u,d} \sim 0 \div 20 \text{ MeV}$) alors \mathcal{L}_{QCD} est aussi invariant sous les transformations axiales, c'est-à-dire sous tout le groupe chirale $SU(2) \times SU(2)$. Il faut bien noter que cette invariance concerne la théorie classique (avant quantification). A priori les fluctuations quantiques peuvent altérer la

symétrie. C'est le problème des anomalies. Le lecteur courageux trouvera un exposé complet du problème dans la revue de G.A. Christos⁷. Pour ce qui nous concerne nous admettrons que la symétrie $SU(2) \times SU(2)$ est réalisée sans problème au niveau quantique, comme cela est suggéré par la phénoménologie.

III. LA SYMETRIE CHIRALE : UNE SYMETRIE DE L'INTERACTION FORTE REVELEE PAR L'INTERACTION FAIBLE

Le paragraphe précédent a présenté la notion de transformation chirale ainsi que l'origine microscopique de l'invariance de l'interaction forte sous ces transformations. En fait cette symétrie a été découverte bien avant la naissance de QCD grâce à l'étude de l'interaction faible. C'est l'objet de ce chapitre.

Pour des raisons pédagogiques- ou plutôt pour ne pas rebuter d'emblée les auditeurs non familiers avec l'équation de Dirac et toutes ces choses relativistes- j'ai adopté une présentation semi-relativiste qui est valable à des termes en v^2 près où v est la vitesse du nucléon. Le seul véritable inconvénient est que le nombre d'équations est le double de celui de la présentation covariante puisqu'il faut distinguer la composante de temps et les composantes d'espace des quadrivecteurs.

Pour introduire les notions relatives aux courants qui sont les quantités dynamiques mesurées dans l'interaction faible, le plus naturel est de commencer avec l'interaction électromagnétique.

1) Le courant électromagnétique

L'interaction entre le champ électromagnétique A^ν et le courant V_ν^{em} ($\nu = 0, 1, 2, 3$, indices de Lorentz) porté par les particules est :

$$W = e \int d\vec{x} V_\nu^{em} A^\nu \quad (\text{III.1})$$

La charge électrique $e = \sqrt{4\pi/137}$ est factorisée de sorte que le courant est normalisé à 1. Le courant porté par les particules qui subissent l'interaction forte ne peut pas avoir une structure simple. Par exemple le courant du proton est porté par les quarks et par le nuage de mésons virtuels et donc dépend directement de la structure forte. On peut par contre définir et mesurer les éléments de matrice de ce courant. Nous allons nous intéresser à l'élément de matrice de V_ν^{em} entre états contenant un nucléon. On peut choisir des états d'impulsion \vec{p} et de spin m_σ notés :

$$|\vec{p}, m_\sigma \text{ (proton ou neutron)}\rangle$$

normalisés selon :

$$\langle \vec{p}', m'_\sigma | \vec{p}, m_\sigma \rangle = \delta(\vec{p}' - \vec{p}) \delta(m'_\sigma, m_\sigma) \quad (\text{III.2})$$

Dans ce cas la dépendance en (\vec{x}, t) du courant est triviale ($k_\nu = p'_\nu - p_\nu$) :

$$\langle \vec{p}' | V_\nu^{em}(\vec{x}, t) | \vec{p} \rangle = e^{i\vec{k}\cdot\vec{x}} \langle \vec{p}' | V_\nu^{em}(0) | \vec{p} \rangle \quad (\text{III.3})$$

Dans l'approximation semi-relativiste définie plus haut, on a pour le proton :
(on note $V_\nu^{em} = V_\nu^{em}(0)$, $k = |\vec{k}|$)

$$\langle \vec{p}' m'_\sigma(p) | V_0^{em} | \vec{p} m_\sigma(p) \rangle = (2\pi)^{-3} \chi^\dagger(m'_\sigma) G_E^p(k) \chi(m_\sigma)$$

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}' m'_\sigma(p) | \vec{V}^{em} | \vec{p} m_\sigma(p) \rangle = (2\pi)^{-3} \chi^\dagger(m'_\sigma) \left[G_E^p(k) \frac{\vec{p} + \vec{p}'}{2M} \right. \\ \left. + i G_M^p(k) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{k}}{2M} \right] \chi(m_\sigma) \end{aligned} \quad (\text{III.4})$$

où $\chi(m_\sigma)$ est le spineur normalisé à deux composantes qui décrit l'état de spin :

$$\frac{\sigma_3}{2} \chi(m_\sigma) = m_\sigma \chi(m_\sigma) \quad (\text{III.5})$$

$$\chi^\dagger(m'_\sigma) \chi(m_\sigma) = \delta(m'_\sigma, m_\sigma) \quad (\text{III.6})$$

et $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ sont les matrices de Pauli. Dans la suite les spineurs et les indices de spin seront sous-entendus. A priori les facteurs de forme dépendent de l'invariant :

$$k_\mu k^\mu = k_0^2 - \vec{k}^2$$

mais k_0^2 est d'ordre σ^2 . Le facteur $(2\pi)^{-3}$ est là pour que l'on ait $G_E^p(0) = 1$. La partie d'espace du courant contient le courant de convection (dû à la vitesse) et le courant de magnétisation (dû au spin). La valeur de $G_M^p(0)$ est déterminée à partir du moment magnétique du proton. On trouve $\mu_p = G_M^p(0) \frac{e}{2M}$ et donc $G_M^p(0) = 2.79$

La dépendance sur k des facteurs de forme est grosso-modo la même pour G_E^p et G_M^p . On la paramétrise souvent par :

$$\frac{G_E^p(k)}{G_E^p(0)} \sim \frac{G_M^p(k)}{G_M^p(0)} \sim \left(1 + \frac{k^2}{M_V^2} \right)^{-2} \quad (\text{III.7})$$

avec $M_V \sim 850 M_{e^+}$

Le courant du neutron a la même forme que celui du proton avec G_E^p, G_M^p remplacés par G_E^n, G_M^n . Evidemment on a $G_E^n(0) = 0$ et d'après le moment magnétique du neutron : $G_M^n(0) = -1.91$

Il est commode de traiter le proton et le nucléon en utilisant le formalisme d'isospin. On introduit les isospineurs $\chi(m_\tau)$ vérifiant :

$$\frac{\tau_3}{2} \chi(m_\tau) = m_\tau \chi(m_\tau)$$

$$\chi^\dagger(m'_\tau) \chi(m_\tau) = \delta(m'_\tau, m_\tau) \quad (\text{III.8})$$

et on assigne $m_\tau = 1/2$ au proton, $m_\tau = -1/2$ au neutron (en Physique Nucléaire on adopte

souvent le choix inverse !) En utilisant les projecteurs $\frac{1+\tau_3}{2}$ et $\frac{1-\tau_3}{2}$ on peut réécrire le courant du nucléon sous la forme :

$$\begin{aligned} \langle \vec{p}' m'_z | V_0^{em} | \vec{p} m_z \rangle &= (2\pi)^{-3} \chi^\dagger(m'_z) \left[(G_E^p + G_E^n) \frac{1}{2} + (G_E^p - G_E^n) \frac{\tau_3}{2} \right] \chi(m_z) \\ \langle \vec{p}' m'_z | \vec{V}^{em} | \vec{p} m_z \rangle &= (2\pi)^{-3} \chi^\dagger(m'_z) \left\{ \left[(G_E^p + G_E^n) \frac{\vec{p} + \vec{p}'}{2M} + i(G_M^p + G_M^n) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{k}}{2M} \right] \frac{1}{2} \right. \\ &\quad \left. + \left[(G_E^p - G_E^n) \frac{\vec{p} + \vec{p}'}{2M} + i(G_M^p - G_M^n) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{k}}{2M} \right] \frac{\tau_3}{2} \right\} \chi(m_z) \end{aligned} \quad (\text{III.9})$$

Par la suite les isospineurs et les indices d'isospin seront sous-entendus. La partie du courant qui contient la matrice τ_3 est dite isovectorielle, l'autre est isoscalaire. Cette décomposition correspond au fait que la charge électrique est

$$Q = T + (B + S)/2$$

avec B le nombre baryonique, T l'isospin et S l'étrangeté. On utilise les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{isovecteur : } G_V &= G_E^p - G_E^n & G_M &= G_M^p - G_M^n \\ \text{isoscalaire : } G_V' &= G_E^p + G_E^n & G_M' &= G_M^p + G_M^n \end{aligned}$$

Comme le courant électromagnétique est conservé on doit avoir :

$$\vec{k} \cdot \langle \vec{p}' | V_0^{em} | \vec{p}' \rangle - \vec{k} \cdot \langle \vec{p} | \vec{V}^{em} | \vec{p} \rangle = 0 \quad (\text{III.10})$$

ce qui est bien le cas puisque dans l'approximation non relativiste :

$$\vec{k}^0 = (p'^2 - p^2)/2M$$

2) L'interaction faible

Il n'est pas question d'étudier en détail l'interaction faible, il y a d'excellents livres sur le sujet⁸, simplement nous allons en rappeler les traits qui sont essentiels pour mettre la symétrie chirale en évidence. Lorsque les énergies mises en jeu sont petites devant la masse du boson intermédiaire ($M_W \sim 80 \text{ Gev}$) l'interaction faible est bien décrite par la théorie de Fermi qui suppose que l'interaction est de la forme (on considère seulement le secteur non étrange)

$$W = \frac{G}{\sqrt{2}} \int d^3x J_\mu^\dagger J^\mu \quad (\text{III.11})$$

où J_μ est le courant faible porté par toutes les particules. W est analogue à l'interaction entre deux courants électromagnétiques dans l'approximation d'échange d'un photon où on aurait remplacé le propagateur du photon par celui d'un boson infiniment lourd. La forme (III.11) décrit une interaction à courant chargé comme la désintégration β ou la capture de muons.

La principale caractéristique de l'interaction faible est qu'elle viole la conservation de la parité. On en rend compte en écrivant le courant sous la forme :

$$J_\mu = V_\mu - A_\mu$$

où V_μ est un vecteur ($V'_\mu(-\vec{x},t) = V_\mu(\vec{x},t)$) et A_μ un pseudo-vecteur ($A'_\mu(-\vec{x},t) = -A_\mu(\vec{x},t)$). C'est la théorie dite $V-A$. Elle permet de décrire un très grand nombre de réactions qui peuvent être :

- purement leptoniques, exemple : $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$
- purement hadroniques, exemple : $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$
- semi-leptoniques, exemple : $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

Les réactions purement leptoniques ont permis d'établir la forme du courant correspondant ainsi que la valeur de la constante de couplage. Pour l'étude de la symétrie chirale ce sont les réactions semi-leptoniques qui sont importantes car elles ont permis d'étudier le courant faible hadronique (qui contient l'information sur la structure forte) au moyen d'une sonde considérée comme connue, le courant leptonique. Dans la suite ce dernier n'interviendra plus de sorte que J_μ désignera seulement le courant hadronique, même si cela n'est pas précisé.

Les règles de sélection de la désintégration β :

$$|\Delta T| \leq 1 \quad |\Delta T_3| = 1$$

montrent que le courant hadronique conservant l'étrangeté est un opérateur isovectoriel. Si on définit les opérateurs hermitiques J_1 et J_2 par :

$$J_1^\mu = J_1^\mu + i J_2^\mu \quad J^\mu = J_1^\mu - i J_2^\mu \quad (\text{III.12})$$

on peut compléter le triplet avec un troisième courant J_3^μ de façon à avoir :

$$[T_\alpha, J_\beta^\mu] = i \epsilon_{\alpha\beta\gamma} J_\gamma^\mu \quad (\alpha, \beta, \gamma = 1, 2, 3) \quad (\text{III.13})$$

comme il se doit pour un isovecteur si T_α est l'opérateur d'isospin total. Dans la théorie de Fermi seules les composantes (1,2) interviennent, mais il est commode de travailler avec les composantes cartésiennes ($\alpha = 1, 2, 3$) sans préciser α . Après ces préliminaires passons à l'étude du courant faible porté par le nucléon.

3) Le courant vectoriel et l'hypothèse isotriplet

L'élément de matrice du courant vectoriel est :

$$\langle \vec{p}' | V_0^* | \vec{p} \rangle = (2\pi)^{-3} \tilde{G}_V(k) \frac{\vec{p} \cdot \vec{p}'}{2}$$

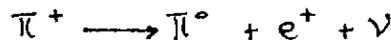
$$\langle \vec{p}' | \vec{V}^* | \vec{p} \rangle = (2\pi)^{-3} \left[\tilde{G}_V(k) \frac{\vec{p} + \vec{p}'}{2M} + i \tilde{G}_M(k) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{k}}{2M} \right] \frac{\tau^*}{2} \quad (\text{III.14})$$

Les combinaisons $V^1 \pm iV^2$ donnent les opérateurs τ^+ et τ^- qui induisent les transitions β^+ et β^- . La constante $\tilde{G}_V(0)$ a été mesurée dans la désintégration de $^{14}\text{O}^9$ et on a trouvé $\tilde{G}_V(0) \sim 1$. (En fait $\tilde{G}_V(0) = 0.97$, mais la différence avec 1 provient de l'angle de Cabibbo¹⁰ que l'on peut inclure dans la constante G). Cette coïncidence entre $\tilde{G}_V(0)$ et $G_V(0)$ était a priori plutôt surprenante puisque $G_V(0)$ concerne l'interaction électromagnétique. L'interprétation de ce résultat est contenue dans l'hypothèse isotriplet : "Le courant électromagnétique isovectoriel et le courant faible sont les trois composantes d'un triplet d'isospin. On passe d'une composante à l'autre par la relation (III.13)".

Insistons sur le fait que cette hypothèse est très forte car elle porte sur l'opérateur courant et non pas sur l'élément de matrice particulier qui l'a suggérée. Elle a donc des conséquences toutes les fois que le courant vectoriel est en jeu. En particulier elle impose :

$$\tilde{G}_M(0) = G_M(0) = 4.7$$

ce qui a été vérifié expérimentalement¹¹. Un autre exemple est la désintégration faible du π^+ :



dont le taux peut être calculé grâce à l'hypothèse isotriplet à partir du courant électromagnétique du pion. La théorie prédit 0.39 sec^{-1} à comparer à la valeur expérimentale¹¹ $0.38 \pm 0.04 \text{ sec}^{-1}$. Une fois que l'on a admis cette hypothèse il est normal de noter V_r^3 la partie isovectorielle du courant électromagnétique. Evidemment la conservation de ce dernier entraîne celle de ses partenaires, c'est-à-dire :

$$\partial^\mu V_r^\mu = 0 \quad (\text{III.15})$$

C'est pourquoi, de façon assez trompeuse, l'hypothèse isotriplet est aussi appelée hypothèse C.V.C. (Conserved Vector Current).

Comme le courant est conservé, on peut définir des charges $Q^a(t)$:

$$Q^a(t) = \int d\vec{x} V_0^a(\vec{x}, t) \quad (\text{III.16})$$

qui sont en fait indépendantes de t (il suffit d'appliquer le théorème de Green) et donc commutent avec le Hamiltonien des interactions fortes. On peut se demander ce que représentent ces opérateurs. Si on considère le cas particulier du nucléon, on a :

$$\langle \vec{p}' | Q^\alpha | \vec{p} \rangle = \delta(\vec{p} - \vec{p}') \frac{\tau^\alpha}{2} \quad (\text{III.17})$$

ce qui suggère que les charges Q^α ne sont rien d'autre que les composantes de l'opérateur d'isospin :

$$Q^\alpha \equiv T^\alpha \quad (\text{III.18})$$

On peut alors conclure que la conservation du courant vectoriel n'est rien d'autre qu'une conséquence de l'invariance des interactions fortes sous les transformations d'isospin. Cette identification de Q^α avec T^α fait partie de l'hypothèse de l'Algèbre des Courants. En effet la nature isovectorielle du courant (III.18) implique les relations de commutation de Gell-Mann¹² :

$$[Q^\alpha, V_\mu^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} V_\mu^\gamma$$

$$[Q^\alpha, A_\mu^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} A_\mu^\gamma \quad (\text{III.19})$$

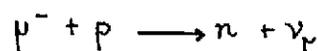
4) Le courant axial, la relation de Goldberger-Treiman et l'hypothèse P.C.A.C.

Abordons à nouveau le problème en partant de l'élément de matrice pour le nucléon. Il s'écrit :

$$\langle \vec{p}' | A_0^\alpha | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 G_A(k) \frac{\vec{\sigma} \cdot (\vec{p} + \vec{p}')}{2M} \frac{\tau^\alpha}{2}$$

$$\langle \vec{p}' | \vec{A}^\alpha | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 \left[G_A(k) \vec{\sigma} - G_P(k) \vec{k} \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{k}}{2M} \right] \frac{\tau^\alpha}{2} \quad (\text{III.20})$$

La désintégration du neutron¹³ permet de déterminer $G_A(0) = 1.26$. Le terme en G_P , dit pseudo-scalaire, est pratiquement inaccessible en désintégration β car le transfert est trop petit. On peut par contre le mesurer dans la capture de muons par l'hydrogène :



et on trouve¹⁴ : $\frac{m_\mu G_P}{G_A} \approx 1.7 \pm 2$ au transfert $k = 0.94 m_\mu$, m_μ étant la masse du muon. ($m_\mu = 105.65 M_e$)

Le fait que $G_A(0)$ soit voisin de 1 a suggéré qu'il y avait peut-être une conservation approchée du courant axial. En fait cet argument est faux car la conservation d'un courant n'implique en elle-même rien sur la valeur de facteurs de forme. Cependant l'idée n'était pas si mauvaise et c'est elle qui a permis de découvrir la symétrie chirale.

Quelles seraient les conséquences de la conservation du courant axial ? Pour le nucléon elle implique (à des termes en v^2 près) :

$$\vec{\sigma} \cdot \vec{k} \left[G_A(k) - G_P(k) \frac{k^2}{2M} \right] = 0 \quad (\text{III.21})$$

Le facteur de forme $G_P(k)$ doit donc avoir un pôle à $k = 0$, ce qui veut dire que le terme en $\vec{k} \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{k}$ est associé à la propagation d'une particule de masse nulle. Comme elle doit être pseudo-scalaire et l'isospin 1, il est normal de penser au pion qui est de loin le plus léger des hadrons, $m_\pi \sim 140 \text{ Mev}$. Essayons de préciser cette idée. Supposons que le terme en $\vec{\sigma} \cdot \vec{k} \cdot \vec{k}$ provient uniquement du nuage de pion virtuel qui entoure le nucléon et calculons le courant correspondant. Pour cela il faut déterminer le courant faible porté par le pion et le champ de pion virtuel créé par le nucléon.

Soit $\varphi^\alpha(\vec{x}, t)$ le champ de pion ($\alpha = 1, 2, 3$). La façon la plus simple de construire un courant axial à partir de φ^α est d'en prendre le gradient :

$$A_\mu^\alpha = \int \partial_\mu \varphi^\alpha \quad (\text{III.22})$$

ce qui définit la constante $\int \partial_\mu \varphi^\alpha$. A partir de la désintégration du pion chargé on détermine $\int \partial_\mu \varphi^\alpha = 93 \text{ Mev}$.

L'équation qui détermine le champ de pion virtuel doit être analogue à l'équation de Poisson pour le potentiel électrique, le nucléon jouant le rôle de source. Si on néglige le recul de celui-ci lors de l'émission du pion, la source est statique et φ^α aussi. On écrit donc l'équation sous la forme :

$$\nabla^2 \varphi^\alpha - m_\pi^2 \varphi^\alpha = j_\pi^\alpha(x) \quad (\text{III.23})$$

La source $j_\pi^\alpha(x)$ dépend de la position du nucléon, de son spin et de son isospin. Comme il faut construire un opérateur pseudoscalaire et d'isospin 1 on doit choisir :

$$j_\pi^\alpha(\vec{x}) = \frac{g_\pi}{2M} \vec{\nabla} \cdot \vec{\sigma} \delta(\vec{x} - \vec{x}_1) \tau^\alpha \quad (\text{III.24})$$

La constante de couplage g_π peut être déterminée, par exemple, à partir des déphasages élevés de la diffusion nucléon-nucléon, ce qui donne $g_\pi \sim 13.5$. La résolution de (III.23) est triviale par transformation de Fourier et on obtient :

$$\vec{A}^\alpha = -\vec{\nabla} \varphi^\alpha = -\frac{g_\pi}{2M} \int \frac{d\vec{q}}{(2\pi)^3} e^{i\vec{q}(\vec{x} - \vec{x}_1)} \frac{\vec{q} \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{q}}{q^2 + m_\pi^2} \tau^\alpha \quad (\text{III.25})$$

dont l'élément de matrice entre états de nucléon vaut :

$$\langle \vec{p}' | \vec{A}^\alpha | \vec{p} \rangle = -\frac{g_\pi}{2M} (2\pi)^{-3} \frac{\vec{p}' \cdot \vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{k^2 + m_\pi^2} \tau^\alpha \quad (\text{III.26})$$

En comparant avec (III.20) on voit que ce calcul conduit à :

$$G_P(k) = \frac{2 \int_0^1 g_{\pi} g_n}{k^2 + m_{\pi}^2}$$

de sorte que la conservation du courant axial demande :

$$0 = G_A - k^2 \frac{G_P}{2M} = G_A - \frac{\int_0^1 g_{\pi} g_n}{M} \frac{k^2}{k^2 + m_{\pi}^2} \quad (\text{III.27})$$

Comme dans le calcul de Ψ^4 nous avons considéré le nucléon comme ponctuel il n'y a pas lieu de tenir compte de la dépendance en k de G_A . Si on réécrit l'équation (III.27) sous la forme :

$$k^2 \left(1 - \frac{\int_0^1 g_{\pi} g_n}{M G_A} \right) = - m_{\pi}^2 \quad (\text{III.28})$$

on réalise que la conservation du courant axial implique :

a) $m_{\pi}^2 = 0$

b) $\int_0^1 g_{\pi} g_n = M G_A \quad (\text{III.29})$

Si on prend la masse du nucléon comme échelle de masse typique des hadrons on a $\frac{m_{\pi}^2}{M^2} \simeq 0.02$, ce qui est raisonnable (mais très qualitatif). Le point b) est la relation de Goldberger-Treiman. En mettant les valeurs physiques des constantes on trouve :

$$1 - \frac{\int_0^1 g_{\pi} g_n}{M G_A} = -0.07$$

Comme sous-produit du calcul on a aussi une détermination de G_P :

$$G_P(k) = \frac{2M G_A}{k^2 + m_{\pi}^2}$$

au transfert de la capture de muons dans l'hydrogène, ceci donne :

$$\frac{m_{\mu} G_P(k)}{G_A} = 6.8$$

Ainsi l'hypothèse de conservation du courant axial a une conséquence inattendue, mais plutôt bien vérifiée expérimentalement : elle impose que la masse du pion soit négligeable et en même temps relie la constante de couplage forte g_n à \int_0^1 et G_A qui sont des constantes de couplage faibles ! (Par contre elle ne dit rien sur la valeur de G_A !) Cette relation curieuse entre l'interaction pion-nucléon et l'interaction faible est la source des théorèmes de basse énergie, la relation de G.T. étant le plus simple. Comme pour le courant vectoriel les considérations précédentes ne concernent que les éléments de matrice du nucléon et la généralisation à l'opérateur courant axial est une hypothèse non triviale. C'est l'hypothèse

P.C.A.C. (Partially Conserved Axial Current) : "Le courant axial est conservé dans la limite où la masse du pion tend vers zéro". En fait, d'après l'équation (III.28) on doit avoir :

$$\partial_\mu A^\mu \sim m_\pi^2$$

5) L'algèbre des courants et la symétrie chirale

Si on construit la charge axiale :

$$\bar{Q}^\alpha(t) = \int d\vec{x} A^\alpha(\vec{x}, t)$$

on sait que cet opérateur devient indépendant du temps lorsque la masse du pion tend vers zéro, et donc commute avec le Hamiltonien. L'opérateur $\bar{Q}^\alpha(t)$ génère donc des transformations du système qui laissent les équations du mouvement inchangées. Ce sont les transformations d'isospin axiales. La symétrie chirale des interactions fortes est l'invariance du Hamiltonien sous l'ensemble des transformations engendrées par Q^α et \bar{Q}^α . Cet ensemble de transformations a une structure algébrique qui est spécifiée par l'hypothèse d'algèbre des courants. On se souvient que l'identification de Q^α avec l'opérateur d'isospin conduit aux relations de commutation :

$$[Q^\alpha, V_r^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} V_r^\gamma$$

$$[Q^\alpha, A_r^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} A_r^\gamma$$

On les complète avec les relations suivantes :

$$[\bar{Q}^\alpha, V_r^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} A_r^\gamma$$

$$[\bar{Q}^\alpha, A_r^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} V_r^\gamma \quad (\text{III.30})$$

Lorsque $m_\pi \neq 0$ les charges axiales ne sont pas constantes. Il faut alors préciser que ces relations de commutations sont à temps égal pour les deux opérateurs impliqués dans l'opération. Si on fait $\mu=0$ et que l'on intègre sur \vec{x} les relations (III.19) et (III.30), on obtient immédiatement :

$$[Q^\alpha, Q^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma$$

$$[Q^\alpha, \bar{Q}^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{Q}^\gamma$$

$$[\bar{Q}^\alpha, \bar{Q}^\beta] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} Q^\gamma \quad (\text{III.31})$$

qui sont les relations de commutation de $SU(2) \times SU(2)$ comme on peut s'en persuader en définissant les charges droites et gauches :

$$Q_R^\alpha = Q^\alpha + \bar{Q}^\alpha \quad Q_L^\alpha = Q^\alpha - \bar{Q}^\alpha \quad (\text{III.32})$$

On trouve bien deux algèbres SU(2) indépendantes :

$$[Q_R^{\alpha}, Q_R^{\beta}] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} Q_R^{\gamma}$$

$$[Q_L^{\alpha}, Q_L^{\beta}] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} Q_L^{\gamma}$$

$$[Q_R^{\alpha}, Q_L^{\beta}] = 0 \quad (\text{III.33})$$

6) Le pion comme mode de Goldstone

Lorsque l'on a une symétrie une question naturelle est de chercher les "bons nombres quantiques" correspondants. Pour les transformations vectorielles c'est l'isospin, mais pour les transformations axiales ? La réponse est qu'il n'y en pas au sens habituel d'un opérateur qui peut être diagonalisé dans la même base que le Hamiltonien. Ce sont les théorèmes de basse énergie qui remplacent les "bons nombres quantiques". Leur origine est dans la façon dont la nature a réalisé la symétrie chirale : on a vu que la conservation du courant axial peut se comprendre dans la mesure où le pion est couplé au nucléon et s'il a une masse négligeable. On peut aller plus loin et dire que le pion a une masse négligeable et est couplé au nucléon uniquement pour que la symétrie chirale ne soit pas violée. Mais violée par quoi ? Pour le comprendre il est plus commode d'utiliser un formalisme covariant dans lequel le courant axial du nucléon s'écrit (avec la normalisation III.2) :

$$\langle \vec{p}' | A_{\nu}^{\alpha} | \vec{p} \rangle = (2\pi)^3 \sqrt{\frac{M^2}{p^0 p'^0}} \bar{U}(\vec{p}') \left[G_A(k^2) \gamma_{\nu} \gamma_5 + G_P(k^2) k_{\nu} \gamma_5 \right] \frac{\tau^{\alpha}}{2} U(\vec{p}) \quad (\text{III.34})$$

où cette fois $k = \frac{p' - p}{2}$. On peut vérifier facilement qu'en développant (III.34) à l'ordre \vec{p}/M on retrouve bien les équations (III.20).

En utilisant l'équation de Dirac⁵ :

$$(\gamma \cdot p - M) U(p) = 0$$

$$\bar{U} (\gamma \cdot p - M) = 0$$

on voit que la conservation du courant axial impose :

$$0 = 2M G_A(k^2) + k^2 G_P(k^2)$$

Il y a donc une autre possibilité de conservation : $M=0$ et $G_P(k^2)=0$. Si la masse du nucléon était nulle, on n'aurait pas besoin du pion pour conserver le courant axial. Dans ce cas on aurait la réalisation habituelle, dite "à la Wigner", d'une symétrie, c'est-à-dire que "l'isospin axial" serait un bon nombre quantique. La dynamique de QCD est telle que dans les conditions normales de pression et de température le nucléon a une masse (les quarks sont confinés) et que celle-ci viole la symétrie chirale. Il faut alors une nouvelle particule de masse nulle pour restaurer la symétrie. Ce mode de réalisation d'une symétrie est dit "à la

Goldstone" par opposition à la réalisation "à la Wigner". On peut rendre cette discussion plus précise (au moins formellement) en utilisant le théorème de Goldstone¹⁵. Supposons qu'on ait une symétrie continue et soit G^i ($i = 1, \dots, N$) les opérateurs qui engendrent les transformations. Soit $| \rangle$ l'état fondamental (ou vide) du système. On a deux cas possibles :

$$a) \quad G^i | \rangle = 0 \quad \forall i$$

alors on a la réalisation à la Wigner.

b) $G^i | \rangle \neq 0$ pour au moins une valeur de i (On dit que G^i est brisé par le vide). C'est la réalisation à la Goldstone et à chaque G^i correspond une particule, dite mode de Goldstone, de masse nulle. La symétrie chirale est réalisée dans ce mode car $\bar{Q}^i | \rangle \neq 0$ et les pions sont les modes de Goldstone correspondants.

Remarque : On dit aussi que la symétrie est spontanément brisée par l'état fondamental, mais le terme est trompeur puisque les équations du mouvement restent symétriques. Simplement la symétrie n'est pas manifeste dans le spectre d'énergie.

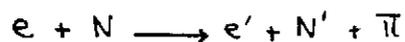
7) Exemple de théorème de basse énergie : l'électroproduction de pion au seuil

Les théorèmes de basse énergie sont les conséquences de la symétrie chirale, c'est-à-dire :

- La conservation des courants vectoriels et du courant axial quand $m_\pi \rightarrow 0$
- La réalisation dans le mode de Goldstone.
- L'algèbre des courants.

La dérivation de ces théorèmes est souvent un art subtil et il n'est pas évident de les démontrer en utilisant des méthodes élémentaires. C'est d'ailleurs ce qui a motivé la construction de Lagrangiens effectifs qui produisent automatiquement les théorèmes par un calcul en approximation de Born. Cependant il est souhaitable de comprendre le mécanisme qui permet d'exploiter la symétrie chirale, ne serait-ce que pour réaliser que les résultats obtenus sont vraiment exacts dans la limite où $m_\pi = 0$. L'électroproduction de pions au seuil est un exemple intéressant car on n'a pas besoin de méthodes élaborées pour calculer l'amplitude à partir des hypothèses de la symétrie chirale. Pour les applications plus compliquées (c'est-à-dire impliquant plus d'un pion) le lecteur trouvera les développements dans la Référence 2.

La réaction d'électroproduction de pions :



est contrôlée du côté hadronique par l'élément de matrice du courant électromagnétique :

$$\langle \pi N | V_\mu^{\text{em}}(\vec{x}, t) | N \rangle$$

et c'est cet objet que nous allons calculer dans le cas où le pion est émis avec une impulsion nulle. (Ce qui ne veut pas dire que l'impulsion du photon virtuel est nulle ! Elle peut être arbitraire) Pour fixer les idées, plaçons-nous dans le centre de masse du système pion-nucléon. Il faut donc calculer

$$\langle \pi^*(\vec{0}) N(\vec{0}) | V_p^{em}(\vec{x}, t) | N(\vec{p}) \rangle$$

où \vec{p} = - (impulsion du photon virtuel). Comme d'habitude les indices de spin et d'isospin du nucléon seront sous-entendus.

Par la conservation du courant on peut éliminer la composante de temps V_0^{em} et se contenter de calculer :

$$T = \langle \pi^*(\vec{0}) N(\vec{0}) | \vec{V}^{em}(\vec{x}, t) | N(\vec{p}) \rangle \quad (\text{III.35})$$

Pour cela considérons les éléments de matrice entre états de nucléon :

$$C = \langle N(\vec{0}) | [\vec{Q}^*(t), \vec{V}^{em}(\vec{x}, t)] | N(\vec{p}) \rangle \quad (\text{II.36})$$

$$C' = \langle N(\vec{0}) | [\dot{\vec{Q}}^*(t), \vec{V}^{em}(\vec{x}, t)] | N(\vec{p}) \rangle \quad (\text{III.37})$$

Pour l'instant on garde $m_\pi \neq 0$. C'est pourquoi \vec{Q}^* dépend de t. La limite $m_\pi \rightarrow 0$ doit être effectuée à la fin du calcul seulement. (Dans ce qui suit on fait $\vec{x}, t = 0$ puisqu'on connaît la dépendance de T sur ces variables en fonction des énergies et impulsion des états $|N(\vec{p})\rangle$ et $|\pi^*(\vec{0}) N(\vec{0})\rangle$).

Le principe du calcul est de développer C en insérant des états intermédiaires de la façon suivante (t.c. désigne le second terme du commutateur) :

$$\begin{aligned} C &= \int d\vec{q} (\langle N(\vec{0}) | \vec{Q}^* | N(\vec{q}) \rangle \langle N(\vec{q}) | \vec{V}^{em} | N(\vec{p}) \rangle - \text{t.c.}) \\ &+ \int d\vec{q}' d\vec{q}'' (\langle N(\vec{0}) | N(\vec{q}') \rangle \langle \vec{Q}^* | \pi^*(\vec{q}') \rangle \langle \pi^*(\vec{q}') N(\vec{q}'') | \vec{V}^{em} | N(\vec{p}) \rangle - \text{t.c.}) \\ &+ \sum_x (\langle N(\vec{0}) | \vec{Q}^* | x \rangle \langle x | \vec{V}^{em} | N(\vec{p}) \rangle - \text{t.c.}) \\ &= C(\text{nucléon}) + C(\text{pion}) + C(x) \end{aligned} \quad (\text{III.38})$$

Le terme $C(\text{pion})$ est dit "déconnecté" car le pion est créé directement par la charge axiale à partir du vide $| \rangle$ (la réalisation dans le mode de Goldstone est donc essentielle). Pour $C(\text{nucléon})$ et $C(x)$ l'intégration sur les impulsions intermédiaires est triviale puisque :

$$\langle \vec{P}_f | \bar{Q} | \vec{P}_i \rangle \sim \delta(\vec{P}_f - \vec{P}_i)$$

$$\langle N(\vec{q}') | N(\vec{q}) \rangle = \delta(\vec{q}' - \vec{q}) \quad (\text{III.39})$$

Le terme $C(x)$ rassemble tous les autres états intermédiaires du type $\bar{K}N, 2\pi N$, etc..., pour lesquels il reste au moins une intégration sur les impulsions intermédiaires après la prise en compte du (III.39). On dit que $C(x)$ est le terme connecté.

On fait la même chose pour C'

$$C' = C'(\text{nucleon}) + C'(\text{pion}) + C'(x)$$

Le terme de nucléon est nul car, d'après (III.20), on a

$$\langle \vec{p}' | \bar{Q}(t) | \vec{p} \rangle = \delta(\vec{p}' - \vec{p}) G_A(0) \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{M} \frac{\tau^x}{2} \quad (\text{III.40})$$

qui est indépendant du temps. Le terme de pion donne :

$$C'(\text{pion}) = -i \int d\vec{q} d\vec{q}' \langle N(\vec{0}) | N(\vec{q}') \rangle \omega(\vec{q}') \langle | \bar{Q}^x | \pi^A(\vec{q}') \rangle \langle \pi^B(\vec{q}') | N(\vec{q}) \rangle | \vec{V}^{em} | N(\vec{p}) \rangle + t.c.)$$

car on a $(\omega(\vec{q}) = \sqrt{\vec{q}^2 + m_\pi^2})$

$$\langle | \bar{Q}^x | \pi^A(\vec{q}') \rangle = -i \omega(\vec{q}') \langle | \bar{Q}^x | \pi^B(\vec{q}') \rangle$$

$$\langle \pi^B(\vec{q}') | \bar{Q}^x | \rangle = i \omega(\vec{q}') \langle \pi^A(\vec{q}') | \bar{Q}^x | \rangle \quad (\text{III.41})$$

d'où le changement de signe relatif pour le terme croisé. Finalement on écrit le terme connecté $C'(x)$ comme $C(x)$ en remplaçant \bar{Q}^x par $\dot{\bar{Q}}^x$.

L'élément de matrice de la charge axiale entre le vide et l'état à un pion est (avec la normalisation adoptée dans ce cours) :

$$\langle \pi^B(\vec{q}') | \bar{Q}^x | \rangle = \frac{i}{2} \int_{\pi} \sqrt{2m_\pi(2\pi)^3} \delta(\vec{q}') \delta_{(\alpha,\beta)} \quad (\text{III.42})$$

(Le plus simple pour s'en convaincre est de partir de (III.22) et de développer le champ en opérateurs de création et d'annihilation⁵).

Si on reporte maintenant (III.39, III.40, III.42) dans les expressions pour C et C' on voit qu'on peut en déduire l'élément de matrice qui nous intéresse. On trouve :

$$T = \frac{i}{g_{\pi}} [2m_{\pi}(2\pi)^3]^{-1/2} \left\{ C + \langle N(\vec{0}) | \vec{V}^{em} | N(\vec{p}) \rangle G_A(\vec{0}) \frac{\vec{q} \cdot \vec{p}}{M} \frac{\tau^x}{2} \right. \\ \left. + \frac{i}{m_{\pi}} C' - C(X) - \frac{i}{m_{\pi}} C'(X) \right\} \quad (\text{III.43})$$

Il faut bien noter que cette expression est exacte. Pour l'instant nous n'avons fait qu'écrire les commutateurs d'une façon particulière. (Au passage on voit que l'on aurait des ennuis si on faisait $m_{\pi} = 0$ dès le départ) Maintenant laissons tendre m_{π} vers zéro et cherchons les termes dominants :

- Le terme C est donné par l'algèbre des courants (voir plus loin), il n'est pas nul dans la limite $m_{\pi} \rightarrow 0$. De même pour le terme de nucléon.

- C' et $C(X)$ contiennent \vec{Q}^x qui s'annule comme m_{π}^2 , donc ces termes s'annulent par rapport aux deux premiers.

- Par construction $C(X)$ contient des éléments de matrice du type

$$\langle N(\vec{0}) | \vec{Q}^x | X \rangle \quad \text{ou} \quad \langle X | \vec{Q}^x | N(\vec{p}) \rangle$$

tels que l'énergie de X est différente de celle de $N(\vec{0})$ ou $N(\vec{p})$ car on a déjà extrait les termes pour lesquels la différence d'énergie est nulle. Lorsque m_{π} tend vers zéro la charge axiale devient indépendante du temps. Par conséquent elle ne peut relier des états d'énergies différentes et donc le terme $C(X)$ est nul dans cette limite.

Dans la limite chirale T s'exprime donc en fonction du commutateur et du terme de nucléon qui sont connus. En effet en écrivant :

$$\vec{V}^{em} = \vec{V}^3 + \vec{V}(\text{isoscalaire})$$

on obtient, à partir de (III.30) :

$$C = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \langle N(\vec{0}) | \vec{A}^x | N(\vec{p}) \rangle \quad (\text{III.44})$$

(car $[\vec{Q}^x, \vec{V}(\text{isoscalaire})] = 0$, ce qui est en général sous-entendu dans l'hypothèse d'algèbre des courants).

Il suffit alors d'utiliser les équations (III.9) et (III.20) pour obtenir l'amplitude d'électroproduction au seuil dans la limite chirale :

$$\langle N(\vec{0}) | \pi^x(\vec{0}) | \vec{V}^{em} | N(\vec{p}) \rangle = \frac{i}{g_{\pi}} (2\pi)^3 [2m_{\pi}(2\pi)^3]^{1/2} \times \\ \left\{ i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \left[G_A(p) \vec{\sigma} - G_P(p) \frac{\vec{p} \vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{2M} \right] \frac{\tau^x}{2} + \left[G'_E(p) \frac{\vec{p}}{2M} - i G'_M(p) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{p}}{2M} \right] \frac{1}{2} \right. \\ \left. + \left[\left(G'_E(p) \frac{\vec{p}}{2M} - i G'_M(p) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{p}}{2M} \right) \frac{1}{2} + \left(G_E(p) \frac{\vec{p}}{2M} - i G_M(p) \frac{\vec{\sigma} \times \vec{p}}{2M} \right) \frac{\tau^3}{2} \right] G_A \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{2M} \frac{\tau^x}{2} \right\} \quad (\text{III.45})$$

On peut figoler un peu le calcul en effectuant les produits de matrice $\vec{\sigma}$ et $\vec{\tau}$, etc..., mais cela n'a pas d'intérêt dans le cadre de ce cours. L'important est d'avoir démonté le mécanisme qui permet d'obtenir les théorèmes de basse énergie. Remarquons que l'amplitude T contient un facteur $1/p_\pi$ qui provient du terme $C(\pi\pi)$. De façon générale il y aura un facteur $1/p_\pi$ pour chaque pion mou (c'est-à-dire d'impulsion nulle et de masse tendant vers zéro). Ne pas oublier que l'expression (III.45) a été obtenue avec des expressions non relativistes. Si on s'intéresse à de grandes valeurs de \vec{p} il faut évidemment refaire le calcul de façon relativiste, ce qui ne pose aucun problème¹⁶.

IV. MODELES LAGRANGIENS

1) Motivation

On a vu dans le chapitre précédent comment obtenir un théorème de basse énergie en partant des hypothèses de la symétrie chirale. Il existe de nombreuses variantes de cette démonstration et le lien entre elles n'est pas toujours évident. Celle qui a été présentée a l'avantage de ne pas faire appel à d'autres notions que celles de la mécanique quantique ordinaire. La façon dont apparaît l'amplitude recherchée lors de la saturation des commutateurs montre que lorsque le nombre de pions mous va augmenter, la dérivation va devenir de plus en plus complexe. C'est pourquoi Weinberg¹⁷ a proposé d'utiliser des modèles Lagrangiens qui possèdent la symétrie chirale et dans l'approximation en arbre (essentiellement l'approximation de Born) reproduisent automatiquement les théorèmes de basse énergie. Ces modèles Lagrangiens, considérés au départ comme un simple raccourci sont revenus en force au cours des dix dernières années avec un statut plus noble. D'une part, dans les modèles de quarks ils sont utilisés pour habiller le nucléon de son nuage de pion et en général les prédictions théoriques en sont améliorées¹⁸. En particulier, il est possible d'obtenir une description très séduisante de la diffusion π -N dans la voie P_{33} qui est évidemment de première importance en Physique nucléaire. D'autre part, ces Lagrangiens sont aussi la base des modèles de type Skyrme¹⁹ qui sont à l'heure actuelle très populaires. Il est donc important de savoir comment on bâtit un modèle qui a la symétrie chirale. Le principe de la construction est le suivant : on part d'un modèle décrivant un fermion (nucléon ou quark) libre qui a deux degrés de liberté d'isospin. Tant que la masse du fermion est nulle, la symétrie chirale n'est pas violée. Pour introduire la masse (ou le potentiel confinant si on parle des quarks) on ajoute un terme d'interaction, invariant chirale qui dépend d'un champ de mésons (σ, π^a) . On élimine le champ σ qui n'a pas d'interprétation physique en imposant une contrainte invariante et après un changement de variable on se retrouve avec le Lagrangien d'un fermion massif couplé au pion d'une manière bien déterminée.

2) Préliminaires

Soit Ψ le champ de fermions. Les transformations chirales sont définies (de façon infinitésimales) par :

$$\Psi \longrightarrow \Psi + i \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}}{2} \Psi \quad (\text{IV.1})$$

$$\Psi \longrightarrow \Psi - i \frac{\vec{\beta} \cdot \vec{\tau}}{2} \gamma^5 \Psi \quad (\text{IV.2})$$

Le signe (-) est conventionnel et $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$ sont les paramètres de la transformation (notés $\vec{\alpha}$ et $\vec{\beta}$ dans le Chapitre I !). L'équation de Dirac pour un fermion de masse m est (on suppose que m est la même pour les deux saveurs) :

$$i \gamma \cdot \partial \Psi - m \Psi = 0 \quad (\text{IV.3})$$

Elle dérive du Lagrangien :

$$\mathcal{L} = i \bar{\Psi} \gamma \cdot \partial \Psi - m \bar{\Psi} \Psi \quad (\text{IV.4})$$

Par le théorème de Noether⁵ on construit les courants vectoriels et axiaux induits par les transformations (IV.1) et (IV.2). Si on écrit le courant total sous la forme :

$$J_r^\alpha = V_r^\alpha - A_r^\alpha \quad (\text{IV.5})$$

on trouve :

$$V_r^\alpha = \bar{\Psi} \gamma_r \frac{\tau^\alpha}{2} \Psi, \quad A_r^\alpha = \bar{\Psi} \gamma_r \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} \Psi \quad (\text{IV.6})$$

En utilisant l'équation du mouvement il est facile de calculer les divergences de ces courants :

$$\partial^\nu V_r^\alpha = 0, \quad \partial^\nu A_r^\alpha = 2i m \bar{\Psi} \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} \Psi \quad (\text{IV.7})$$

Donc, comme prévu, le courant axial n'est conservé que si $m = 0$. Si on construit les charges :

$$Q^\alpha = \int d\vec{x} \Psi^\dagger \frac{\tau^\alpha}{2} \Psi, \quad \bar{Q}^\alpha = \int d\vec{x} \Psi^\dagger \gamma_5 \frac{\tau^\alpha}{2} \Psi \quad (\text{IV.8})$$

en utilisant les relations d'anticommuation canonique :

$$\{\Psi_a(\vec{x}, t), \Psi_b(\vec{x}, t)\} = 0, \quad \{\Psi_a(\vec{x}, t), \Psi_b^\dagger(\vec{x}', t)\} = \delta_{ab} \delta(\vec{x} - \vec{x}') \quad (\text{IV.9})$$

où $\{, \}$ désigne l'anticommutateur et a, b désignent les degrés de liberté d'isospin et les indices de Dirac, on peut vérifier que l'algèbre des courants est satisfaite (même si $m \neq 0$).

Par exemple :

$$[\bar{Q}^\alpha(t), \bar{\Psi} \gamma_r \gamma_5 \frac{\tau^\beta}{2} \Psi] = i \varepsilon_{\alpha\beta\gamma} \bar{\Psi} \gamma_r \frac{\tau^\gamma}{2} \Psi \quad (\text{IV.10})$$

qui a bien la forme (II.30).

Nous voulons maintenant introduire une masse sans violer la symétrie. Pour cela nous allons d'abord construire quelques invariants chiraux.

3) Invariants

Dans la suite on note $\vec{\tau} = \tau^\alpha$ pour alléger les notations. Définissons les quantités

$$S = \bar{\Psi} \Psi, \quad \vec{P} = i \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\tau} \Psi \quad (\text{IV.11})$$

Dans une transformation chirale vectorielle (IV) ou axiale (IA) il est facile de vérifier que S et \vec{P} subissent les variations suivantes (les produits scalaire et vectoriel sont dans les indices d'isospin) :

$$(TV) : S \longrightarrow S \quad , \quad \vec{P} \longrightarrow \vec{P} - \vec{\epsilon} \times \vec{P} \quad (IV.12)$$

$$(TA) : S \longrightarrow S - \vec{\epsilon}' \cdot \vec{P} \quad , \quad \vec{P} \longrightarrow \vec{P} + \vec{\epsilon}' \times S \quad (IV.13)$$

Définissons un ensemble de champs $(\sigma, \vec{\pi} = \pi^\alpha \quad \alpha=1,2,3)$ auxquels nous imposons de se transformer comme S et \vec{P} (donc σ est un scalaire et \vec{P} un pseudoscalaire) :

$$(TV) : \sigma \longrightarrow \sigma \quad , \quad \vec{\pi} \longrightarrow \vec{\pi} - \vec{\epsilon} \times \vec{\pi} \quad (IV.14)$$

$$(TA) : \sigma \longrightarrow \sigma - \vec{\epsilon}' \cdot \vec{\pi} \quad , \quad \vec{\pi} \longrightarrow \vec{\pi} + \vec{\epsilon}' \times \sigma \quad (IV.15)$$

Alors les quantités suivantes sont manifestement inchangées (au premier ordre en $\vec{\epsilon}, \vec{\epsilon}'$) dans une transformation chirale :

$$I_1 = \sigma^2 + \vec{\pi}^2 \quad (IV.16)$$

$$I_2 = \partial_\rho \sigma \partial^\rho \sigma + \partial_\rho \vec{\pi} \cdot \partial^\rho \vec{\pi} \quad (IV.17)$$

$$I_3 = \bar{\Psi} \Psi \sigma + i \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\epsilon} \Psi \cdot \vec{\pi} \quad (IV.18)$$

Nous pouvons ajouter n'importe lequel de ces invariants à \mathcal{L} sans briser la symétrie chirale. Par exemple le modèle de Nambu - Jona-Lasinio²⁰ s'obtient en ajoutant $-g I_3$ et en choisissant $\sigma = S$, $\vec{\pi} = \vec{P}$

Ce modèle est fascinant car la réalisation dans le mode de Goldstone apparaît de façon dynamique. Au-delà d'une constante de couplage critique g_c l'état fondamental n'est plus le vide trivial, mais un condensat de fermions-antifermions. Les excitations élémentaires sont alors des quasi-fermions de masse non nulle et l'interaction résiduelle entre ces quasi-particules produit un mode collectif d'énergie nulle, le pion. Pour comprendre comment marche le modèle le lecteur aura avantage à étudier les articles du groupe d'Orsay²¹ car ils ont utilisé un langage familier aux physiciens nucléaires.

4) Le modèle non linéaire²²

Le point de départ est le modèle linéaire dans lequel σ et $\vec{\pi}$ sont des variables indépendantes. Le Lagrangien doit être construit à partir des invariants (IV.16), (IV.17) et (IV.18) et la forme la plus simple est :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & i \bar{\Psi} \gamma_5 \partial \Psi - g (\bar{\Psi} \Psi \sigma + i \bar{\Psi} \gamma_5 \vec{\epsilon} \Psi \cdot \vec{\pi}) \\ & + \frac{1}{2} \partial_\rho \sigma \partial^\rho \sigma + \frac{1}{2} \partial_\rho \vec{\pi} \cdot \partial^\rho \vec{\pi} - V(\sigma^2 + \vec{\pi}^2) \end{aligned} \quad (IV.19)$$

Les courants déduits de \mathcal{L} par le théorème de Noether sont :

$$\begin{aligned} \vec{V}_\rho &= \bar{\Psi} \gamma_\rho \frac{\vec{\epsilon}}{2} \Psi + \vec{\pi} \times \partial_\rho \vec{\pi} \\ \vec{A}_\rho &= \bar{\Psi} \gamma_\rho \gamma_5 \frac{\vec{\epsilon}}{2} \Psi + \sigma \partial_\rho \vec{\pi} - \vec{\pi} \partial_\rho \sigma \end{aligned} \quad (IV.20)$$

et comme \mathcal{L} est invariant, ils sont conservés : $\partial_\rho \vec{V}^\rho = \partial_\rho \vec{A}^\rho = 0$

comme on peut le vérifier directement à partir des équations du mouvement déduites de \mathcal{L} . De même si l'on quantifie les champs $(\sigma, \vec{\pi})$ de façon canonique on trouve que les relations de commutation de l'algèbre des courants sont bien satisfaites.

Le modèle défini par (IV.19) n'est pas satisfaisant car d'une part le fermion n'a pas de masse (ou plus exactement cette masse viendrait entièrement de la self-énergie créée par l'interaction et il dépend du champ σ qui n'a pas d'interprétation physique. En effet il n'existe pas de particule d'isospin 0 et de spin 0^+ dans la région de masse du pion. On a donc intérêt à éliminer ce degré de liberté non physique dès le départ. Le principe est d'imaginer que le terme potentiel $V(\sigma^2 + \vec{\pi}^2)$ possède un minimum en $\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = C$ et que ce minimum soit suffisamment profond pour que l'on puisse négliger le mouvement au fond du trou. Ceci permet d'éliminer σ sans briser la symétrie chirale puisque $\sigma^2 + \vec{\pi}^2$ est un invariant. C'est ici que l'on force la symétrie à être réalisée dans le mode de Goldstone. Dans le modèle σ ce trait de la symétrie chirale est donc mis à la main contrairement au modèle NJL où il apparaît de façon dynamique.

Comme on pourra le vérifier dans la suite la constante C doit être égale à f_π^2 . Pour éliminer le champ σ on a intérêt à faire un changement de variable défini par :

$$\sigma = \int_{\pi} \cos(\phi/f_\pi) \quad , \quad \vec{\pi} = \int_{\pi} \hat{\phi} \sin(\phi/f_\pi) \quad (\text{IV.21})$$

avec comme nouvelle variable indépendante le champ $\vec{\phi}$ qui sera notre champ de pion avec la notation :

$$\phi = \sqrt{\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2} \quad \hat{\phi} = \vec{\phi} / \phi \quad (\text{IV.22})$$

Insistons sur l'arbitraire du choix (IV.21). Si on remplaçait ϕ par $g(\phi)$ la contrainte $\sigma^2 + \vec{\pi}^2 = f_\pi^2$ serait toujours satisfaite. Par exemple le choix original de Weinberg¹⁷ :

$$g(\phi) = 2 \int_{\pi} \text{Arctg}(\phi/4f_\pi)$$

est aussi très souvent utilisé. Il correspond au changement de variable :

$$\sigma = \int_{\pi} (\phi^2/4f_\pi^2 - 1) / (1 + \phi^2/4f_\pi^2) \quad , \quad \vec{\pi} = \vec{\phi} / (1 + \phi^2/4f_\pi^2) \quad (\text{IV.23})$$

J'ai choisi de travailler avec (IV.21) car c'est la définition qui a été utilisée dans les premiers modèles de sacs à symétrie chirale²³. Le lecteur pourra vérifier que l'on obtient les mêmes théorèmes de basse énergie en partant de (IV.23).

En fonction de $\vec{\phi}$ le Lagrangien s'écrit maintenant :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\Psi} \gamma \cdot \partial \Psi - g \int_{\pi} \bar{\Psi} e^{i\gamma^5 \tau \cdot \vec{\phi} / f_\pi} \Psi \\ & + \frac{f_\pi^2}{2} \left(\partial_r \cos(\phi/f_\pi) \partial^r \cos(\phi/f_\pi) + \partial_r \hat{\phi} \sin(\phi/f_\pi) \cdot \partial^r \hat{\phi} \sin(\phi/f_\pi) \right) \quad (\text{IV.24}) \end{aligned}$$

(Le terme $V(f_\pi^2)$ peut être ignoré puisqu'il est constant).

Maintenant si nous procédons à un nouveau changement de variable :

$$\Psi = e^{-i\gamma_5 \vec{c} \cdot \vec{\Phi} / 2f_\pi} \Psi_w \quad (\text{IV.25})$$

en posant :

$$g f_\pi = M \quad (\text{IV.26})$$

nous obtenons le Lagrangien du modèle σ non linéaire :

$$\mathcal{L} = i \bar{\Psi}_w \gamma \cdot \mathcal{D} \Psi_w - M \bar{\Psi}_w \Psi_w + \frac{1}{2} \mathcal{D}_r \vec{\Phi} \mathcal{D}^r \vec{\Phi} + \frac{1}{2f_\pi} \bar{\Psi} \gamma^r \gamma^5 \vec{c} \cdot \Psi \cdot \mathcal{D}_r \vec{\Phi} \quad (\text{IV.27})$$

où on a défini les dérivées "covariantes" :

$$\mathcal{D}_r \vec{\Phi} = \hat{\Phi} \partial_r \Phi + f_\pi \sin(\Phi/f_\pi) \partial_r \hat{\Phi} \quad (\text{IV.28})$$

$$\mathcal{D}_r \Psi_w = \partial_r \Psi_w + \frac{i}{2f_\pi} \lg(\Phi/2f_\pi) \vec{c} \cdot \hat{\Phi} \times \mathcal{D}_r \vec{\Phi} \Psi_w \quad (\text{IV.29})$$

En fonction des champs Ψ_w et $\vec{\Phi}$ le Lagrangien a une forme plutôt compliquée, mais il a l'avantage d'autoriser une masse non nulle M pour Ψ_w tout en respectant la symétrie chirale. Evidemment la réalisation de celle-ci sur Ψ_w et $\vec{\Phi}$ est devenue non linéaire. Si les transformations vectorielles ont la même forme que (IV.1) et (IV.14) :

$$\Psi_w \longrightarrow \Psi_w + i \frac{\vec{\varepsilon} \cdot \vec{c}}{2} \Psi_w \quad (\text{IV.30})$$

$$\vec{\Phi} \longrightarrow \vec{\Phi} - \vec{\varepsilon} \times \vec{\Phi} \quad (\text{IV.31})$$

(heureusement d'ailleurs car il faut bien que Ψ_w et $\vec{\Phi}$ décrivent des particules d'isospin 1/2 et 1 !), par contre dans une transformation axiale on a :

$$\Psi_w \longrightarrow \Psi_w + \frac{i}{2} \lg(\Phi/2f_\pi) \vec{\varepsilon} \cdot \vec{c} \times \hat{\Phi} \Psi_w \quad (\text{IV.32})$$

$$\vec{\Phi} \longrightarrow \vec{\Phi} + \vec{\varepsilon} f_\pi + f_\pi (\vec{\varepsilon} \times \hat{\Phi}) \times \hat{\Phi} \left(1 - \frac{\Phi}{f_\pi} \omega \lg(\Phi/f_\pi)\right) \quad (\text{IV.33})$$

Notons à ce propos la loi de transformation des dérivées covariantes (transformations axiales) :

$$\mathcal{D}_r \Psi_w \longrightarrow \mathcal{D}_r \Psi_w + \frac{i}{2} \lg(\Phi/2f_\pi) \vec{\varepsilon} \cdot \vec{c} \times \hat{\Phi} \mathcal{D}_r \Psi_w \quad (\text{IV.34})$$

$$\mathcal{D}_r \vec{\Phi} \longrightarrow \mathcal{D}_r \vec{\Phi} + \lg(\Phi/2f_\pi) (\vec{\varepsilon} \times \hat{\Phi}) \times \mathcal{D}_r \vec{\Phi} \quad (\text{IV.35})$$

qui permet de vérifier facilement l'invariance de \mathcal{L} .

Finalement il nous reste à tenir compte du caractère approché de la symétrie chirale. Cela doit se manifester dans le Lagrangien par un terme $\mathcal{L}_{S.B.}$ qui s'annule avec m_π et qui n'est pas invariant. La symétrie chirale n'impose aucune contrainte à ce terme supplémentaire, donc le plus simple est le meilleur. On choisit :

$$\mathcal{L}_{S.B.} = - m_\pi^2 \vec{\Phi}^2 / 2 \quad (\text{IV. 36})$$

de sorte que m_π correspond bien à la masse (nue) du pion. Pour le voir il suffit d'examiner l'équation du mouvement libre pour $\vec{\Phi}$ que l'on peut dériver de $\mathcal{L} + \mathcal{L}_{S.B.}$.

Pour terminer la définition du modèle il reste à dériver les courants vectoriel et axial générés par les transformations (IV.32) et (IV.33). Après un calcul abominable on trouve :

$$\begin{aligned} \vec{V}_\nu = & \bar{\Psi}_w \gamma_\nu \left(\cos(\phi/f_\pi) \frac{\vec{\Sigma}}{2} + \sin^2(\phi/2f_\pi) \vec{e} \cdot \hat{\Phi} \hat{\Phi} - \gamma_5 \sin(\phi/f_\pi) \vec{e} \times \hat{\Phi} / 2 \right) \Psi_w \\ & + f_0^2 (\phi/f_\pi) \vec{\Phi} \times \partial_\nu \vec{\Phi} \end{aligned} \quad (\text{IV. 37})$$

$$\begin{aligned} \vec{A}_\nu = & \bar{\Psi}_w \gamma_\nu \gamma_5 \left(\cos(\phi/f_\pi) \frac{\vec{\Sigma}}{2} + \sin^2(\phi/2f_\pi) \vec{e} \cdot \hat{\Phi} \hat{\Phi} - \gamma_5 \sin(\phi/f_\pi) \vec{e} \times \hat{\Phi} / 2 \right) \Psi_w \\ & + \frac{f_\pi^2}{2} \sin(2\phi/f_\pi) \partial_\nu \hat{\Phi} + f_\pi \hat{\Phi} \partial_\nu \phi \end{aligned} \quad (\text{IV. 38})$$

et en utilisant les équations du mouvement complètes pour Ψ_w et $\vec{\Phi}$ on peut vérifier que les courants vérifient :

$$\partial^\nu \vec{V}_\nu = 0 \quad ; \quad \partial^\nu \vec{A}_\nu = - m_\pi^2 \int_\pi \vec{\Phi} \quad (\text{IV. 39})$$

La divergence du courant axial s'annule donc bien avec m_π^2 . Le fait qu'elle soit proportionnelle à $\vec{\Phi}$ vient uniquement du choix (IV.36) pour $\mathcal{L}_{S.B.}$ et n'a rien à voir avec l'hypothèse PCAC qui stipule seulement que $\partial^\nu \vec{A}_\nu$ s'annule avec m_π^2 .

V. APPLICATIONS

1) L'approximation en arbre

Cette approximation revient à calculer les amplitudes à partir de \mathcal{L} en ne retenant que les diagrammes sans boucles, c'est-à-dire qui ne contiennent pas d'intégrations sur les impulsions. Cette approximation a l'avantage de respecter la symétrie chirale et donc de reproduire automatiquement ses conséquences, c'est-à-dire les théorèmes de basse énergie². Dans la pratique cela revient à développer \mathcal{L} en puissances de ϕ/ρ_π et à calculer les amplitudes en perturbation en s'arrêtant à l'ordre significatif le plus bas en $1/\rho_\pi$. Par exemple pour la photo-production c'est l'ordre $1/\rho_\pi$ tandis que pour la diffusion $\bar{K}-N$ ou $\bar{K}-\bar{K}$ c'est l'ordre $1/\rho_\pi^2$. Avant de passer aux applications il convient de faire une mise en garde : les théorèmes de basse énergie sont en général des relations entre des amplitudes contenant un nombre différent de pions. L'exemple de l'électroproduction traité dans le Chapitre III l'illustre bien. Le résultat apparaît sous la forme :

$$\text{Amplitude} = \frac{1}{\rho_\pi} [\text{courant axial} + \dots] \quad (\text{V.1})$$

On obtiendra le même résultat avec le Lagrangien effectif, mais avec, dans le membre de droite de (V.1), le courant axial du modèle. En particulier les valeurs des constantes de couplage $G_A, G_M \dots$ ne sont en général pas les valeurs mesurées car la symétrie chirale ne dit rien sur elles. Cela dépend essentiellement de l'interprétation que l'on donne au modèle. Si on considère que Ψ_w décrit le nucléon, alors on a $G_A(\theta) = 1, G_M(\theta) = 1$. Par contre on peut aussi considérer que Ψ_w décrit les quarks en remplaçant le terme de masse par un potentiel confinant. Le nucléon a alors une structure et les constantes ne sont plus les mêmes. On trouve par exemple²⁴ $G_A(\theta) = 1.09$. Intuitivement il est plus logique d'opter pour l'interprétation en quarks et bon nombre de modèles^{18,23} ont développé cette idée, avec un succès honorable. Cependant cette approche n'est pas admise par tout le monde, en particulier les partisans du Skyrminion qui attribuent toute la structure du nucléon à des configurations compliquées du champ de pion²⁵. La polémique étant loin d'être terminée, il est naturel qu'un cours ne prenne pas parti pour l'une ou l'autre tendance. De plus, l'exposé des modèles de quarks avec symétrie chirale nous emmènerait beaucoup plus loin que le but de ce cours. Donc, tout en gardant à l'esprit les limitations exposées ci-dessus, nous considérerons Ψ_w comme le champ des nucléons. (Avec un peu d'expérience, il est assez facile de repérer à quel endroit il faut introduire les constantes de couplage physiques à la place de celles du modèle).

2) Diffusion pion-nucléon au seuil

Le but est de retrouver la formule de Weinberg-Tomozawa²⁶ qui est un des grands classiques de la symétrie chirale. Pour cela nous avons besoin du Lagrangien développé à l'ordre $1/\rho_\pi^2$.

(A partir de maintenant Ψ_w est noté Ψ)

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}_I + \mathcal{L}_{II} \quad (\text{V.2})$$

$$\mathcal{L}_0 = i \bar{\Psi} \gamma_0 \partial_t \Psi - M \bar{\Psi} \Psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \vec{\phi} \cdot \partial^\mu \vec{\phi} - \frac{m_\pi^2}{2} \vec{\phi}^2 \quad (\text{V.3})$$

$$\mathcal{L}_I = \frac{1}{2f_\pi} \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma^5 \vec{z} \Psi \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} \quad (\text{V.4})$$

$$\mathcal{L}_{II} = -\frac{1}{4f_\pi^2} \bar{\Psi} \gamma^\mu \vec{z} \Psi \cdot \vec{\Phi}_\mu \partial_\nu \vec{\Phi} + \frac{1}{6f_\pi^2} (\Phi^2 \partial_\mu \vec{\Phi} \partial^\mu \vec{\Phi} - \vec{\Phi} \cdot \partial_\mu \vec{\Phi} \vec{\Phi} \cdot \partial^\mu \vec{\Phi}) \quad (\text{V.5})$$

Le dernier terme dans \mathcal{L}_{II} donne la diffusion $\pi \cdot \pi$, mais ne contribue pas à la diffusion $\pi.N$ dans l'approximation en arbre. On a donc deux termes d'interaction : \mathcal{L}_I qui ne contient qu'un seul champ de pion doit être itéré une fois pour contribuer à la diffusion tandis que \mathcal{L}_{II} contribue directement dans l'approximation de Born. En termes de graphes \mathcal{L}_I donne les termes de Born (sous la forme final \leftarrow initial)



tandis que \mathcal{L}_{II} donne le terme de "seagull" :



Si on écrit l'élément de matrice S pour la diffusion :

$$\pi^\alpha(k) + N(p) \longrightarrow \pi^{\alpha'}(k') + N(p')$$

sous la forme habituelle :

$$\langle \pi^{\alpha'}(k') N(p') | S | \pi^\alpha(k) N(p) \rangle = \delta_{(\alpha,\alpha')} \delta^4(k-k') \delta^4(p-p') - (2\pi)^4 \delta^4(p_f - p_i) T \quad (\text{V.6})$$

alors en posant :

$$N = (2\pi)^{-6} (M^2 / p^0 p'^0 2k^0 2k'^0)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{V.7})$$

le terme de Born donne la contribution suivante à \mathbb{T} : (Voir Réf. 5, Appendice B)

$$\mathbb{T}(\text{Born}) = \frac{N}{4p_i^2} \left[\bar{U}(p') \gamma^\mu (i k_\mu) \gamma^\nu \tau^{\alpha'} \frac{1}{\delta(p+k)-M} \gamma^\rho (-i k_\rho) \gamma^\sigma \tau^\alpha U(p) \right. \\ \left. + \bar{U}(p') \gamma^\mu (-i k_\mu) \gamma^\nu \tau^\alpha \frac{1}{\delta(p-k')-M} \gamma^\rho (-i k'_\rho) \gamma^\sigma \tau^{\alpha'} U(p) \right] \quad (\text{V.8})$$

Si on définit les amplitudes symétrique \mathbb{T}^+ et antisymétrique \mathbb{T}^- par :

$$\mathbb{T} = \delta_{\alpha\alpha'} \mathbb{T}^+ + i \varepsilon_{\alpha\alpha'\alpha''} \tau_{\alpha''} \mathbb{T}^- \quad (\text{V.9})$$

alors on obtient, au seuil :

$$\mathbb{T}^+(\text{Born}) = \frac{m_\pi N}{p_\pi^2} \frac{M m_\pi}{4M^2 - m_\pi^2} \quad (\text{V.10})$$

$$\mathbb{T}^-(\text{Born}) = - \frac{m_\pi N}{2p_\pi^2} \frac{m_\pi^2}{4M^2 - m_\pi^2} \quad (\text{V.11})$$

tandis que la contribution de \mathcal{L}_π donne simplement :

$$\mathbb{T}(\text{seag}) = \frac{N}{4p_\pi^2} \bar{U}(p') \gamma^\mu \varepsilon_{\alpha\alpha'\alpha''} \tau^{\alpha''} (-i k'_\mu - i k_\mu) U(p)$$

et donc au seuil :

$$\mathbb{T}^+(\text{seag}) = 0 \quad (\text{V.12})$$

$$\mathbb{T}^-(\text{seag}) = - \frac{m_\pi N}{2p_\pi^2} \quad (\text{V.13})$$

On voit en comparant (V.10), (V.11) et (V.13) que le terme dominant lorsque $m_\pi \rightarrow 0$ est $\mathbb{T}^-(\text{seag})$. Les termes de Born s'annulent par rapport à ce dernier. Ceci est évidemment dû au couplage pseudo-vectorel qui lui-même est imposé par la symétrie chirale. Le fait que $\mathbb{T}^+/\mathbb{T}^-$ tende vers zéro dans la limite chirale est connu sous le nom de relation de consistance d'Adler²⁷ et provient directement de la conservation du courant axial. C'est une contrainte que doit respecter n'importe quel calcul consistant avec la symétrie chirale. Par exemple si on utilisait un couplage pseudo-scalaire pour calculer les termes de Born la relation de consistance d'Adler ne serait pas satisfaite. Ceci se comprend très facilement si on retourne au point de départ du modèle, éq. (IV.19) : le couplage pseudo-scalaire est accompagné d'un couplage au champ \mathbb{G} qui est indispensable pour maintenir la symétrie (voir éq. (IV.18)) et la

contribution de ce couplage vient exactement compenser celle des termes de Born P.S., lorsque m_π tend vers zéro.

3) Longueurs de diffusion. Formule de Tomozawa-Weinberg

Si on définit les variables du centre de masse (dans l'approximation non relativiste) :

$$\vec{P} = \vec{p} + \vec{k} \quad \vec{q} = \frac{M}{M+m_\pi} \vec{k} - \frac{m_\pi}{M+m_\pi} \vec{p}$$

$$E = \frac{P^2}{2(M+m_\pi)} \quad \frac{1}{P} = \frac{1}{M} + \frac{1}{m_\pi}$$

la matrice S (éq. (V.6)) s'écrit :

$$\langle 1S | \rangle = \delta(\vec{P} - \vec{P}') \frac{\delta(q-q')}{q^2} \left(\delta(\hat{q} - \hat{q}') - i(2\pi)^4 \mu q \Gamma \right)$$

Le développement en onde partielle de l'expression entre parenthèse définit les déphasages. Dans l'onde $\ell=0$ on a simplement :

$$\frac{1}{4\pi} e^{2i\delta^t} = \frac{1}{4\pi} - i(2\pi)^4 \mu q \frac{1}{4\pi} \int d\hat{q} \Gamma^t \quad (\text{V.14})$$

où t distingue les deux états d'isospin possibles

On en déduit les longueurs de diffusion :

$$a^t = -(2\pi)^3 \mu \Gamma^t(\vec{q}=0) \quad (\text{V.15})$$

On définit les longueurs de diffusion symétrique et antisymétrique :

$$a^\pm = -(2\pi)^3 \mu \Gamma^\pm(\vec{q}=0) \quad (\text{V.16})$$

La relation entre a^\pm et a^t est :

$$3a^+ = a^s + 2a^3 \quad 3a^- = a^s - a^3 \quad (\text{V.17})$$

et en combinant (V.10) ... (V.13) et (V.16) on obtient, en définissant la longueur L :

$$L = \frac{m_\pi}{8\pi \int_0^\infty p^2} = 0.09 m_\pi^{-1} \quad (\text{V.18})$$

$$a^- = L \frac{1}{1 + m_\pi/M} \left(1 + \frac{m_\pi^2}{4M^2 - m_\pi^2} \right) \sim \frac{L}{1 + m_\pi/M} \quad (\text{V.19})$$

$$a^+ = -L \frac{1}{1 + m_\pi/M} \frac{2M m_\pi}{4M^2 - m_\pi^2} \sim - \frac{L}{1 + m_\pi/M} \frac{m_\pi}{2M} \quad (\text{V.20})$$

L'équation (V.19) est la formule de Weinberg-Tomozawa. Expérimentalement on a ²⁹ :

$$a^- = 0.102 \pm 0.0071 m_\pi^{-1} \quad a^+/a^- = -0.01 \pm 0.03$$

ce qui montre qu'expérimentalement la relation de consistance d'Adler est bien vérifiée. A partir des équations (V.18), (V.19) on obtient :

$$a^- = 0.08 m_\pi^{-1} \quad a^+/a^- = -0.07$$

Insistons sur le fait que seuls les termes dominants lorsque m_π tend vers zéro sont réellement fixés par la symétrie chirale. Les corrections dépendent explicitement du modèle choisi. Par exemple dans un modèle à base de quarks, la contribution des états excités donnerait des corrections en $m_\pi/(M^2 - M)$ alors que dans le modèle à base de nucléons elles sont toujours de la forme m_π/M . Le fait qu'expérimentalement a^+/a^- soit très proche de zéro indique que la limite chirale est meilleure que ne le suggère l'estimation (V.20). En fait il est plausible que d'autres corrections, non prédites par ce modèle particulier, viennent compenser en grande partie l'équation (V.20). Dans ce problème la symétrie chirale ne nous dit rien et c'est la dynamique propre au modèle qui entre en jeu.

4) Commentaires

Il y a de nombreuses applications du Lagrangien effectif (IV.27) et des courants qui lui sont associés (IV.37,38). Le développement du paragraphe précédent devrait convaincre le lecteur qu'il ne s'agit finalement que d'appliquer la théorie des perturbations après avoir fait le développement en Φ/g_π . Un exercice particulièrement intéressant pour la physique nucléaire est de calculer les amplitudes de production d'un pion par un courant axial ou vectoriel puisque cela permet de construire les courants d'échange dans les noyaux. Il me semble superflu de traiter ce problème en détail car il est très semblable à celui de la diffusion $\bar{K}-N$. Cependant il est bon de faire quelques commentaires pour guider le lecteur désireux de faire le calcul.

Comme il y a un pion en jeu il faut développer le Lagrangien et les courants à l'ordre $1/g_\pi$. Dans le calcul de l'amplitude on aura des graphes de "seagull" provenant des termes du genre :

$$\bar{\Psi} \gamma^\mu \vec{z} \Psi \times \vec{\Phi} \quad , \quad \bar{\Psi} \gamma^\mu \gamma^5 \vec{z} \Psi \times \vec{\Phi}$$

et des graphes dits de "pôle de pion" parce que le courant est attaché au pion en vol. L'ensemble constitue le terme dit de pion mou et c'est le terme de seagull qui domine. Il y a aussi les termes de Born où le courant est attaché au nucléon, celui-ci émettant un pion par l'interaction :

$$\bar{\Psi} \gamma^{\mu} \gamma^5 \vec{e} \Psi \cdot \partial_{\mu} \vec{\phi}$$

Dans la limite des pions mous ces termes sont négligeables, comme dans la diffusion $\pi-N$. Lorsqu'on s'intéresse aux courants d'échange on peut les inclure puisque le pion échangé a une impulsion non nulle, mais ce sont des corrections. Bien que cela fasse partie du folklore des courants d'échange, il faut peut-être rappeler à ce propos que dans le terme de Born la partie d'énergie positive (c'est-à-dire avec un nucléon dans l'état intermédiaire au lieu d'un nucléon plus une paire nucléon-antinuécléon) doit être ignorée car elle est déjà contenue, à travers la fonction d'onde, dans l'approximation d'impulsion. Finalement, il ne faut pas oublier que le courant d'échange ainsi obtenu correspond à $G_A(q = G_M) = 1$. Ceci n'est pas dramatique dans la mesure où on sait retrouver la trace des constantes. Par exemple l'élément de matrice de l'opérateur :

$$\bar{\Psi} \gamma^{\mu} \vec{e} \Psi$$

peut être identifiée avec le courant vectoriel du nucléon, ce qui permet d'introduire les constantes de couplage correctes. Bien que la manoeuvre ne soit pas très propre on pourrait la justifier à partir des modèles de quarks.

Pour finir, faisons une mise au point sur le problème du "terme de paire en couplage γ^5 ". Ceux qui s'intéressent aux courants d'échange le voient régulièrement présenté comme le terme dominant le courant d'échange vectoriel, alors que si on fait le calcul avec le Lagrangien chirale (IV.17) le terme de paire n'est qu'une correction puisque le couplage est de type $\gamma^{\mu} \gamma^5$. Cela engendre une certaine confusion et les non spécialistes ne savent plus à quel couplage se vouer. L'explication est pourtant simple : dans la limite de la symétrie chirale le terme de paire (c'est-à-dire nucléon + paire nucléon-antinuécléon dans l'état intermédiaire) en couplage γ^5 est égal au terme de seagull plus le terme de paire en couplage $\gamma^{\mu} \gamma^5$ (qui est une correction). Cette identité est un ACCIDENT et on peut trouver son origine en remontant au modèle σ -linéaire, éq. (IV.19). Dans ce modèle il y a un couplage γ^5 au pion et un couplage au champ σ , mais ce dernier n'intervient pas dans le courant vectoriel (éq. (IV.20)). Donc, dans ce cas particulier, tout se passe comme si non n'avait qu'un couplage γ^5 au pion et l'amplitude est donnée par le terme de paire correspondant. Mais en général, un simple couplage γ^5 donne un résultat FAUX (c'est-à-dire violant la symétrie chirale) s'il n'est pas accompagné par le couplage au champ σ . C'est ce qui se passe dans la diffusion de pions et dans la production de pion par la partie spatiale du courant axial. Dans ce cas le champ σ intervient et compense justement le terme de paire ! Ce qui reste est égal au terme de Seagull qui donne directement le bon résultat.

APPENDICE

Dans ce cours on utilise la convention d'Einstein et les notations sont les suivantes :

1) Unités : $\hbar = c = 1$

2) Indices : espace-temps $\mu = 0, \dots, 3$
espace $i = 1, \dots, 3$

3) Métrique : $g^{00} = -g^{ii} = 1$

4) Vecteurs : $a^\mu = a^0, a^i$ $a_\mu = g_{\mu\nu} a^\nu$ $\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu}, \vec{\nabla}$

5) Produits scalaires : $a \cdot b = a_\mu b^\mu = a^0 b^0 - \vec{a} \cdot \vec{b}$
 $\vec{a} \cdot \vec{b} = a^i b^i$

6) Matrices de Dirac : γ^μ $\mu = 0, \dots, 3$

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu}, \quad \gamma^5 = \gamma_5 = i\gamma^0 \gamma^1 \gamma^2 \gamma^3, \quad \gamma^0 \vec{\gamma} = \gamma^5 \vec{\sigma}$$

$$\gamma^0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \vec{\gamma} = \begin{bmatrix} 0 & \vec{\sigma} \\ -\vec{\sigma} & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \gamma_5 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

REFERENCES

1. M.L. Goldberger and S.M. Treiman, Phys. Rev. 111 (1958) 354.
2. Currents in Hadron Physics, V. de Alfaro et al., North-Holland P.C., Amsterdam (1973).
3. Current Algebras and Applications to Particle Physics, S.L. Adler and R.F. Dashen, W.A. Benjamin Inc., New York (1968).
4. Chiral Dynamics, B.W. Lee, Gordon and Breach Sc. Publishing, New York (1972).
5. Relativistic Quantum Fields, J.D. Bjorken and S.D. Drell, McGraw-Hill Book Company, New York (1965).
6. Par exemple : Quantum Chromodynamics, F.J. Yndurain, Springer Verlag, New York (1983).
7. G.A. Christos, Phys. Rep. 116 (1984) 251.
8. Par exemple : Weak Interactions, D. Bailin and Adam Hilger, Adam Hilger Ltd, Bristol BS1 6NX (1977).
Weak Interactions, E.D. Commins, McGraw-Hill Book Company, New York (1973).
9. D.H. Wilkinson, Nucl. Phys. A377 (1982) 474.
10. N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. 10 (1963) 531.
11. Y.K. Lee et al., Phys. Rev. Lett. 10 (1963) 253.
W. Kaina et al., Phys. Lett. 70B (1977) 411.
P. Depommier et al., Nucl. Phys. B4 (1968) 189.
12. M. Gell-Mann, Physics 1 (1964) 63.
13. O. Dumbrajs et al., Nucl. Phys. B216 (1983) 277 et Réf. 9 .
14. G. Bardini et al., Nucl. Phys. A352 (1981) 365.
15. J. Goldstone, Nuov. Cim. 19 (1961) 154. Pour une discussion détaillée du problème voir :
Elements of Quantum Mechanics of Infinite Systems, F. Strocchi, World Scientific, Singapore (1985).
16. Pion Electroproduction, E. Amaldi et al., Springer Verlag, New York (1979).
17. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 18 (1967) 188.
18. A.W. Thomas, Adv. Nucl. Phys. 13 (1984) 1.
19. T.H. Skyrme, Proc. Roy. Soc. London A260 (1961) 127.
20. Y. Nambu and G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122 (1961) 345.
21. A. Le Yaouanq et al., Phys. Rev. D29 (1984) 1233.
22. M. Gell-Mann and M. Levy, Nuov. Cim. XVI (1960) 53.
23. A. Chodos and C.B. Thorn, Phys. Rev. D12 (1975) 2733,
T. Inone and T. Maskawa, Prog. Th. Phys. 54 (1975) 1833, voir aussi Réf. 18 .
24. A. Chodos et al., Phys. Rev. D10 (1974) 2599.
25. I. Zahed and G.E. Brown, Phys. Reports to be published.
26. S. Weinberg, Phys. Rev. Lett. 17 (1966) 616.
27. S.L. Adler, Phys. Rev. B139 (1965) 1638.
28. V.S. Zidell et al., Phys. Rev. D21 (1980) 1289.

TRAITEMENT DYNAMIQUE DES SYMETRIES :
BRISURE ET RESTAURATION

P. SCHUCK

Institut des Sciences Nucléaires de Grenoble

Résumé :

Les brisures (spontanées) de symétrie sont d'abord expliquées et leurs implications physiques discutées pour des systèmes infinis. La relation avec les transitions de phases est indiquée. Ensuite la spécificité des brisures de symétrie dans les systèmes finis et notamment dans les noyaux est abordée et illustrée en détail pour l'invariance de translation sur un modèle très simplifié mais exactement soluble. La méthode de projection (restauration de symétrie) est expliquée dans le cas statique et appliquée au modèle. La brisure de symétrie dans le cas dynamique et notamment la discussion d'un mode mou qui enclenche la brisure de symétrie sont expliquées dans le cas de la superfluidité et à nouveau un modèle exactement soluble est introduit. Le mode de Goldstone est traité en détail. Quelques remarques sur les analogies dans la brisure de la symétrie chirale sont faites. Quelques développements récents dans la restauration de symétrie sont brièvement expliqués.

Abstract :

First symmetry breaking (spontaneous) is explained and the physical implication discussed for infinite systems. The relation with phase transitions is indicated. Then the specific aspects of symmetry breaking in finite systems is treated and illustrated in detail for the case of translational invariance with the help of an oversimplified but exactly solvable model. The method of projection (restauration of symmetry) is explained for the static case and also applied to the model. Symmetry breaking in the dynamical case and for instance the notion of a soft mode responsible for the symmetry breaking is discussed in the case of superfluidity and another exactly solvable model is introduced. The Goldstone mode is treated in detail. Some remarks on analogies with the breaking of chiral symmetry are made. Some recent developments in the theory of symmetry restoration are briefly outlined.

I. INTRODUCTION

En physique nucléaire, on travaille habituellement avec des Hamiltoniens (exemple : modèle en couches) qui brisent explicitement un certain nombre de symétries qui sont par contre conservées par l'Hamiltonien de départ, c'est-à-dire :

$$H = \sum_{\alpha\beta} t_{\alpha\beta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta} + \frac{1}{4} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} \bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta} a_{\alpha}^{\dagger} a_{\beta}^{\dagger} a_{\delta} a_{\gamma} \quad (1)$$

où t est l'énergie cinétique et $\bar{v}_{\alpha\beta\gamma\delta}$ l'élément de matrice antisymétrisé de l'interaction entre deux nucléons. Nous avons

$$[H, \hat{P}] = [H, \hat{J}^2] = [H, \hat{N}] = [H, \hat{\Phi}] = \dots = 0 \quad (2)$$

où \hat{P} , \hat{J} , \hat{N} , $\hat{\Phi}$, ... sont respectivement les opérateurs du moment total (invariance par translation), du moment cinétique (invariance par rotation), du nombre de particules (bon nombre de particules) et de la parité (bonne parité), etc. L'Hamiltonien du modèle en couches, c'est-à-dire de Hartree-Fock (h^{HF}) ou de Hartree-Fock-Bogoliubov (h^{HFB}) peut briser toutes ces symétries :

$$[h^{HF}, \hat{P}] \neq 0; [h^{HF}, \hat{J}^2] \neq 0; [h^{HFB}, \hat{N}] \neq 0; [h^{HF}, \hat{\Phi}] \neq 0; \dots \quad (3)$$

L'Hamiltonien du modèle en couches brise toujours la symétrie de translation; en plus, il peut briser la symétrie de rotation (noyaux déformés), ne pas conserver un bon nombre de particules (noyaux superfluides), ne pas être invariant par rapport à un changement de parité (noyaux avec une déformation octupolaire), etc...

Pendant le cours, nous allons insister sur le fait que toutes ces brisures de symétries sont intimement liées à ce que l'on appelle les transitions de phases qui, elles, sont déclenchées par un mode collectif qui devient (en fonction d'un paramètre physique) de plus en plus mou.

Ainsi, on peut s'imaginer que la brisure de l'invariance de translation est liée à la transition de phase gaz-liquide et au processus de fragmentation qui, elle, est déclenchée par des fluctuations de densité dans le gaz.

La brisure de l'invariance rotationnelle est liée à la transition sphérique-déformée qui est déclenchée par un mode mou qui est la vibration quadrupolaire de la surface.

La transition normale-superfluide brise la conservation du nombre de particules et est déclenchée par le mode mou dite de vibration des paires, etc.

Il faut tout de suite rappeler que la notion de transition de phases est strictement valable uniquement dans un système infini (c'est-à-dire macroscopique) et que dans des systèmes

finis, c'est-à-dire avec un petit nombre de particules, les transitions de phases sont toujours plus ou moins lavées. Ainsi, travailler avec des Hamiltoniens qui brisent les symétries (voir eq. (3)) n'a un sens et peut éventuellement nous amener à une description "exacte" du système que pour les systèmes macroscopiques (penser à des gouttes macroscopiques de He^3 liquide). Pour des systèmes à un nombre de plus en plus petit de particules, l'introduction d'un Hamiltonien qui brise les symétries a de moins en moins un sens. Néanmoins, comme nous le savons, même pour des noyaux si petits que $A \approx 20$ le modèle en couche peut être encore une approximation très valable.

Ceci nous amène à la question de savoir si travailler avec un Hamiltonien qui brise un certain nombre de symétries peut être une bonne approximation et si surtout, lorsque $A \rightarrow \infty$, nous pouvons avoir une théorie avec symétrie brisée qui devient de plus en plus précise et qui peut devenir exacte, ce que nous allons démontrer dans le cadre de certains modèles.

Pendant le cours, nous allons aussi développer des notions intimement liées à tout processus de brisure de symétrie. Ce sera surtout le cas pour l'Hamiltonien du champ moyen (c'est à dire h^{HF}) qui brise une symétrie et qui correspond à un Hamiltonien intrinsèque du système. Nous allons parler de la brisure spontanée de symétrie (et en fait tous les exemples que nous venons de citer plus haut correspondent à des brisures spontanées de symétries) et également du mode de Goldstone qui lui est associé.

Pour des petits nombres de particules où l'approximation du champ moyen devient de plus en plus mauvaise, il peut s'avérer nécessaire de restaurer les symétries; nous allons démontrer comment cela peut se faire dans la pratique.

Plus précisément, le plan du cours est le suivant. Dans le chapitre 2, nous ferons des remarques générales sur les brisures de symétries et surtout des illustrations concernant la brisure de la symétrie de translation sont données. Le chapitre 3 nous montre les implications de la brisure de symétrie pour des systèmes finis en utilisant un modèle exactement soluble. Le chapitre 4 parle des techniques de restauration de bonnes symétries dans le cas statique et le chapitre 5 est consacré aux aspects dynamiques et aux modes mous qui sont responsables de la brisure de symétrie. Dans le chapitre 6, quelques développements récents dans la théorie de la restauration de symétrie seront brièvement abordés.

2. REMARQUES GENERALES SUR LES BRISURES DE SYMETRIE ET LA BRISURE DE LA SYMETRIE DE TRANSLATION

Dans un certain sens, la brisure de symétrie de translation est le cas le plus simple. Néanmoins, on doit se méfier parce que justement à cause de sa simplicité, on pourrait manquer de comprendre la vraie nature de la brisure spontanée de symétrie. Imaginons un gaz chaud de nucléons. Ce gaz montre un comportement typique d'un gaz de Van der Waals parce que la force nucléaire a une partie à courte portée répulsive et une partie à longue portée attractive. Dans la figure 1, nous montrons qualitativement la dépendance du grand potentiel

$$\Omega = E - TS - \mu A \quad (2.1)$$

en fonction de la densité pour une température donnée et pour plusieurs valeurs du potentiel chimique μ .

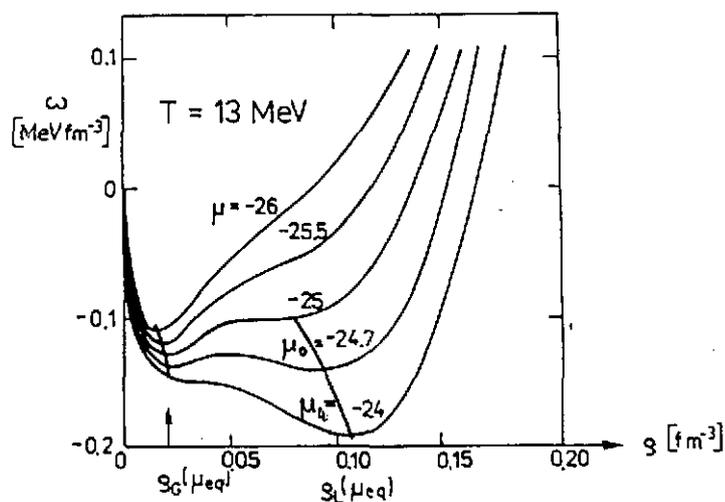


Fig. 1. Le grand potentiel $\omega = \Omega/A$ en fonction de la densité ρ pour plusieurs valeurs du potentiel chimique μ . La figure est celle de la réf. [1].

Le gaz est invariant par translation (nous supposons des conditions aux limites périodiques au bord du container macroscopique des A particules). Plaçons nous d'abord dans la situation $\mu = \mu_0$ et la densité du gaz est au voisinage de $\rho \approx \rho_G$ comme indiqué sur la figure. Imaginons que nous puissions agir sur le potentiel chimique et passons de $\mu = \mu_0$ à $\mu = \mu_4$. Le gaz "voit" maintenant une situation où, à une densité plus élevée, il pourrait gagner beaucoup d'énergie. Seulement le container a un volume V et un nombre de particules A donné, c'est à dire la densité $\rho_G = A/V$ est fixée. Comment le système va-t-il s'arranger pour gagner de l'énergie quand même ? Dans le gaz, il y a toujours des fluctuations de densité, c'est à dire localement dans l'espace et dans le temps il y a des endroits dans le gaz où la densité est plus élevée ou plus diluée que la moyenne. Ces fluctuations, de nature thermique ou quantique, ne sont pas invariantes par translation car localisées dans l'espace, mais à cela il n'y a rien d'anormal. Ces fluctuations vont et viennent c'est à dire qu'elles représentent des paquets d'ondes dépendants du temps; on peut se les imaginer aussi comme une superposition d'ondes de densité

$$\rho_{\vec{k}}(\vec{r}, t) = \rho_0 + b(t) \cos \vec{k} \cdot \vec{r} \quad (2.2)$$

Tout cela est tout à fait naturel car obéissant à l'équation de Schrödinger dépendant du temps. Si maintenant une de ces fluctuations locales de densité est suffisamment forte pour que le gain en énergie de volume surcompense le coût de l'énergie de surface, elle va s'amplifier jusqu'à ce qu'elle soit "tombée" dans le minimum de la figure 1 pour $\mu = \mu_4$ c'est à dire $\rho = \rho_L$. Comme le

nombre de particules reste fixe et le volume aussi, il s'est nécessairement formé une ou plusieurs gouttelettes de matière*

$$\rho(\vec{R}, \vec{r}, t) = \int d^3k f_{\vec{R}}(\vec{k}) \rho_{\vec{k}}(\vec{r}, t) \quad (2.3)$$

qui sont centrées autour de \vec{R} (prenez à titre d'exemple $f_{\vec{R}}(\vec{k}) = \cos \vec{k} \cdot \vec{R} e^{-k^2/k_0^2}$, habituellement on prendra $\vec{R} = 0$). Même si ce réservoir de particules est infini, il se forme toujours, d'abord à partir des fluctuations localisées (2.3) des gouttelettes qui grandissent, se réunissent jusqu'à ce que finalement tout le réservoir soit rempli de la phase liquide avec $\rho = \rho_L$.

A ce stade de la discussion, tout est encore en ordre parce que rien de plus normal que de former un paquet d'onde (2.3). Seulement si la masse de la gouttelette devient macroscopique (exemple : goutte de He^3 liquide) l'étalement du paquet d'onde (2.3) devient si lent qu'on peut le considérer comme inexistant (ce qui est strictement vrai lorsque la masse de la gouttelette tend vers l'infini); à ce moment le paquet (2.3) est devenu un état stationnaire. Cet état stationnaire brise explicitement la symétrie de translation. Les brisures de symétrie doivent en général toujours être comprises dans ce sens : elles correspondent à des paquets d'ondes qui n'ont pas la symétrie de l'Hamiltonien mais qui sont stationnaires à cause de la taille macroscopique du système. Ceci est vrai, comme nous allons le voir explicitement dans plusieurs cas de figures, pour la déformation, la superfluidité, l'aimantation dans un ferromagnétique, mais aussi pour la brisure de la chiralité du vide, etc...

Revenons à notre exemple de la translation qui comme je l'ai dit est dans un certain sens un cas simple qui peut introduire une mauvaise conception de la réalité. Car pour la translation il est, au moins en principe, toujours possible de raisonner sans la terminologie de transitions de phases et de la brisure de symétrie dont nous venons de parler : pour une gouttelette macroscopique on peut toujours transformer l'Hamiltonien (1.1) en coordonnées intrinsèques ξ_e et coordonnée de centre de masse

$$\vec{R} = \frac{1}{A} \sum_i \vec{r}_i \quad (2.4)$$

Avec

$$\frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} = \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial \vec{R}} + \sum_e \frac{\partial \xi_e}{\partial \vec{r}_i} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi_e}$$

nous obtenons pour (1.1) (écrit sans seconde quantification) :

* Il est clair que les noyaux se forment aussi et surtout par réactions nucléaires. En plus, les noyaux ne sont pas des objets macroscopiques. Néanmoins, nous poursuivons l'exemple de la transition gaz liquide parce qu'il est très illustratif.

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_i \left(\frac{\partial}{\partial \vec{r}_i} \right)^2 + V = \frac{\vec{P}^2}{2Am} + \sum_{cc'} D_{cc'}(\vec{F}) \pi_c \pi_{c'} + V(\vec{F}) \quad (2.5)$$

où

$$\vec{P} = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \vec{R}} \quad ; \quad \pi_c = \frac{\hbar}{i} \frac{\partial}{\partial \vec{F}_c} \quad ; \quad D_{cc'}(\vec{F}) = \sum_i \frac{\partial F_c}{\partial \vec{r}_i} \cdot \frac{\partial F_{c'}}{\partial \vec{r}_i} \quad (2.6)$$

et où nous avons utilisé le fait que $\sum_i (\partial/\partial \vec{r}_i) \xi_c = 0$ car les coordonnées intrinsèques dépendent uniquement des différences $\vec{r}_i - \vec{r}_j$.

Pour la partie intrinsèque, nous obtenons une équation de Schrödinger stationnaire pour les énergies propres de la gouttelette. Seulement l'exemple de la translation est le seul cas (à ma connaissance) où (pour un système macroscopique c'est à dire $A \rightarrow \infty$) une formulation d'une transition de phases en gardant la bonne symétrie soit possible d'une manière univoque par une séparation de coordonnées; cependant, une description en gardant la bonne symétrie de translation masque en quelque sorte le phénomène physique de la transition de phases décrite plus haut. Pour toutes les autres transitions de phases, il faut avoir recours à la formulation (2.3) et il est impossible, d'avoir une description autre que celle qui brise explicitement la symétrie.

Reprenons l'exemple (2.3) d'une gouttelette macroscopique de fermions. Il se trouve que tout comme pour le gaz un déterminant de Slater est une très bonne première approximation. Pour celle-ci, les fonctions d'ondes individuelles de H.F. ne sont évidemment plus des ondes planes mais des fonctions qui elles aussi brisent la symétrie de translation dans le sens que leur champ moyen dépend du centre de masse \vec{R} : c'est évidemment le modèle en couche pour une goutte macroscopique même si la goutte est si grande qu'en réalité le spectre est pratiquement continu.

D'après ce que nous venons de discuter, il devient aussi clair que d'autres notions fréquemment employées dans le concept de transitions de phases et de brisure de symétrie ont un sens : c'est notamment le cas pour la variable redondante du centre de masse; en effet, le paquet d'onde (2.3) est caractérisé en outre des 3 A coordonnées r_i des A particules qui sont contenues dans le paquet d'ondes par la coordonnée \vec{R} du centre de masse du paquet d'onde; comme le paquet d'ondes est stationnaire, nous pouvons résoudre une équation de Schrödinger indépendante du temps impliquant une variable redondante (\vec{R}) et néanmoins, au moins en principe, obtenir une solution exacte. Il devient évident que cette solution n'est pas à considérer, dans le sens habituel d'une fonction d'ondes stationnaire, fonction propre de l'Hamiltonien (1.1) mais elle décrit plutôt un système intrinsèque caractérisé par le centre de masse de la gouttelette. Ce qui n'empêche pas qu'elle peut décrire exactement l'état physique du système.

Pour un système macroscopique, la largeur du paquet d'ondes (2.3) dans la coordonnée \vec{R} est zéro, c'est à dire c'est une fonction de Dirac $\delta(\vec{R})$. C'est pour cela que une fois la taille macroscopique atteinte, c'est à dire la symétrie brisée, cela n'a plus de sens de vouloir décomposer le paquet d'ondes dans ses composantes individuelles. Seulement pour des transitions de phases géométriques comme la brisure de translation ou la déformation, on est toujours tenté de rétablir la symétrie par une transformation des 3A coordonnées r_i en (3A-3) coordonnées intrinsèques (ξ_1) et 3 coordonnées géométriques (centre de masse R_x, R_y, R_z ; angles d'Euler α, β, γ) Pour d'autres transitions de phases comme dans le cas de la superfluidité (qui implique pourtant une physique analogue) on aurait jamais l'idée d'éliminer la variable supplémentaire (l'angle de jauge) par une telle transformation car cet angle de jauge n'a rien à voir avec les coordonnées dans l'espace réel. Ceci illustre parfaitement que le concept des variables redondantes est intimement lié à la transition de phases et n'a rien d'artificiel.

Pour l'instant, nous n'avons parlé que des systèmes macroscopiques. Que se passe t il pour des systèmes aussi petits que les noyaux ? Etonnamment tous les concepts que nous venons d'écrire restent valables (dans le sens d'une bonne approximation) pour des systèmes très petits, de l'ordre de quelques dizaines de particules. Notamment, le concept du système intrinsèque est en quelque sorte à la base de la physique nucléaire et dès que l'on parle du modèle en couches ou de la théorie Hartree-Fock, on a implicitement formé ce paquet d'ondes dont le centre de masse peut être le centre de masse physique (translation) ou (en plus) les angles qui fixent l'orientation d'un noyau déformé ou l'angle de jauge qui fixe l'orientation dans un espace abstrait (superfluidité). Ce paquet d'ondes si on le mettait dans l'équation de Schrödinger dépendant du temps s'étalerait très vite (à cause du petit nombre de particules) mais les physiciens nucléaires qui utilisent le modèle en couches ou la théorie H.F. savent qu'il est apparemment une bonne approximation de négliger cet étalement et de faire comme s'il restait stationnaire. Les raisons de ce fait ne sont pas tout à fait éclaircies. D'autre part, il est néanmoins bien clair que ce concept ne peut être qu'une première approximation et bien souvent on est obligé en physique nucléaire de rétablir la bonne symétrie c'est à dire de filtrer du paquet d'ondes (2.3) qui, pour un système fini, aura une certaine largeur en \vec{R} et donc en \vec{P} la composante qui a le bon nombre quantique de l'impulsion totale. Ceci correspond à des techniques de projection qui compliquent énormément la théorie de Hartree-Fock et dont nous allons parler dans le prochain cours.

Résumons : La brisure de symétrie et la brisure spontanée de symétrie dont nous allons parler plus en détail plus loin peut être considérée comme une fluctuation locale dans l'espace et le temps, c'est à dire un paquet d'ondes comportant initialement peu de particules, qui pour des raisons énergétiques (voir figure 1) envahit tout le système et devient macroscopique. A ce moment, le paquet d'ondes caractérisé par sa position et son impulsion est piégé car il ne peut plus s'étaler et la brisure de symétrie devient permanente (symétrie spontanément brisée).

Comme généralement pour les systèmes de fermions, l'approximation de Hartree-Fock ou de H.F. dépendant du temps sont des bonnes approximation, il va de même pour un système avec symétrie brisée. Les fonctions d'ondes individuelles obéissent dans ce cas à une équation de Schrödinger à un corps avec symétrie intrinsèquement brisée caractérisée par une coordonnée (centre de masse du paquet d'ondes) comme le centre de gravité, les angles d'Euler, l'angle de jauge, etc...

Ce genre de raisonnement est valable pour des systèmes infinis c'est à dire dans la limite $A \rightarrow \infty$; mais même pour des objets aussi petits que les noyaux cela reste une très bonne première approximation et nous allons en étudier les implications et conséquences sur un petit modèle soluble mais très schématique dans le prochain chapitre.

3. ETUDE SUR UN MODELE SCHEMATIQUE

Considérons le modèle hyper-simplifié suivant : deux particules distinctes avec masses m_1 et m_2 interagissent avec une force harmonique (voir figure 2); en plus, on se place à 1 dimension et on considère des particules sans spin.

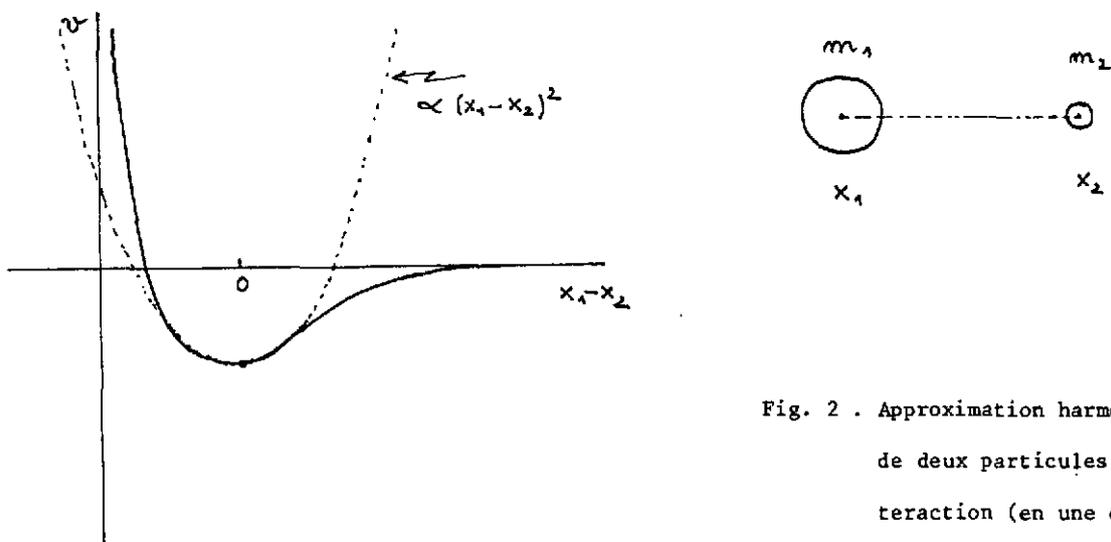


Fig. 2 . Approximation harmonique de deux particules en interaction (en une dimension)

L'Hamiltonien de ce système est donné par :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + C(x_1 - x_2)^2 \quad (3.1)$$

En coordonnée du centre de masse et coordonnée relative

$$\frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} = R ; \quad x_1 - x_2 = S \quad (3.2)$$

ceci s'écrit :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial R^2} - \frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial s^2} + c s^2 \quad (3.3)$$

avec

$$M = m_1 + m_2 ; \quad \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$$

La solution exacte est immédiate et nous avons (pour le fondamental) :

$$H \Psi_0(x_1, x_2) = E_0^P \Psi_0(x_1, x_2) \quad (3.4)$$

avec

$$\Psi_0(x_1, x_2) \propto e^{iPR} \varphi_0(s) \quad (3.5)$$

$$\varphi_0(s) = [\sqrt{\pi} b]^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{s}{b}\right)^2\right]$$

et

$$b^2 = \frac{\hbar}{\sqrt{2\mu c}}$$

$$E_0^P = \frac{P^2}{2M} + \sqrt{\frac{c}{2\mu}} \equiv \frac{P^2}{2M} + \frac{\omega_0}{2} \quad (3.6)$$

où l'énergie de translation est $P^2/2M$ et l'énergie intrinsèque $\omega_0/2$.

Bien que cela ne soit pas réaliste, nous pouvons maintenant chercher (comme habituellement en physique nucléaire) une solution approchée sous forme de produit. Nous posons donc comme fonction d'essai

$$\Psi_0^H(x_1, x_2) = \varphi_1(x_1) \varphi_2(x_2) \quad (3.7)$$

Naïvement, on pourrait penser qu'il serait bon de chercher parmi les fonctions d'ondes qui conservent la symétrie de translation $[H, \hat{P}] = 0$ que possède l'Hamiltonien (3.1). Cependant, ceci ne nous laisse guère d'autre choix que de prendre des ondes planes pour les φ_i :

$$\varphi_1(x_1) = \frac{1}{L^{1/2}} e^{ip_1 x_1} ; \quad \varphi_2(x_2) = \frac{1}{L^{1/2}} e^{ip_2 x_2} \quad (3.8)$$

où L caractérise la taille du système en considération. Une petite réflexion montre que le minimum de l'énergie est atteint pour $p_1 = p_2 = 0$. On peut maintenant se poser la question si en brisant la symétrie c'est à dire en localisant les ϕ_i par une superposition d'ondes planes

$$\psi_i(x_i) = \frac{1}{L^{1/2}} \int dk f(p_i - k) e^{ikx_i} \quad (3.9)$$

un gain en énergie peut être obtenu. Si on prend par exemple pour fonction de distribution

$$f(p-k) = \frac{1}{\sqrt{\pi} \Delta} e^{-(p-k)^2/\Delta^2} \quad (3.10)$$

un calcul simple montre que l'énergie

$$E_0^H(\Delta) \equiv \langle \psi_0^H | H | \psi_0^H \rangle \quad (3.11)$$

est instable par rapport à des petites variations en Δ autour de la solution $\Delta = 0$ qui conserve la symétrie. Si notre modèle n'était pas trop simplifié, on pourrait dire que la symétrie se brise spontanément. Rappelons que cette notion n'a un sens stricto sensu que dans un système infini. Cependant, nous pouvons apprendre bien des choses en poussant l'étude de notre modèle jusqu'au bout. Au lieu de calculer (3.11) avec (3.10) faisons un calcul variationnel sans restriction

$$\delta E_0^H = 0$$

avec

$$E_0^H = \frac{1}{2m_1} \langle \psi_1 | \hat{p}_1^2 | \psi_1 \rangle + \frac{1}{2m_2} \langle \psi_2 | \hat{p}_2^2 | \psi_2 \rangle + C \left[\langle \psi_1 | x_1^2 | \psi_1 \rangle + \langle \psi_2 | x_2^2 | \psi_2 \rangle \right] \quad (3.12)$$

où les termes mélangés sont zéro à cause de la conservation de la parité. Ceci nous amène à :

$$h_1 \psi_1^i \equiv \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + C x_1^2 \right) \psi_1^i(x_1) = \epsilon_1^i \psi_1^i \quad (3.13a)$$

$$h_2 \varphi_2^i \equiv \left(-\frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + c x_2^2 \right) \varphi_2^i(x_2) = \varepsilon_2^i \varphi_2^i(x_2) \quad (3.13b)$$

L'état fondamental est donc donné par

$$(h_1 + h_2) \Psi_0^H = (\varepsilon_1^0 + \varepsilon_2^0) \varphi_1^0 \varphi_2^0 \quad (3.14)$$

avec

$$\begin{aligned} \varphi_1^0(x_1) &= [\sqrt{\pi} b_1]^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_1}{b_1}\right)^2\right] \\ \varphi_2^0(x_2) &= [\sqrt{\pi} b_2]^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x_2}{b_2}\right)^2\right] \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$b_i^2 = \frac{\hbar}{\sqrt{2m_i c}} ; \quad \varepsilon_i^0 = \sqrt{\frac{\hbar^2 c}{2m_i}} \equiv \frac{\omega_i}{2}$$

Il est clair que l'Hamiltonien $h_1 + h_2$ ne commute plus avec l'impulsion totale, c'est-à-dire

$$[h_1 + h_2, \hat{P}] \neq 0 \quad (3.16)$$

ce qui est tout à fait analogue au problème Hartree-Fock habituel.

Considérons la limite lorsque une des deux masses, soit m_1 , tend vers l'infini. L'énergie exacte et de Hartree sont données par

$$E_0^{\text{exact}} = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)} + \sqrt{\frac{\hbar^2 c}{2 \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}} \quad (3.17a)$$

$$\xrightarrow{m_1 \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\hbar^2 c}{2 m_2}}$$

$$E_0^H = \varepsilon_1^0 + \varepsilon_2^0 + \hbar \sqrt{\frac{c}{2m_1}} + \hbar \sqrt{\frac{c}{2m_2}} \quad (3.17b)$$

$$\xrightarrow{m_1 \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{\hbar^2 c}{2 m_2}}$$

Il en résulte donc que l'énergie de Hartree est égale à l'énergie exacte lorsqu'une des deux masses tend vers l'infini. Ceci n'est pas tout à fait surprenant car dans ce cas, la masse légère gravite autour du centre fixe de la masse lourde. Néanmoins, il reste vrai, dans le cas général, que l'approximation du champ moyen (c'est-à-dire Hartree-Fock) dans la base de la symétrie brisée est d'autant meilleure (pour certaines valeurs moyennes) que le système est lourd. Nous allons voir ce fait aussi dans l'exemple beaucoup moins trivial de la superfluidité que nous allons étudier dans le chapitre 5.

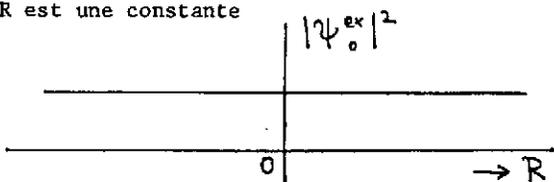
Notons en passant qu'on a aussi la relation

$$\lim_{m_1 \rightarrow \infty} \varphi_0^{(exact)} \rightarrow \varphi_2^0 \quad (3.18)$$

Ceci nous incite à étudier les diverses fonctions d'ondes plus en détail. Considérons surtout la dépendance en centre de masse et choisissons pour cela, sans restreindre le caractère général, en coordonnée relative, le point $s = 0$; selon (3.5) la fonction d'onde exacte est donc proportionnelle à une onde plane

$$\psi_0^{exact}(R, s=0) \propto e^{iPR} \quad (3.19)$$

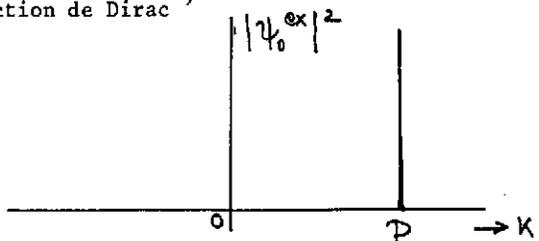
et par conséquent la distribution en R est une constante

$$|\psi_0^{ex}(R)|^2 = \text{const.}$$


The graph shows a Cartesian coordinate system with a vertical axis labeled $|\psi_0^{ex}|^2$ and a horizontal axis labeled R . The origin is marked with 0 . A horizontal line is drawn at a constant positive value on the vertical axis, extending across the horizontal axis, representing a constant distribution.

(3.19')

et la distribution en impulsion une fonction de Dirac^{*)}

$$|\psi_0^{ex}(k)|^2 \propto \delta(k-P)$$


The graph shows a Cartesian coordinate system with a vertical axis labeled $|\psi_0^{ex}|^2$ and a horizontal axis labeled k . The origin is marked with 0 . A vertical line (impulse) is drawn at a point P on the horizontal axis, extending upwards, representing a Dirac delta function.

(3.19'')

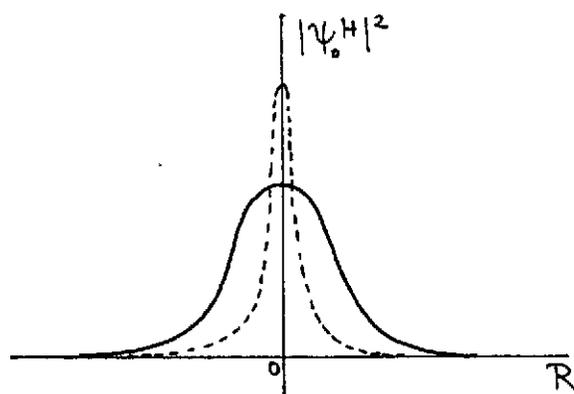
Donc la fonction exacte a bien évidemment les caractéristiques d'une fonction propre de l'impulsion totale.

^{*} Pour dériver ce résultat, il est indiqué de passer par la transformée de Wigner de la matrice de densité.

Faisons maintenant la même étude pour la solution approchée de Hartree (3.14,3.15)

$$|\psi_0^H(R, s=0)|^2 = \pi^{-1} (2c \sqrt{m_1 m_2})^{1/2} \exp[-\sqrt{2c} (\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}) R^2] \quad (3.20)$$

Prenons la limite de cette expression lorsque $m_1 \rightarrow \infty$, c'est à dire pour le cas où nous avons vu précédemment que la solution Hartree est une très bonne approximation tendant vers le résultat exact pour l'énergie du fondamental:



$$\lim_{m_1 \rightarrow \infty} |\psi_0^H(R)|^2 \propto \delta(R) \quad (3.21)$$

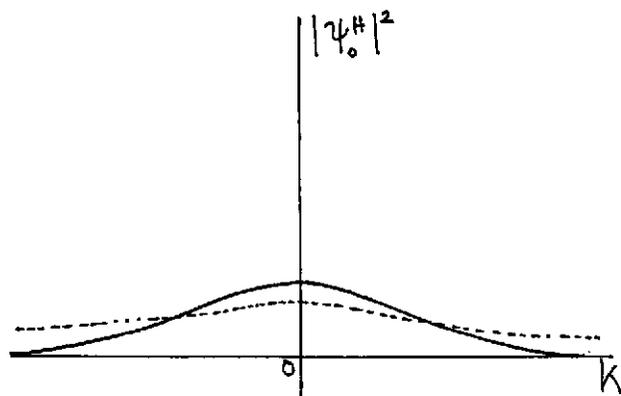
Fig. 3 : Distribution en R pour la solution Hartree pour deux valeurs de m_1

Le résultat (3.20,3.21) est schématiquement représenté sur la Fig. 3.

La distribution en impulsion s'ob-

tient facilement par transformation de Fourier :

$$|\psi_0^H(k)|^2 = \left| \int_{-\infty}^{+\infty} dR \cos RK \psi_0^H(R, s=0) \right|^2 \propto \exp\left[-\sqrt{\frac{1}{2c}} \frac{K^2}{\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2}}\right] \quad (3.22)$$



$$\lim_{m_1 \rightarrow \infty} |\psi_0^H(k)|^2 = \text{const.} \quad (3.23)$$

Fig.4 : Distribution en K pour la solution Hartree pour deux valeurs de m_1

Les résultats que nous venons d'obtenir, bien que dérivés uniquement dans le cadre de notre petit modèle, sont d'une nature tout à fait géné-

rale : pour des systèmes infinis (simulés par $m_1 \rightarrow \infty$ dans notre cas) la fonction d'ondes en symétrie (spontanément) brisée devient fonction propre (3.21), (3.23) de l'opérateur du centre de masse \hat{R} . Ceci est tout à fait le contraire au cas avec une bonne symétrie où la fonction d'onde est fonction propre de \hat{P} (impulsion totale). Nous avons étudié cela ici pour la translation mais il en est de même pour l'angle de jauge en superfluidité dans un solide ou pour les angles d'Euler d'un objet déformé macroscopique (grande molécule par exemple) ou encore pour l'angle ϕ de la symétrie chirale, etc.

Il est peut-être bon à présent de rappeler que nous avons fait notre étude en approximation du champ moyen mais que les résultats sont tout à fait généraux : on aurait aussi pu former des paquets d'ondes très localisées en R par une superposition de fonctions d'ondes exactes, invariantes par translation, et cela nous aurait amenés aux mêmes conclusions. Seulement pour des systèmes fermioniques, l'approximation du champ moyen est généralement une bonne approximation et elle facilite grandement les calculs.

Jusqu'à présent, nous avons discuté uniquement deux cas extrêmes c'est à dire la symétrie totalement conservée ou totalement brisée telle qu'elle se réalise dans les systèmes infinis. Les noyaux sont des objets intermédiaires déjà suffisamment grands pour qu'une description en symétrie brisée soit une bonne, pour certains aspects même déjà une très bonne, première approximation. Néanmoins, les noyaux sont encore assez petits pour que le paquet d'ondes en position, en angle etc. reste assez étalé pour que d'importantes corrections (quantitatives et qualitatives) restent à faire. La situation est schématiquement représentée sur les figures 3 et 4 où on a un paquet relativement étroit en position et relativement étendu en impulsion.

Pour la rotation ce sera respectivement un paquet en angle et en valeurs (discrètes) du moment cinétique. Pour ce dernier exemple, nous voyons tout de suite un aspect de la problématique : en physique nucléaire, nous nous intéressons souvent à des états avec un bon spin et nous sommes obligés de "filtrer" cette composante du paquet d'ondes (Hartree-Fock déformé) qui nous intéresse; on dit qu'on doit projeter sur un bon spin, isospin etc. Malheureusement, cet aspect là complique souvent énormément la théorie du champ moyen et dans le cas le plus difficile, comme la rotation à trois dimensions, même aujourd'hui, avec les moyens numériques importants, cela reste une tâche extrêmement difficile, sinon impossible à faire. Nous allons y revenir et discuter plus loin les techniques et façons approximatives pour traiter cette projection.

D'autre part, il devient évident que dans la limite macroscopique, c'est à dire lorsque la distribution en centre de masse, angle, etc est devenue une fonction de Dirac, la projection sur un bon spin etc. n'a plus aucun sens.

Par ailleurs, nous invitons le lecteur à vérifier explicitement à l'aide de notre modèle, le point que nous avons discuté dans le chapitre 2, c'est à dire le fait que ces paquets d'ondes, qui ne sont pas états propres des opérateurs de symétrie commutant avec l'Hamiltonien, ne sont

pas des états stationnaires mais que l'étalement du paquet d'ondes devient d'autant plus lent que la masse est grande et que, dans la limite des très grandes masses (c'est à dire macroscopiques), l'étalement devient si lent qu'il est pratiquement négligeable (le temps caractéristique atteignant l'âge de l'univers par exemple). C'est ce qui se passe pour les supraconducteurs, le vide avec symétrie chirale brisée etc.

Avant de passer à la description des techniques de projection, considérons encore un aspect quelque peu négligé dans notre solution Hartree (3.13 - 3.15). C'est le fait que la valeur moyenne de l'impulsion totale est nulle ($\langle \psi_0^H | \hat{P} | \psi_0^H \rangle = 0$) tandis que la valeur moyenne avec la fonction exacte est différente de zéro (voir (3.19')) : $\langle \psi_0^{ex} | \hat{P} | \psi_0^{ex} \rangle = P$. Cependant, ce défaut est facile à corriger : il suffit d'imposer dans le calcul variationnel la valeur moyenne correcte par un multiplicateur de Lagrange.

$$\delta \left(\langle \psi_0^H | H | \psi_0^H \rangle - E \langle \psi_0^H | \psi_0^H \rangle - v \langle \psi_0^H | \hat{P} | \psi_0^H \rangle \right) = 0 \quad (3.24)$$

avec

$$\hat{P} = -i \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \quad (3.25)$$

Ce nouveau principe de variation mène aux équations suivantes :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + c x_1^2 - v (-i) \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \tilde{\varphi}_{1v} \equiv h_{1v} \tilde{\varphi}_{1v} = \tilde{E}_{1v} \tilde{\varphi}_{1v} \quad (3.26a)$$

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + c x_2^2 - v (-i) \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \tilde{\varphi}_{2v} \equiv h_{2v} \tilde{\varphi}_{2v} = \tilde{E}_{2v} \tilde{\varphi}_{2v} \quad (3.26b)$$

Il est facile de vérifier que les solutions sont données par :

$$\tilde{\varphi}_{kv} \propto \exp \left[-\frac{x_k^2}{2b_k^2} + \frac{i}{\hbar} v m_k x_k \right] \quad (3.27)$$

$$\tilde{E}_{kv} = E_k - \frac{m_k}{2} v^2 \quad k = 1, 2 \quad (3.28)$$

Nous pouvons facilement nous convaincre que toutes les considérations ci-dessus restent valables pour ce problème légèrement modifié mais que maintenant la distribution en K est centrée autour de P (voir figure 5).

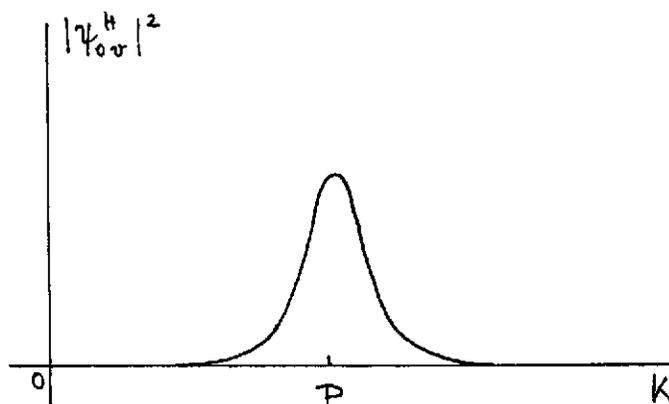


Fig.5 . Distribution en impulsion correspondant au problème variationnel (3.24).

Le nouveau problème variationnel (3.26 a-b) peut être interprété en termes physiques de la manière suivante.

Considérons l'équation de Schrödinger pour un puits de potentiel V en mouvement uniforme

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x,t) = \left(\frac{p^2}{2m} + V(x-vt) \right) \psi(x,t) \equiv h(t) \psi(x,t) \quad (3.29)$$

Le puits de potentiel file de gauche à droite avec la vitesse v (voir figure 6)) lorsqu'il est observé dans le système du laboratoire

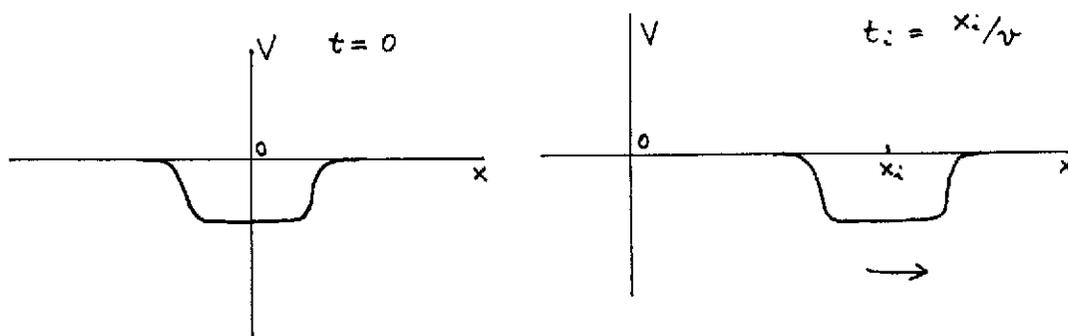


Fig. 6 . Puits de potentiel se déplaçant avec la vitesse v vue du laboratoire.

Nous pouvons passer à une équation de Schrödinger dans le système intrinsèque par la transformation de coordonnées suivantes :

$$x - vt = x' \quad \text{ou} \quad x = x' + vt \quad ; \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x'} \quad (3.30)$$

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(x' + vt, t) = \left(\frac{p'^2}{2m} + V(x') \right) \psi(x' + vt, t) \quad (3.31)$$

En définissant

$$\psi(x' + vt, t) \equiv \tilde{\psi}(x', t) \quad (3.32)$$

nous arrivons à :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\psi}(x', t) + v(-i)\hbar \frac{\partial}{\partial x'} \tilde{\psi}(x', t) = h(0) \tilde{\psi}(x', t) \quad (3.33)$$

où le second membre de gauche sert à compenser le fait que la dérivée par rapport au temps agit maintenant sur les deux dépendances en t de $\tilde{\psi}(x', t)$ (voir eq. (3.32)).

Avec le changement de nomenclature $x' \rightarrow x$, $p' \rightarrow p$, nous aboutissons à :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \tilde{\psi}(x, t) = (h(0) - v\hat{p}) \tilde{\psi}(x, t) \quad (3.34)$$

et avec $\tilde{\psi}(x, t) = \tilde{\psi}(x) \exp i\tilde{\epsilon}t$ nous obtenons

$$(h(0) - v\hat{p}) \tilde{\psi}_{i\tilde{\epsilon}}(x) = \tilde{\epsilon}_{i\tilde{\epsilon}} \tilde{\psi}_{i\tilde{\epsilon}}(x) \quad (3.35)$$

Cette équation est identique aux équations (3.26) qui sont souvent appelées équations de cranking.

Dans le cas de la translation on dit aussi pour des raisons évidentes "modèle du pushing". Les équations (3.26) peuvent donc être interprétées comme étant des équations (indépendantes du temps) dans le système intrinsèque du système c'est à dire l'observateur "voyage" avec le potentiel.

Lorsqu'on a vraiment un potentiel de Hartree-Fock $h^{H.F.}[\rho]$ on appelle aussi cela modèle du cranking self consistant.

Nous avons choisi l'exemple de la translation pour dériver le modèle du cranking parce qu'il est conceptuellement le plus simple mais le principe reste le même dans tous les autres cas :

par exemple, pour la rotation, nous avons :

$$\left(\hbar \#F - \omega j_x \right) \tilde{\Psi}_{i\omega} = \tilde{E}_{i\omega} \tilde{\Psi}_{i\omega} \quad (3.36)$$

où ω est la fréquence de rotation. L'interprétation est toujours la même; on a uniquement à échanger les opérateurs de symétrie et leurs conjugués canoniques. Ce qui était le couple $-i \frac{\partial}{\partial R} \equiv \hat{P}$, \hat{R} pour la translation devient le couple $-i \frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv L_x$, φ pour la rotation (voir figure 7).

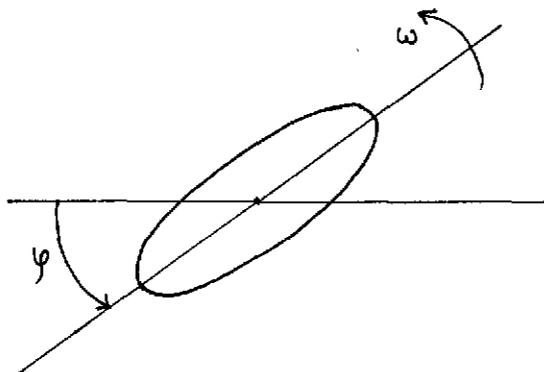


Fig. 7. Rotation d'un noyau déformé (classiquement)

ou encore le couple $-i \frac{\partial}{\partial \varphi} \equiv \frac{\hat{N}}{2}$, $\tilde{\varphi}$ pour la rotation dans l'espace de jauge pour le cas de la superfluidité, etc. Dans chaque cas, le déterminant de Slater représentant un noyau est un paquet d'ondes relativement étroit en R , φ , $\tilde{\varphi}$ etc (d'autant plus étroit que le noyau est grand) et relativement large dans les variables conjuguées. Ce paquet d'ondes se translate, tourne, etc. sans s'étaler dans le temps comme un corps classique et c'est pour cela qu'on dit souvent que l'approximation du cranking est une approximation classique. Il faut cependant toujours se rappeler que la limite classique n'est atteinte que dans la limite $A \rightarrow \infty$.

Parlons, pour être complet, encore d'un petit détail concernant la notion du système intrinsèque. Le lecteur averti aura certainement remarqué que l'équation (3.35) et donc les équations (3.26) ainsi que toutes les équations de type cranking ne représentent qu'une transformation partielle dans le système intrinsèque. En fait, on vérifie aisément que l'hamiltonien $h(0)$ figurant en (3.35) s'obtient par la transformation unitaire suivante de $h(t)$ de (3.29) :

$$h(0) = U h(t) U^{-1} \quad (3.35')$$

avec

$$U = e^{\frac{i}{\hbar} v t \hat{p}} \quad (3.37)$$

ce qui signifie que seules les coordonnées sont transformées. Pour avoir une transformation de Galilée complète, il faut aussi transformer les impulsions, à savoir :

$$\tilde{h} = U | h(t) U^{-1} = \frac{(p + mv)^2}{2m} + V(x) \quad (3.38)$$

où

$$U = e^{-\frac{i}{\hbar} m v \hat{r}} e^{\frac{i}{\hbar} v t \hat{p}} \quad (3.39)$$

L'équation de Schrödinger (3.35) complètement transformée s'écrit alors :

$$\left[\frac{(\hat{p} + mv)^2}{2m} + V(x) - v(\hat{p} + mv) \right] \tilde{\psi}_{i,v}(x) = \tilde{\varepsilon}_{i,v} \tilde{\psi}_{i,v}(x) \quad (3.40)$$

Cependant, pour arriver à une équation de Schrödinger indépendante du temps, comme les eqs. (3.26), il suffit généralement d'effectuer uniquement la transformation paire par rapport au temps (3.37), c'est à dire de considérer les équations du cranking. Mais pour des potentiels qui dépendent des impulsions, comme les potentiels non locaux, il faut prendre certaines précautions supplémentaires. En outre, il n'est pas tout à fait évident de savoir comment s'écrirait la partie impaire par rapport au temps de (3.39) dans le cas de la rotation (voir l'article de Winter/Schuck [2] à cet égard).

La différence entre le cas de la translation et celui de la rotation devient aussi évidente lorsqu'on calcule l'énergie dans le système du laboratoire. Pour notre modèle, on a avec (3.27, 3.28) :

$$\begin{aligned} E(v) &= \langle \psi_{0v}^H | H | \psi_{0v}^H \rangle = \langle \psi_{0v}^H | H_v | \psi_{0v}^H \rangle + v \langle \psi_{0v}^H | \hat{P} | \psi_{0v}^H \rangle \\ &= \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 + v^2(m_1 + m_2) \end{aligned} \quad (3.41)$$

où $H_v = h_{1v} + h_{2v}$

$$E(v) = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 \quad (3.42)$$

et en général on a

$$E(v) = E(0) + \frac{M}{2} v^2 = E(0) + \frac{P^2}{2M} \quad (3.43)$$

où M est la masse totale du système. Le cranking donne donc la bonne dépendance (triviale) en vitesse; ceci est dû au fait que le spectre intrinsèque et le mouvement collectif sont découplés. Ceci n'est pas le cas pour la rotation où l'énergie dans le laboratoire est donnée par :

$$\begin{aligned} E(\omega) &= \langle \phi_\omega^{HF} | H_\omega | \phi_\omega^{HF} \rangle + \omega \langle \phi_\omega^{HF} | J_x | \phi_\omega^{HF} \rangle \\ &= E(0) + \frac{\mathcal{I}}{2} \omega^2 + O(\omega^4) \end{aligned} \quad (3.44)$$

où \mathcal{I} est le moment d'inertie de Thouless-Valatin [3]. La dépendance en ω n'est pas prescrite a priori comme dans le cas de la translation et elle peut varier d'une théorie à l'autre.

4. TECHNIQUE DE PROJECTION*

Comme nous l'avions annoncé à plusieurs reprises, nous allons discuter maintenant les techniques pour extraire du paquet d'ondes la composante avec un bon nombre quantique qui nous intéresse. Nous allons de nouveau traiter explicitement le cas de la translation et utiliser notre modèle pour mener certains calculs jusqu'au bout mais le principe restera toujours le même pour toutes les autres symétries brisées. Rappelons de nouveau que la projection a un sens uniquement pour des systèmes finis. Dès que la distribution dans la "coordonnée" aura atteint une forme de fonction de Dirac, il n'y a plus de raison pour effectuer une projection. Formellement, la projection est très simple. Il suffit de superposer les paquets d'ondes distribués dans tout l'espace de la manière suivante

$$\begin{aligned} \psi_P(x_1, x_2, \dots, x_A) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-iPq} \tilde{\psi}_{0v}^{HF}(x_1+q, x_2+q, \dots, x_A+q) \\ &\equiv \hat{P}_P \tilde{\psi}_{0v}^{HF}(x_1, x_2, \dots, x_A) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Nous laissons au lecteur le soin de vérifier qu'effectivement ψ_P est fonction propre de

* Dans ce chapitre, nous allons être relativement succincts parce que la méthode est décrite d'une manière assez détaillée dans deux livres récents [3, 4]. Par contre, nous invitons le lecteur pour se familiariser avec la méthode et ses différents aspects, d'appliquer la projection à notre modèle où tout peut être calculé analytiquement.

$$\hat{P} = \frac{1}{i} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial}{\partial x_A} \right) \quad (4.2)$$

et que le projecteur peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$\hat{P}_{proj}^P = \delta(P - \hat{P}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-i(P - \hat{P})q} \quad (4.3)$$

De la même façon, on peut dériver des projecteurs sur un bon nombre de particules (dans le cas de HFB) :

$$\hat{P}_{proj}^N = \delta(N - \hat{N}) \quad (4.4)$$

ou sur un bon spin ^{*})

$$\hat{P}_{proj}^{I,M} = \delta(I - \hat{I}) \delta(M - \hat{J}_z) \quad (4.5)$$

etc.

Nous pouvons maintenant utiliser notre fonction projetée (4.1) comme nouvelle fonction d'essai. Ceci nous amène au problème variationnel suivant :

$$\delta E_{proj}^P \equiv \delta \frac{\langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | H \hat{P}_{proj}^P | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle}{\langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | \hat{P}_{proj}^P | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle} \quad (4.6)$$

Malheureusement, c'est un problème qui est loin d'être trivial de résoudre. Le projecteur détruit toutes les propriétés agréables des déterminants de Slater et induit une fonction d'ondes hautement corollée. Pour aboutir à des schémas systématiques d'approximation, étudions les recouvrements qui entrent (4.6) :

$$\langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | \hat{P}_{proj}^P | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-iqP} n(q) \quad ; \quad n(q) = \langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | e^{iq\hat{P}} | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle \quad (4.7a)$$

$$\langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | H \hat{P}_{proj}^P | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{-iqP} h(q) \quad ; \quad h(q) = \langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | H e^{iq\hat{P}} | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle \quad (4.7b)$$

* En général, le projecteur dans le cas de la rotation est plus compliqué [3] mais nous ne voulons pas rentrer dans ces détails ici.

Les fonctions $n(q)$ et $h(q)$ sont appelées recouvrement de norme et de hamiltonien respectivement. Plus explicitement, on a pour $n(q)$:

$$n(q) = \int dx_1 dx_2 \dots \tilde{\Psi}_{0v}^{HF}(x_1, x_2, \dots) \tilde{\Psi}_{0v}^{HF}(x_1+q, x_2+q, \dots) \quad (4.8)$$

Le recouvrement de deux déterminants de Slater qui sont légèrement décalés l'un par rapport à l'autre est une fonction fortement décroissante en fonction de q . Souvent on fait en conséquence l'approximation gaussienne du recouvrement :

$$n(q) \simeq e^{i \langle \hat{P} \rangle q} e^{-\frac{1}{2} \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle q^2} \quad (4.9)$$

$$\langle \hat{P} \rangle \equiv \langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | \hat{P} | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle ; \quad \Delta \hat{P} = \hat{P} - \langle \hat{P} \rangle$$

On vérifie facilement que (4.9) est exact pour notre modèle. En effet, avec (3.27, 3.28) on a :

$$\langle \hat{P} \rangle = v(m_1 + m_2) ; \quad \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b_1^2} + \frac{1}{b_2^2} \right) = \sqrt{\frac{c}{2}} \left(\sqrt{m_1} + \sqrt{m_2} \right) \quad (4.10)$$

On voit donc que le recouvrement est d'autant plus étroit que la variance de l'opérateur de symétrie est grande, c'est-à-dire que la masse est grande.

Pour trouver un schéma d'approximation dans notre problème variationnel, il est peut-être utile de traiter d'abord explicitement notre modèle pour lequel on peut également calculer le recouvrement de l'Hamiltonien :

$$\left. \begin{aligned} h(q) &= h^{kin}(q) + h^{pot}(q) \\ h^{kin}(q) &= (\alpha + i\beta q + \gamma q^2) n(q) \\ h^{pot}(q) &= \frac{c}{2} (b_1^2 + b_2^2 - q^2) n(q) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \alpha &= \frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{m_1 b_1^2} + \frac{1}{m_2 b_2^2} \right) + \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 \\ \beta &= \frac{\hbar v}{2} \left(\frac{1}{b_1} + \frac{1}{b_2} \right) \\ \gamma &= \frac{\hbar^2}{8} \left(\frac{1}{m_1 b_1^4} + \frac{1}{m_2 b_2^4} \right) \end{aligned} \quad (4.11)$$

Dans notre modèle, le recouvrement de l'Hamiltonien est donc un polynôme d'ordre deux en q que multiplie le recouvrement de la norme :

$$h(q) = (a_0 + a_1 q + a_2 q^2) n(q) \quad (4.12)$$

Il reste vrai dans le cas général que $h(q)$ n'est pas très différent de $n(q)$ et on suppose généralement que $h(q)/n(q)$ est une fonction lentement variable en q . Ainsi, un développement en série de Taylor est possible :

$$\frac{h(q)}{n(q)} = a_0 + a_1 q + a_2 q^2 + \dots \quad (4.13)$$

On a donc l'égalité :

$$\langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | H e^{iq\hat{P}} | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle = (a_0 + a_1 q + a_2 q^2 + \dots) e^{i\langle \hat{P} \rangle q} e^{-\frac{1}{2} \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle q^2} \quad (4.14)$$

Le développement de deux côtés en puissances de q et comparant les coefficients de q^n permet de calculer les a_i . Pour aboutir à la formule finale, nous utilisons les relations suivantes :

$$\begin{aligned} q n(q) &= - \left(\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle^{-1} \frac{\partial}{\partial q} - i \langle \hat{P} \rangle \right) n(q) \\ q^2 n(q) &= \dots \end{aligned} \quad (4.15)$$

Insérant (4.15) dans l'expression (4.6) pour E_{proj}^P et intégrant par partie permet d'annuler le dénominateur et nous obtenons :

$$E_{proj}^P(M) = \sum_{m=0}^M h_m(M) (P - \langle \hat{P} \rangle)^m \quad (4.16)$$

Les coefficients $h_n(M)$ sont directement liés aux a_i et dépendent de l'ordre auquel on pousse le développement (4.16). Ce développement va converger d'autant plus rapidement que les fluctuations en \hat{P} , c'est à dire $\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle$, sont grandes. Supposons qu'elles soient très grandes, alors $M=1$ va être suffisant et nous obtenons dans ce cas

$$\underline{M=1} \quad h_0(1) = \langle H \rangle ; \quad h_1(1) = \frac{\langle H \Delta \hat{P} \rangle}{\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle} \quad (4.17)$$

$$E_{proj}^P(1) = \langle \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} | H - h_1(1) \hat{P} | \tilde{\Psi}_{0v}^{HF} \rangle + h_1(1) P \quad (4.18)$$

Le calcul variationnel nous amène à :

$$\delta E_{proj}^P(\lambda) = \frac{\delta}{\delta \psi} \langle H \rangle - h_1 \frac{\delta}{\delta \psi} \langle \hat{P} \rangle + (P - \langle \hat{P} \rangle) \frac{\delta h_1}{\delta \psi} = 0 \quad (4.19)$$

Ce problème est résolu par l'équation du cranking

$$\delta E_{proj}^P(\lambda) = \delta \langle \tilde{\psi}_{ov}^{HF} | H - v \hat{P} | \tilde{\psi}_{ov}^{HF} \rangle \quad (4.20)$$

avec

$$\langle \hat{P} \rangle = P \quad (4.21)$$

et

$$h_1(\lambda) = v \quad (4.22)$$

La relation (4.22) peut être démontrée en toute généralité [3,4] mais le lecteur est invité à la vérifier directement dans le cadre de notre modèle.

Nous avons donc abouti au résultat très important suivant, que pour les cas de forte brisure de symétrie, c'est à dire $\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle$ grand, les équations du cranking sont équivalentes, pour l'énergie du fondamental, à une théorie avec projection. Ceci peut se comprendre dans la limite où nous avons vu plus haut que pour $m_1 \rightarrow \infty$ l'énergie de Hartree est l'énergie exacte deviennent égales dans notre modèle.

Malheureusement, l'ordre le plus bas n'est pas toujours suffisant en physique nucléaire et il faut pousser le calcul plus loin. Cependant ici (comme souvent ailleurs) l'expérience a montré que si l'ordre le plus bas n'est pas suffisant, les choses commencent à se compliquer sérieusement. Certes, en principe, on pourrait pousser (4.16) à l'ordre deux - et nous allons le faire dans un instant - mais souvent il s'est avéré dans des cas réalistes que les surfaces d'énergie sous-jacentes ne possèdent pas un minimum très prononcé ou qu'elles possèdent même un maximum, c'est à dire que la théorie n'est plus limitée inférieurement au cas où on devrait aller à un ordre encore plus élevé, etc. Dans la pratique, on a donc souvent le choix entre deux extrêmes c'est à dire ou bien l'ordre le plus bas, à savoir le cranking, est suffisant ou on doit faire une projection exacte. Le dernier est possible numériquement dans le cas de la superfluidité et de la rotation à une dimension (symétrie axiale) mais semble être pratiquement impossible dans le cas de la rotation à trois dimensions. Il est possible que la nouvelle

méthode de projectoin que nous allons présenter à la fin de ce cours y portera secours mais ceci reste à être démontré dans le futur.

Pour être complet, nous allons néanmoins brièvement traiter le cas $M = 2$. Dans le cadre de notre modèle, ceci est particulièrement intéressant parce qu'il contient la réponse exacte. Nous avons donc :

$$M = 2$$

$$h_0(2) = \langle H \rangle - \frac{\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle}{2 M_Y} ; h_1(2) = \frac{\langle \hat{P} \rangle}{M_{sc}} ; h_2(2) = \frac{1}{2 M_Y} ; \quad (4.23)$$

avec

$$\frac{1}{M_{sc}} = \frac{\langle H \Delta \hat{P} \rangle}{\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle \langle \hat{P} \rangle} ; \quad \frac{1}{M_Y} = \frac{\langle H (\Delta \hat{P})^2 \rangle - \langle H \rangle \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle}{\langle (\Delta \hat{P})^4 \rangle - \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle^2} \quad (4.24)$$

Pour une norme gaussienne, nous avons $\langle (\Delta \hat{P})^4 \rangle = 3 \langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle$ et par conséquent

$$\frac{1}{M_Y} = \frac{\langle (H - \langle H \rangle) (\Delta \hat{P})^2 \rangle}{\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle} \quad (4.25)$$

Le paramètre de masse M_Y est souvent appelé masse de Yoccoz tandis que $M_{sc}(v=0)$ est connu sous le nom de Thouless-Valatin. On peut montrer que M_{sc} est égal à la masse totale du système, ce qui n'est pas le cas pour M_Y . L'énergie projetée à l'ordre deux s'écrit maintenant :

$$E_{proj}^P(2) = \langle H \rangle - \frac{\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle}{2 M_Y} + h_1(2) (P - \langle \hat{P} \rangle) + \frac{1}{2 M_Y} (P - \langle \hat{P} \rangle)^2 \quad (4.26)$$

et le problème variationnel devient

$$\frac{\delta}{\delta \tilde{\Psi}} \left[\langle H \rangle - \frac{\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle}{2 M_Y} \right] - v \frac{\delta}{\delta \tilde{\Psi}} \langle \hat{P} \rangle = 0 \quad (4.27)$$

avec

$$\langle \hat{P} \rangle = P$$

Nous voyons que l'énergie est abaissée par rapport au cas $M = 1$ par un terme qui représente quelque chose comme la fluctuation de l'énergie cinétique due au mouvement du point de zéro. Cependant M_Y n'est pas la masse physique, ce qui est un désavantage de la théorie où on

travaille avec des déterminants de Slater comme fonction d'ondes de base. Si on avait travaillé avec un fondamental contenant des corrélations RPA, nous aurions obtenu la vraie masse à la place de M_Y . Quelques éléments de la restauration de symétrie en utilisant la théorie RPA seront abordés dans le prochain cours.

Pour se familiariser avec le formalisme, il est vivement conseillé au lecteur de pousser le calcul jusqu'au bout en utilisant notre modèle où tous les calculs peuvent se faire analytiquement et où l'ordre $M = 2$ contient le résultat exact. Notamment, on vérifiera les relations suivantes :

$$\langle H \rangle = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 + \frac{\hbar^2}{4m_1 b_1^2} + \frac{\hbar^2}{4m_2 b_2^2} + \frac{C}{2} (b_1^2 + b_2^2) \quad (4.28)$$

$$\langle (\Delta \hat{P})^2 \rangle = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{b_1^2} + \frac{1}{b_2^2} \right) ; \quad h_1^{(2)} = v \quad (4.29)$$

$$\langle (H - \langle H \rangle) (\Delta \hat{P})^2 \rangle = -\frac{\hbar^2}{4} \left(\frac{1}{m_1 b_1^4} + \frac{1}{m_2 b_2^4} \right) + C \quad (4.30)$$

Pour faciliter le calcul, nous posons $m_1 = m_2 = m_0$; $b_1 = b_2 = b_0$ et la variation de l'énergie par rapport à b_0 donne :

$$b_0^2 = b^2 / 2 \quad (4.31)$$

où b est le paramètre de l'oscillateur dans le cas exact (3.5).

L'énergie projetée est égale à l'énergie exacte, ce qui n'est pas étonnant en observant que la fonction d'ondes projetée (4.1) est donnée par

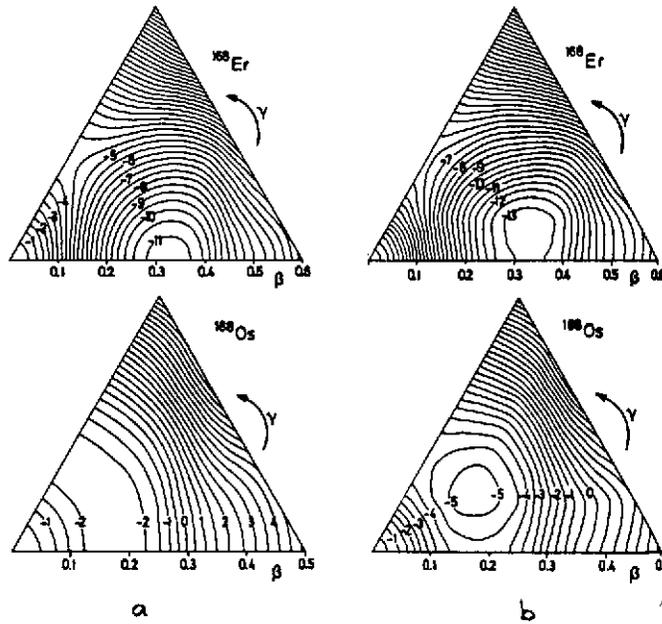
$$\Psi_P(R, s) \propto e^{iPR} e^{-\frac{s^2}{4b_0^2}} \quad (4.32)$$

Avec la relation (4.31) ceci redonne bien la fonction d'ondes exacte (3.5).

A la fin de ce chapitre, nous voudrions présenter quelques résultats tirés de calculs réalistes pour faire une démonstration de l'importance que peuvent prendre les fluctuations quantiques dans certains cas.

Sur la figure 8, sont montrées des surfaces d'énergie dans le plan $\beta - \gamma$ pour les noyaux déformés ^{168}Er et ^{188}Os (Hayashi, Hara, Ring [5]). A gauche, se trouvent les surfaces sans projection tandis qu'à droite une projection à trois dimensions a été effectuée. Nous voyons que la projection a peu d'effet dans le cas où déjà sans projection un minimum prononcé

Fig. 8 Surfaces d'énergies sans (a) et avec (b) projection [5].



existe (^{168}Er). Par contre, dans le cas d'une surface plate comme pour ^{188}Os la projection a un effet dramatique; elle creuse un minimum prononcé dans le plan $\beta - \gamma$ ce qui démontre clairement la triaxialité de ce noyau. Il est compréhensible que la projection a plus d'effet dans le cas d'une surface plate par rapport à une surface avec un minimum bien prononcé car les fluctuations quantiques sont bien plus importantes dans une surface douce.

Un deuxième exemple concerne la transition de phases superfluide \leftrightarrow fluide normal en fonction de la fréquence de rotation. Il est bien connu qu'il existe dans les systèmes infinis des transitions de ce type. Par exemple, le gap qui est le paramètre d'ordre représentant la superfluidité disparaît brutalement à une valeur critique d'un champ magnétique. Le même résultat est obtenu en théorie du cranking, qui justement, comme nous l'avons vu, imite ce qui se passe dans les systèmes macroscopiques, pour les noyaux en fonction de la fréquence de rotation. Seulement lorsqu'on tient compte des fluctuations quantiques c'est à dire lorsqu'on effectue un calcul projeté la transition de phase peut être totalement lavée. Ceci est démontré sur la figure 9 où le gap est tracé en fonction du spin pour ^{168}Yb avec et sans projection.

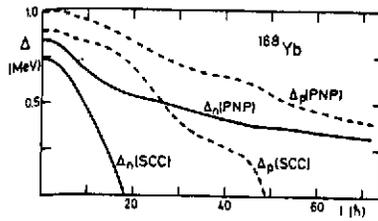


Fig. 9 . Le gap Δ en fonction du spin pour protons (p ----) et neutrons (n —) dans le modèle du cranking self-consistant (SCC) et de la projection avant variation (PNP) [6]

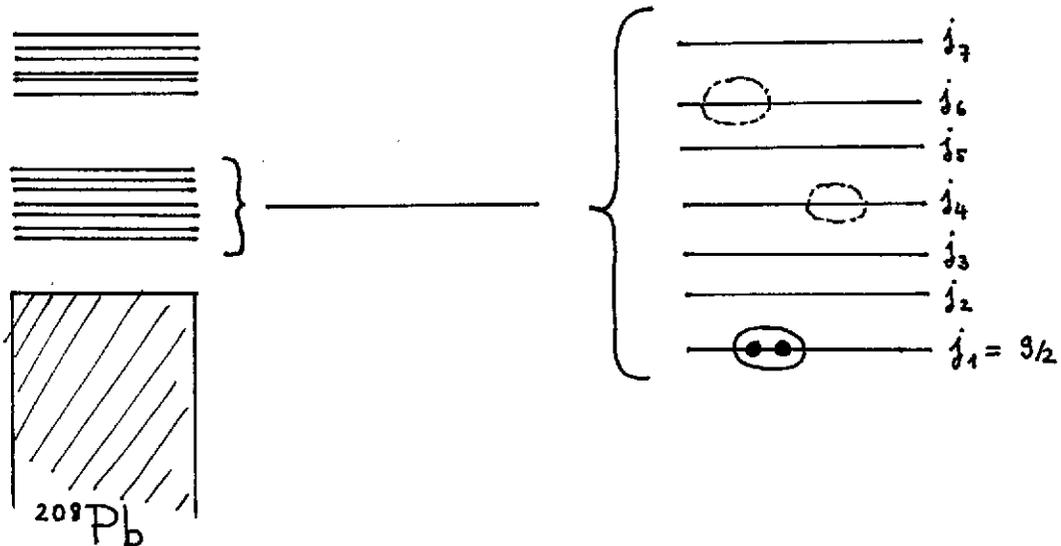
Concluant ce chapitre, nous pouvons dire qu'en partant d'une théorie projetée avant la variation, nous avons dérivé le modèle du cranking et trouvé qu'il est d'autant plus valable que les fluctuations de l'opérateur de symétrie (\hat{P} , \hat{J}^2 , \hat{N} , $\gamma^5 \vec{c}$, etc) sont grandes. Nous avons également trouvé que la projection c'est à dire les effets quantiques dus à la petitesse des noyaux peuvent être extrêmement importants au voisinage des transitions de phases.

5. SUPERFLUIDITE ET BRISURE SPONTANEE DE SYMETRIE. RESTAURATION DE LA SYMETRIE DANS LE CAS DYNAMIQUE . MODE DE GOLDSTONE.

Avant d'aborder les questions de brisure de symétrie dans le cas dynamique, nous voulons traiter un autre cas de brisure de symétrie fréquemment rencontré en physique nucléaire : c'est le cas de la brisure spontanée de la symétrie du nombre de particules ($[\hat{H}, \hat{N}] = 0$). Il s'agit de la superfluidité dans les noyaux mais aussi dans He^3 liquide ou de la superconductivité dans les solides, etc. La brisure de symétrie du bon nombre de particules pose habituellement quelques problèmes de compréhension. Pourtant il y a une très grande analogie avec le cas de la brisure de symétrie de translation ce que nous venons d'expliquer en détail et qui ne devrait plus poser de problèmes. Nous commençons par expliquer la superfluidité dans les noyaux. Nous

avons vu que la transition gaz liquide est engendrée par des ondes de densité. Les ondes de densité sont des corrélations particule-trou; rappelez-vous que l'opérateur de densité est $\rho = a^\dagger a$; ce sont ces corrélations là qui deviennent de plus en plus fortes pendant la transition et qui créent finalement le paquet d'ondes permanent qui brise la symétrie. Dans le cas de la superfluidité c'est un autre type de corrélations qui est responsable pour la brisure de symétrie : ce sont les corrélations particule-particule. Plus précisément, dans les noyaux, ce sont les corrélations proton-proton ou neutron-neutron dans les couches ouvertes. En effet, dans les noyaux, à cause du milieu nucléaire, deux protons ou deux neutrons peuvent former un état lié, ce qui n'est pas le cas pour deux neutrons (protons) libres. En fait, cet état lié a le spin zéro. Commençons par prendre un exemple concret et remplissons la couche ouverte au-dessus du ^{208}Pb avec des paires de neutrons, voir figure 10.

Fig. 10. Distribution d'une paire de neutrons dans la couche au-dessus du ^{208}Pb
(schématique)



La paire peut occuper toutes les sous-couches (en pointillés) mais généralement la corrélation entre deux neutrons qui se trouvent dans différentes sous-couches est plus faible. L'opérateur de création d'une paire peut ainsi s'écrire comme

$$A_{00}^+ = \sum_{jm} z_j a_{jm}^+ a_{j\tilde{m}}^+ \quad (5.1)$$

où les indices 00 indiquent le spin $I = 0, M = 0$, et \tilde{m} est l'état renversé par rapport au temps (nous supposons que les éléments de base de la théorie BCS sont connus et nous sommes donc relativement brefs ici en ce qui concerne le formalisme, insistant surtout sur les aspects physiques). Si les coefficients z_j ne diffèrent pas beaucoup l'un de l'autre et si la dégénérescence de la couche est grande, l'opérateur A^+ est presque un boson :

$$[A^+, A] \simeq 1 \quad (5.2)$$

Continuons à mettre des paires dans la couche (voir figure 11).

La fonction d'ondes est approximativement donnée par une répétition des opérateurs A^+ :

$$|^{208}\text{Pb} + 14n\rangle \propto A^+ A^+ A^+ A^+ A^+ A^+ A^+ |^{208}\rangle \quad (5.3)$$

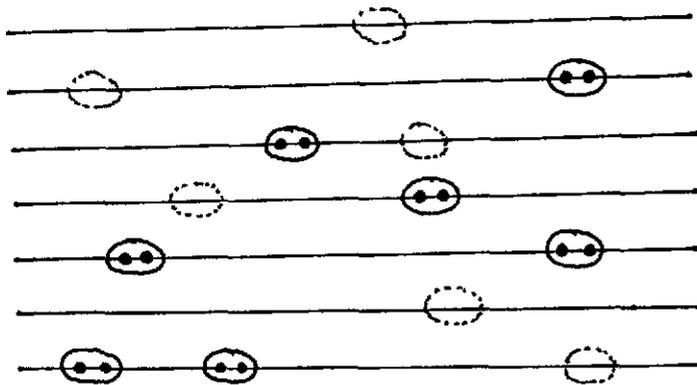


Fig. 11. Distribution de plusieurs paires de neutrons dans la couche.

où les coefficients z_j pourraient être déterminés par un calcul variationnel et $|208\rangle$ est le déterminant de Slater correspondant à ^{208}Pb . Avec (5.2) on peut appeler cela un condensat de bose. C'est une fonction qui possède un bon nombre de particules mais une petite réflexion montre que c'est une fonction hautement corollée et que le calcul variationnel correspondant n'est pas du tout trivial. En fait (5.3) peut être considéré comme la composante avec un nombre de particules bien déterminé d'un paquet d'ondes qui est donné par une superposition d'états avec un nombre de particules différent :

$$\begin{aligned}
 |\text{BCS}\rangle &\propto |0\rangle + A^+ |0\rangle + \frac{1}{2!} A^+ A^+ |0\rangle + \frac{1}{3!} A^+ A^+ A^+ |0\rangle + \dots \\
 &= e^{A^+} |0\rangle \\
 &\propto \prod_{j,m>0} (u_j + v_j a_{j,m}^+ a_{j,m}^+) |0\rangle
 \end{aligned}
 \tag{5.4}$$

où $|0\rangle$ est le "coeur" du noyau, c'est à dire $|208\rangle$ de l'exemple du haut et $z_j = v_j/u_j$. Cet état est l'analogie au paquet d'ondes (2.3) que nous avons considéré dans le cas de la brisure de translation. Dans un solide, où dans un sous domaine le nombre de particules fluctue, ce paquet d'ondes en nombre de particules peut être énergétiquement favorisé (comme la fluctuation de densité dans l'exemple de translation) et en conséquence envahir des domaines macroscopiques, à savoir tout le solide : c'est la transition à la superfluidité. A l'incertitude du nombre de particules dans la fonction d'ondes (5.4) on peut formellement associer une incertitude dans une variable conjuguée qu'on appelle habituellement l'angle de jauge γ . Le nombre de particules correspond ici à l'impulsion totale du cas de la translation et l'opérateur \hat{N} du nombre de particules correspond à l'opérateur de l'impulsion totale :

$$[\hat{N}, H] = 0; \quad [\hat{P}, H] = 0;
 \tag{5.5}$$

Comme la brisure de la symétrie de translation se traduit en un paquet d'ondes en R (c'est-à-dire $\delta(R)$ pour $A \rightarrow \infty$) ici la brisure du bon nombre de particules se traduit en un paquet d'ondes en φ (c'est à dire $\delta(\varphi)$ pour $A \rightarrow \infty$). Pour voir cela facilement et explicitement, simplifions encore notre modèle de la figure 10 et considérons le cas où toutes les sous-couches dégénèrent en une seule couche (modèle de la séniorité [3]). A ce moment, nous avons :

$$\begin{aligned} |BCS(\varphi)\rangle &= \prod_{m>0} (|u| + |v| e^{i\varphi} a_m^+ a_m^+) |0\rangle \\ &= e^{i\varphi \hat{N}/2} |BCS(0)\rangle \end{aligned} \quad (5.6)$$

ce qui est à voir en analogie avec le déterminant de Slater centré autour de la position

$$\begin{aligned} \bar{R} \text{ (4.1) : } \quad \Psi_{\bar{R}}^{HF}(\vec{r}_1 \vec{r}_2 \dots \vec{r}_A) &= \mathcal{A} \prod \varphi_i(\vec{r}_i + \bar{R}) \\ &= e^{i\bar{R} \hat{P}} \Psi_{\bar{R}=0}^{HF}(\vec{r}_1 \dots \vec{r}_A) \end{aligned} \quad (5.7)$$

L'équation (5.6) nous montre aussi que l'opérateur \hat{N} peut être représenté par :

$$\frac{\hat{N}}{2} = i \frac{\partial}{\partial \varphi} + \text{const.} \quad (5.8)$$

Le paquet d'ondes (5.4) avec un écart de deux particules entre les différentes composantes ressemble formellement beaucoup au cas de la rotation à une dimension d'un noyau pair où le paquet d'ondes serait constitué d'états de la bande de rotation du fondamental dont les spins $I = 0, 2, 4, \dots$ sont écartés de deux unités et c'est pour cela qu'on appelle $|BCS\rangle$ de (5.4) aussi un état qui "tourne" avec une fréquence de "rotation"

$$\frac{d\varphi}{dt} = 2 \frac{dE}{dN} = 2\lambda \quad (5.9)$$

dans l'espace de jauge (λ est le potentiel chimique et E l'énergie correspondant à (5.4), voir plus loin).

Pour l'instant, nous n'avions pas parlé du caractère très spécial du paquet d'ondes (5.4) qui est dû au choix approximatif des fonctions de base (en fait tout le raisonnement du haut aurait pu se faire en employant des fondamentaux exacts comme fonctions de base). En effet, il s'agit de nouveau d'un déterminant de Slater (approximation toujours très valable pour des systèmes fermioniques) avec les propriétés suivantes

$$\alpha_k |BCS\rangle = 0$$

$$\alpha_k^+ = u_k a_k^+ - v_k a_k^- \quad ; \quad \alpha_k = u_k a_k - v_k a_k^+ \quad ; \quad u_k^2 + v_k^2 = 1 \quad ; \quad (5.10)$$

$$|BCS\rangle \propto \prod_{jm} \alpha_k |0\rangle \quad (5.11)$$

Le lecteur a évidemment reconnu le formalisme BCS bien connu de quasiparticules (5.10) et nous conseillons de vérifier explicitement que $|BCS\rangle$ peut s'écrire sous la forme (5.11). Nous invitons également à vérifier que la distribution en \mathcal{Y} correspondant à (5.6) tend vers la fonction de Dirac $\delta(\mathcal{Y})$ lorsque la dégénérescence de la couche tend vers l'infini et elle est à moitié remplie, par exemple.

Pour progresser dans l'étude de la transition à l'état superfluide introduisons l'interaction d'appariement :

$$\sum_{kk'} \bar{v}_{kk', k'k'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{k'} a_k \simeq -G \sum_{kk'} a_k^+ a_{k'}^+ a_{k'} a_k \quad (5.12)$$

ce qui est approximativement valable lorsqu'on regarde une seule couche comme indiqué sur la figure 10. L'Hamiltonien dit de l'appariement s'écrit alors :

$$H = \sum_{jm} \epsilon_j a_{jm}^+ a_{jm} - G \sum_{jj'} P_j^+ P_{j'} \quad (5.13)$$

$$P_j^+ = \sum_{m>0} a_{jm}^+ a_{j\bar{m}}^+$$

Le calcul variationnel en utilisant (5.4) et en fixant le nombre de particules par un paramètre de Lagrange nous amène à [3] :

$$\delta \langle BCS | H - \lambda \hat{N} | BCS \rangle = 0 \quad \rightarrow$$

$$\begin{pmatrix} \epsilon_j - \lambda & \Delta \\ \Delta & -(\epsilon_j - \lambda) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix} = E_j \begin{pmatrix} u_j \\ v_j \end{pmatrix} \quad (5.14)$$

avec le "paramètre d'ordre" (le gap)

$$\Delta = G \sum_{jm>0} u_j v_j \quad (5.15)$$

La solution est donnée par :

$$v_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 - \frac{e_k - \lambda}{E_k} \right] ; \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left[1 + \frac{e_k - \lambda}{E_k} \right] \quad (5.16a)$$

$$E_k = \sqrt{(e_k - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (5.16b)$$

$$\Delta_0 = \frac{G}{2} \sum_{k>0} \frac{\Delta_0}{E_k} \quad (5.16c)$$

Les équations (5.14) - (5.16) nous indiquent que $|BCS\rangle$ ne dépend en fait que du seul paramètre Δ . Il aurait donc suffi de varier

$$E'(\Delta) = \langle BCS(\Delta) | H - \lambda \hat{N} | BCS(\Delta) \rangle \quad (5.17)$$

par rapport à Δ où le potentiel chimique est fixé par la condition

$$\langle BCS | \hat{N} | BCS \rangle = A \quad (5.18)$$

Le minimum de $E'(\Delta)$ détermine la solution $\Delta = \Delta_0$. La fonction $E'(\Delta)$ peut avoir deux comportements différents selon que la valeur de G est en-dessous ou en-dessus d'une certaine valeur critique (figure 12). (Tout ceci est bien expliqué dans les livres [3,4], voir aussi l'exemple plus loin)

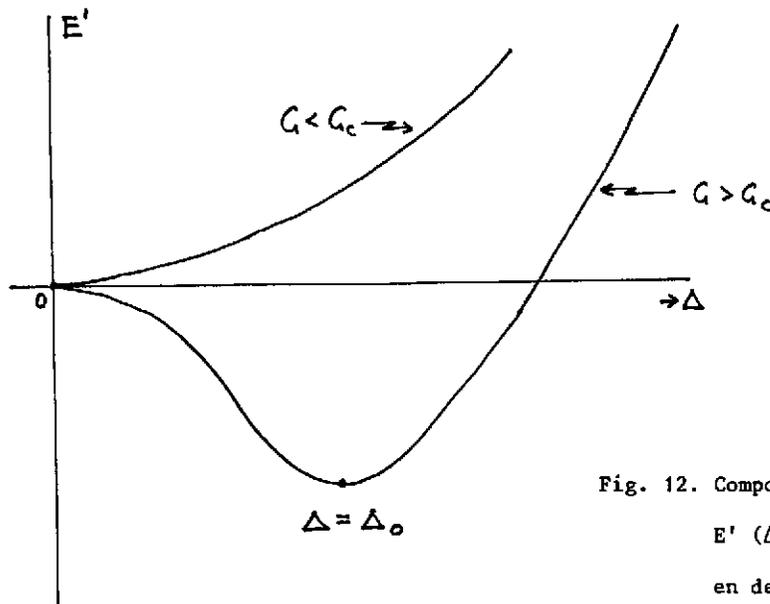


Fig. 12. Comportement qualitatif de $E'(\Delta)$ pour G en dessus et en dessous de la valeur critique.

Pour $G < G_c$, nous avons :

$$\Delta = 0 ; \quad v_k^2 = 1 ; \quad u_k^2 = 0 \quad (5.19)$$

$$|BCS\rangle \Rightarrow \prod_i a_i^\dagger |0\rangle$$

c'est à dire que la solution avec la symétrie conservée minimise l'énergie.

Dans le cas $G > G_c$ la solution $\Delta = 0$ est instable et un nouveau minimum à $\Delta = \Delta_0$ se développe : c'est la solution avec symétrie spontanément brisée. On vérifie aisément que le "paramètre d'ordre" Δ peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$\Delta = G \langle BCS | \sum_k a_k^\dagger a_k | BCS \rangle \quad (5.20)$$

ce qui veut dire que la valeur moyenne d'une paire prend une valeur non nulle pour $G > G_c$ ce qui n'est évidemment pas le cas pour la solution "non déformée".

Nous voulons à nouveau insister sur le fait que la transition de phases à la superfluidité ($\Delta \neq 0$) est tout à fait analogue à la brisure de symétrie de translation ou de rotation, etc. Les paramètres d'ordre correspondants sont donnés par (pour la rotation)

$$q = \langle HF(\epsilon) | \hat{Q} | HF(\epsilon) \rangle \quad (5.21)$$

où $|HF(\epsilon)\rangle$ est la solution HF à la déformation ϵ et \hat{Q} est l'opérateur quadrupolaire. Pour la brisure de la symétrie de translation une définition possible d'un paramètre d'ordre serait :

$$d = \langle HF(\epsilon) | \left(\sum_{\vec{k}, \vec{k}'} a_{\vec{k}'}^\dagger a_{\vec{k}} - \sum_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^\dagger a_{\vec{k}} \right) | HF(\epsilon) \rangle \quad (5.22)$$

où les indices k, k' réfèrent à la base des ondes planes; il est de nouveau évident que le paramètre d'ordre d est nul lorsque $|HF(1)\rangle$ ($1 = \text{localisation}$) est complètement délocalisé c'est à dire invariant par translation ($|HF\rangle$ est alors construit avec des ondes planes) et que $d \neq 0$ pour un déterminant du modèle en couches, par exemple. (Le fait que nous sommes un peu hésitants à donner une forme bien définie du paramètre d'ordre dans le cas de la translation est dû à ce que en physique nucléaire, la transition de phases qui est sous-jacente à la brisure de symétrie de translation est très peu discutée et plusieurs définitions, déviant légèrement les unes des autres, sont possibles pour le paramètre d'ordre).

Considérations dynamiques

Il est clair que le paquet d'ondes qui brise la symétrie et dont nous avons maintenant parlé si souvent peut aussi dépendre du temps lorsqu'il ne se trouve pas à l'équilibre. Pensons

à la gouttelette : outre le mouvement trivial de la translation du centre de masse, la gouttelette qui dépend de toutes les coordonnées correspondant aux particules qui la constituent, peut par exemple vibrer de toutes les façons possibles. Comme la gouttelette dépend des $3A$ coordonnées des A particules qui la composent, une description dynamique va nécessairement inclure toutes les formes de mouvement possibles. Surtout elle va inclure aussi le mouvement spécial qui correspond à une simple translation du paquet d'ondes. Une bonne théorie de la dynamique doit avoir comme réponse une description correcte du mouvement collectif qui correspond à l'opérateur de symétrie. Par exemple, il est clair que dans le cas de la brisure de symétrie de la translation une branche du spectre d'excitation de la gouttelette doit être donnée par $P^2/2M$ où P est l'impulsion totale et M la masse totale de la gouttelette, ce qui correspond à l'énergie cinétique du mouvement uniforme de la gouttelette.

Dans le cas où les surfaces d'énergie, comme celle de la figure 12 (qui peut être prise comme représentatif pour tous les cas de figures de brisure spontanée de symétrie) montrent un minimum fortement creusé l'approximation quadratique pour des mouvements de petites amplitudes est valable. En fait, pour la description de la dynamique (quantifiée) la figure 12 n'est pas complète. Généralement, le paramètre d'ordre peut être complexe (voir aussi eq. (5.6)) :

$$\Delta = |\Delta| e^{i\varphi} \tag{5.23}$$

Seulement on constate que l'énergie E' (5.17) ne dépend que de $|\Delta|^2$ même pour une transformation de Bogoliubov où les coefficients u, v peuvent être complexes. C'est pour cela que d'habitude on pose $\varphi = 0$ et le degré de liberté qui est représenté par la phase n'entre plus en jeu. Par contre, pour les considérations de la dynamique, cette omission n'est plus possible et il est important de considérer toute la surface $E'(|\Delta|, \varphi)$. Comme E' en fait ne dépend pas de φ il suffit de pivoter la figure 12 autour de l'axe E' pour créer la surface bidimensionnelle. Ceci nous amène au fameux "chapeau mexicain" représenté sur la figure 13

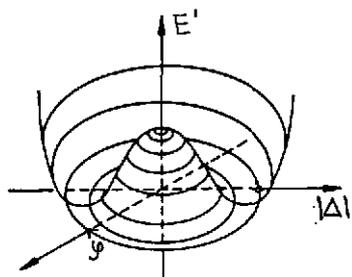


Fig. 13. Surface d'énergie bidimensionnelle pour un système avec symétrie continuellement brisée.

L'angle ψ sur la figure 13 est représentatif pour la position du paquet d'ondes (c'est à dire centre de masse R, les angles d'Euler α, β, γ , l'angle de jauge ψ etc). Une analyse harmonique autour du minimum donne les fréquences propres habituelles :

$$\omega_i = \left(\frac{C_i}{B_i} \right)^{1/2} ; \quad C_1 = \left. \frac{\partial^2 E'}{\partial |\Delta|^2} \right|_{\Delta = \Delta_0}$$

$$C_2 = \left. \frac{\partial^2 E'}{\partial \varphi^2} \right|_{\Delta = \Delta_0} \quad (5.24)$$

Sans connaître le paramètre de masse, nous savons que $\omega_2 = 0$ parce qu'il n'y a pas de force de rappel dans la direction qui correspond à un déplacement collectif du paquet d'ondes. Cette excitation particulière est appelée mode de Goldstone.

Nous allons par la suite traiter ce mode en détail. Remarquons d'abord que la situation présentée en figure 13 est caractéristique pour une symétrie continuellement brisée. Il y a aussi des cas, comme par exemple pour la parité, où la symétrie est spontanément brisée d'une manière discrète (paire et impaire pour la parité). La surface d'énergie correspondante développe alors deux minima discrets tels que c'est montré sur la figure 14.

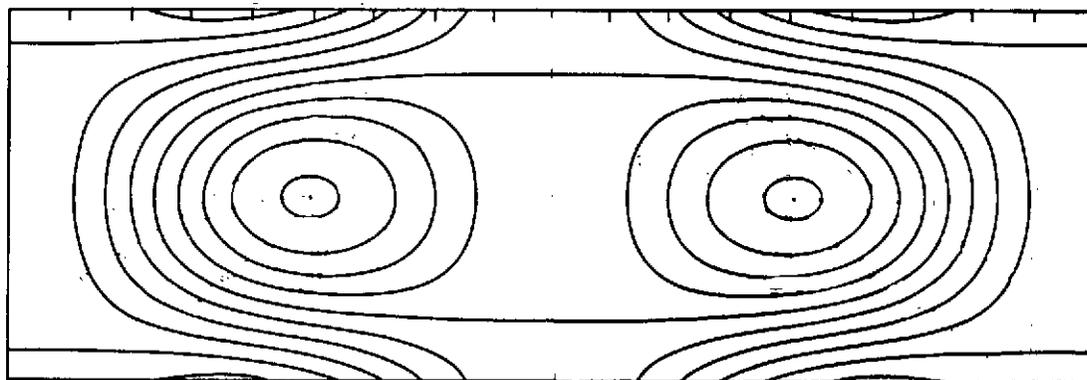


Fig. 14. Surface d'énergie dans le cas d'une brisure de symétrie discrète.

Il y a en effet des spéculations selon lesquelles les brisures de parités qu'on trouve dans la nature (expérience de Mme Wu, voir cours de P. Depommier) seraient aussi des brisures spontanées de symétrie analogues à celles qu'on vient de discuter. Les brisures discrètes de symétries ne sont pas accompagnées d'un mode de Goldstone; ceci se manifeste uniquement dans les cas où l'analogue classique de l'opérateur de symétrie permet un mouvement uniforme. Nous donnons quelques exemples ici :

$$\begin{array}{cccc}
 [h^{HF}, \hat{P}] \neq 0 & [h^{HF}, \hat{J}_2] \neq 0 & [h^{BCS}, \hat{N}] \neq 0 & [h^D, \gamma^5 \bar{c}] \neq 0 \\
 \text{translation} & \text{rotation} & \text{rotation des paires} & \text{pion}
 \end{array} \quad (5.25)$$

Les sous-titres de (5.25) donnent la désignation du mode (collectif) qui représente le mode de Goldstone, au-dessus sont indiqués les champs moyens qui brisent les symétries et les opérateurs de symétrie correspondants; h^D signifie ici un Hamiltonien de Dirac qui brise la symétrie chirale dont nous allons encore parler un peu plus loin (voir aussi le cours de P.A.M. Guichon) Le mode de Goldstone correspondant est le pion qui idéalement aurait la masse nulle comme tous les autres modes de Goldstone. Dans un effort de jeter un pont entre le langage des physiciens des particules élémentaires et celui des physiciens nucléaires, notons que h^D a, à la relativité près, la même structure que l'Hamiltonien BCS

$$\begin{pmatrix} e_a - \lambda & \Delta \\ \Delta & -(e_a - \lambda) \end{pmatrix} \rightarrow E_a = \sqrt{(e_a - \lambda)^2 + \Delta^2} \quad (5.26)$$

$$\approx \Delta$$

et que dans h^D figure un terme analogue au Δ représentant la masse constituante des quarks (la masse des quarks dans le Lagrangien du départ est nulle, ou quasiment nulle). On dit que la brisure spontanée de la chiralité a créé une masse ($\Delta \leftrightarrow m$) pour les quarks; nous allons y revenir brièvement dans la description du modèle de Nambu-Jona-Lasinio.

Essayons maintenant de concrétiser par des formules ce que nous venons de décrire avec des mots. Lorsque la symétrie est spontanément brisée les équations Hartree-Fock dépendant du temps restent autant une approximation valable pour décrire la dynamique des systèmes fermioniques que lorsqu'il s'agit d'un système (infini par exemple) sans brisure de symétrie. Pour un noyau (ou mieux encore, pour une gouttelette macroscopique de He^3) nous avons donc (dans une base qui brise explicitement au moins la symétrie de translation) pour l'opérateur de densité :

$$i \dot{\rho}(t) = [h^{HF}(t), \rho(t)] \quad (5.27)$$

Pour l'analyse harmonique dont nous avons parlé plus haut, il suffit de linéariser cette équation :

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \quad \text{avec} \quad [h_0^{HF}, \rho_0] = 0 \quad (5.28)$$

La densité ρ_0 correspond donc à la solution H.F. du problème statique. L'équation (5.27) devient :

$$i \dot{\rho}_1 = [h_0^{HF}, \rho_1] + [h_1, \rho_0]; \quad h_1 = \left. \frac{\delta h^{HF}}{\delta \rho} \right|_0 \cdot \rho_1 \quad (5.29)$$

Une analyse de Fourier : $\rho_1(t) = \rho_1 e^{i\Omega t} + \rho_1^\dagger e^{-i\Omega t}$ nous amène aux équations bien connues [3,4] de RPA :

$$\Omega \rho_1 = [h_0^{HF}, \rho_1] + \left[\left. \frac{\delta h^{HF}}{\delta \rho} \right|_0, \rho_1, \rho_0 \right] \quad (\text{RPA}) \quad (5.30)$$

Comme ρ_0 correspond à une densité qui brise au moins la symétrie de translation (une situation analogue aux figures 12 et 13), nous devrions retrouver le mode de Goldstone qui correspond à la translation. Pour prouver que c'est effectivement le cas, nous considérons la densité déplacée :

$$\tilde{\rho} = e^{i q \hat{P}} \rho_0 e^{-i q \hat{P}} \quad (5.31)$$

(Rappelons, voir les remarques dans le chapitre 3 que (5.31) agit uniquement sur les coordonnées et ne représentant donc pas une transformation de Galilée complète; c'est un déplacement sans donner de la vitesse). Les équations de H.F. peuvent alors être transformées de la manière suivante :

$$e^{i q \hat{P}} \left[h_0^{HF} e^{-i q \hat{P}} e^{i q \hat{P}} \rho_0 - \rho_0 e^{-i q \hat{P}} e^{i q \hat{P}} h_0^{HF} \right] \cdot e^{-i q \hat{P}} = 0 \quad (5.32)$$

Il est facile de se convaincre que, lorsqu'on a $[H, \hat{P}] = 0$, le champ moyen et donc l'équation H.F. se transforme comme ceci :

$$e^{i q \hat{P}} h^{HF}[\rho_0] e^{-i q \hat{P}} = h^{HF}[\tilde{\rho}] \quad \rightarrow$$

$$[h^{HF}[\tilde{\rho}], \tilde{\rho}] = 0. \quad (5.33)$$

Nous avons donc le résultat suivant (qui est presque évident) que les équations de H.F. statiques sont valables à n'importe quel point au fond de la vallée (de la figure 13). Effectuons une translation infinitésimale :

$$\tilde{\rho} = \rho_0 + \rho_1 \equiv \rho_0 + i\eta [\hat{P}, \rho_0] \quad (5.34)$$

L'équation (5.33) s'écrit alors :

$$[h^{HF}[\rho_0], \rho_1] + \left[\frac{\delta h^{HF}}{\delta \rho} \Big|_{\tilde{\rho}=\rho_0} \cdot \rho_1, \rho_0 \right] = 0 \quad (5.35)$$

sous la condition que $[h^{HF}, \rho_0] = 0$.

L'équation (5.35) est égale à (5.30) pour $\Omega = 0$ et nous avons donc bien le résultat désiré que, sous condition qu'on travaille dans la base H.F., les équations RPA dégagent un mode de Goldstone à l'énergie nulle qui représente un déplacement infinitésimal de la position de la gouttelette. Sans rentrer dans plus de détails, nous pouvons écrire l'eq. (5.35) avec la définition de ρ_1 (5.34) de la manière habituelle en RPA [3]:

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^* & A^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ -P^* \end{pmatrix} = 0 \quad (5.36)$$

où P représente les éléments particule-trou de l'opérateur de symétrie (l'impulsion totale). Comme P est un vecteur ce mode de Goldstone que les physiciens nucléaires appellent aussi mode spurious ne se manifeste que dans la voie des spins $I = 1, T = 0$. Rappelons de nouveau que le mode de Goldstone (5.36) n'apparaît que lorsque la symétrie est effectivement et spontanément brisée; à ce moment là, toutes les considérations que nous venons de faire pour la translation se font de la même manière dans les autres cas (de l'éq. (5.25) par exemple).

Pour acquérir encore davantage de familiarité avec la physique des brisures spontanées de symétries, je propose d'étudier dans le cas de la superfluidité un modèle exactement soluble: c'est le modèle symétrique à deux niveaux représenté sur la figure 15.

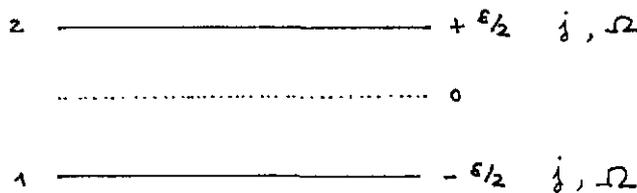


Fig. 15. Modèle symétrique à deux niveaux avec $N = \Omega = 2j + 1$ particules

Nous supposons que nous avons $N = 2j+1$ neutrons dans le système c'est à dire en approximation HF la couche inférieure est pleine. Avec la force d'appariement pure, le Hamiltonien (5.13) se réduit à :

$$H = \sum_{\substack{j=1,2 \\ m}} \epsilon_j a_{jm}^{\dagger} a_{jm} - G \sum_{j,j'=1,2} P_j^{\dagger} P_{j'} \quad (5.37)$$

D'abord, nous nous plaçons dans le cas $G < G_c$ c'est à dire le minimum (figure 12) est à $\Delta = 0$. L'analyse harmonique consiste à étudier les équations RPA dans la base non "déformée". C'est une RPA particule-particule (pp) [3,4] dont la fonction d'essai s'écrit :

$$|N+2\rangle = (X P_2^{\dagger} |N\rangle - Y P_1^{\dagger}) |N\rangle \quad (5.38)$$

et l'équation RPA devient :

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix}; \quad \begin{aligned} A &= \epsilon - \frac{(N-1)G}{2} \\ B &= -\frac{(N-1)G}{2} \end{aligned} \quad (5.39)$$

La signification des valeurs propres de la RPA pp est la suivante [3,4]

$$\Omega_{\pm\mu} = \pm (\epsilon_{\mu}^{N\pm 2} - \epsilon_0^N) ; \quad \mu = 0, 1, 2, \dots \quad (5.40)$$

Dans notre modèle simple, il n'y a que la possibilité $\mu = 0$ et à cause de la symétrie du modèle, nous avons :

$$\Omega_{\pm 0} = \pm \epsilon \sqrt{1 - \chi} ; \quad \chi = \frac{(N-1)G}{\epsilon} \quad (5.41)$$

La dépendance des valeurs propres en fonction de l'intensité effective χ de la force est tracée en figure 16; elles s'annulent à la valeur $\chi = \chi_c = 1$ c'est à dire

$$G_c = \frac{\epsilon}{N-1} \quad (5.42)$$

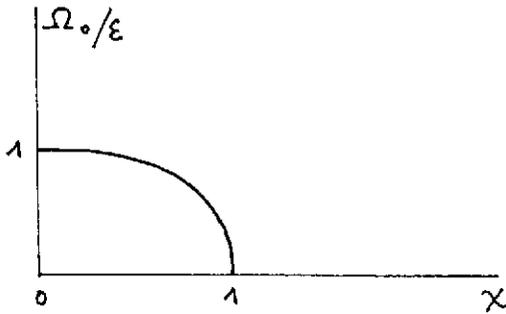


Fig. 16. Dépendance de la solution RPA en fonction de l'intensité de la force dans la base "sphérique".

et c'est précisément la même valeur en-dessous de laquelle il n'y a pas de solution superfluide comme le montre un petit calcul en employant l'équation du gap correspondant à notre modèle. Le point $\chi = 1$ est la valeur où l'attraction, c'est à dire l'énergie de liaison entre les deux particules rajoutées au fondamental $|N\rangle$, compense exactement l'augmentation de l'énergie qui est donnée par l'addition au fondamental de deux particules libres ($2 \cdot \epsilon / 2 = \epsilon$). A ce moment, deux fondamentaux voisins deviennent donc dégénérés :

$$E_0^N = E_0^{N+2} ; \quad G = G_c \quad (5.43)$$

Dans un espace où on inclut le nombre de particules comme degré de liberté supplémentaire la suite des énergies des fondamentaux peut être considérée comme un spectre d'excitation. L'équation (5.43) nous dit alors qu'il peut y avoir une telle collectivité (un tel degré de corrélation) dans le premier état excité que son énergie devient dégénérée avec le fondamental : c'est le seuil de la transition de phase à la superfluidité . Ce scénario est à peu de chose près propre à toutes les transitions de phases qui correspondent à une brisure spontanée de symétrie : en fonction d'un paramètre physique un état excité devient de plus en plus corrélé (il devient de plus en plus "mou") jusqu'au point où son énergie sera dégénérée avec celle du fondamental. Si on suit ce processus sur la figure 12 en employant notre modèle on constate que la parabole pour $G < G_c$ s'ouvre de plus en plus et qu'elle est complètement plate pour $G = G_c$ et il devient clair qu'à ce moment l'énergie d'excitation est nulle car il n'y a plus de force de rappel. En outre, nous comprenons aussi que pour $G > G_c$ les états excités c'est à dire ceux qui sont obtenus à partir d'un mouvement autour du nouvel équilibre $\Delta = \Delta_0$ sont à calculer dans la base avec la symétrie brisée. Avant d'entamer explicitement ce calcul dans notre modèle, discutons quelques cas physiques qui sont analogues à la transition à la superfluidité.

Il est bien connu que dans les noyaux à couches ouvertes en ajoutant de plus en plus des neutrons et des protons, le premier état excité qui est généralement un 2^+ , c'est à dire une corrélation particule-trou (ph) descend de plus en plus en énergie pour passer par un minimum au milieu de la

couche, l'énergie d'oscillation est alors de l'ordre de 100 Kev, ce qui est une énergie d'excitation très faible sur l'échelle nucléaire. La situation est schématiquement représentée sur la figure 17. Le fait que le niveau 2^+ le plus bas ne devient pas dégénéré avec le fondamental tient

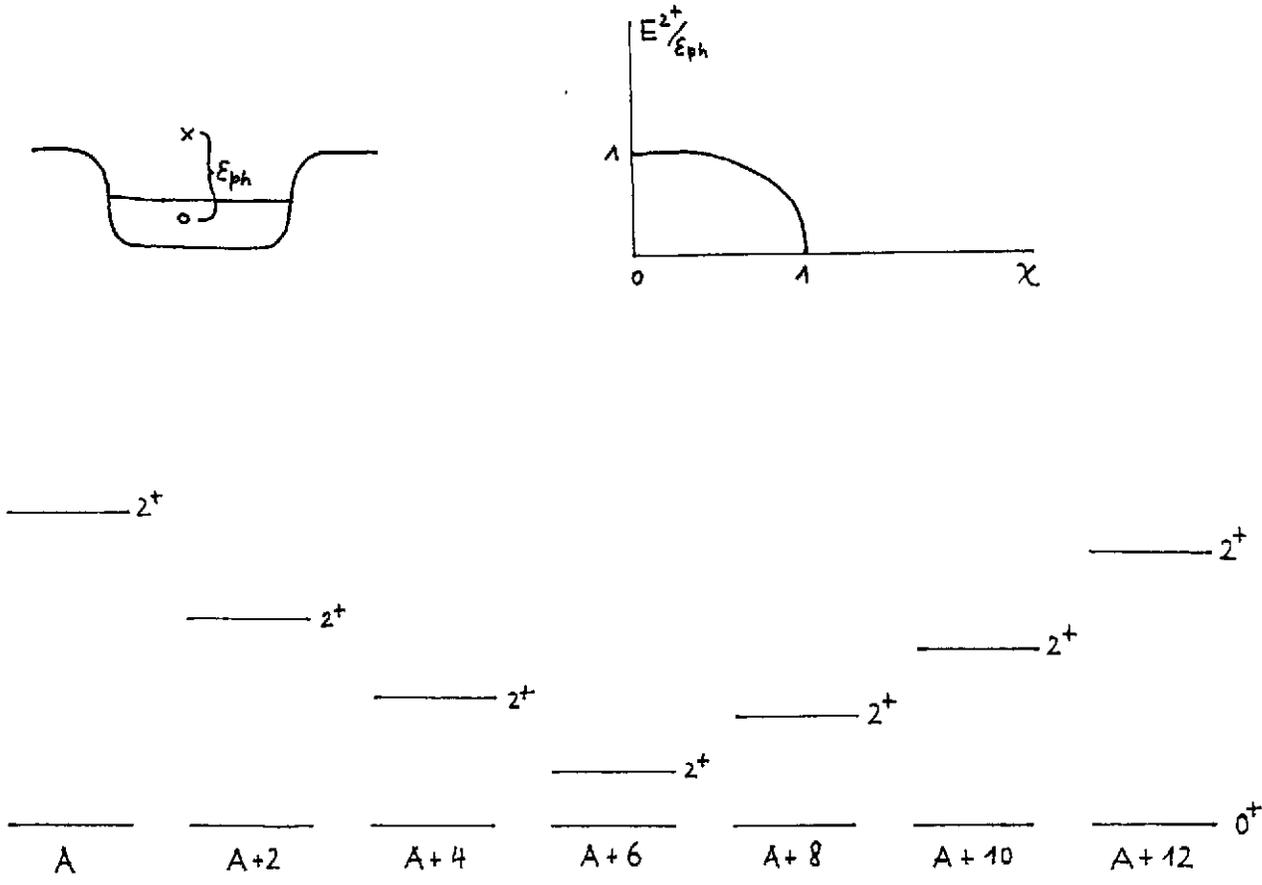


Fig. 17 . Position de la vibration quadrupolaire en fonction du taux de remplissage de la couche (schématique).

à ce qu'il s'agit d'un système fini et nous avons vu que les vraies transitions de phases se produisent uniquement pour des systèmes macroscopiques. Néanmoins, il est surprenant de voir a quel degré même pour un système aussi petit qu'un noyau la transition sphérique-déformé est réalisée.

Pour certaines discussions, il est utile de représenter l'équation RPA par des graphes de Feynman. Notamment, on peut réécrire la RPA sous forme d'une équation intégrale pour la fonction de Green ph. Cette équation est appelée équation de Bether-Salpeter [3, A, E] qui permet la réalisation graphique suivante :

$$\begin{matrix} I=2^+ \\ T=0 \end{matrix} \left\{ \begin{array}{l} p \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ \text{ph} \\ h \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \end{array} \right. = \begin{array}{c} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \end{array} + \begin{array}{c} \rightarrow \rightarrow \rightarrow \rightarrow \\ \text{ph} \\ \leftarrow \leftarrow \leftarrow \leftarrow \end{array}$$

(5.44)

$$\begin{pmatrix} \gamma_{1m}^+ \\ \gamma_{1\tilde{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 & -c_1 \\ c_1 & s_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{j_1 m}^+ \\ a_{j_1 \tilde{m}} \end{pmatrix}$$

$$s_i = \sin \phi_i / 2$$

$$\begin{pmatrix} \gamma_{2m}^+ \\ \gamma_{2\tilde{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_2 & -s_2 \\ s_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{j_2 m}^+ \\ a_{j_2 \tilde{m}} \end{pmatrix}$$

$$c_i = \cos \phi_i / 2$$

(5.47)

Ce choix de la matrice de transformation assure automatiquement la normalisation et l'unitarité.

L'inversion nous donne :

$$\begin{pmatrix} a_{j_1 m}^+ \\ a_{j_1 \tilde{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} s_1 & c_1 \\ -c_1 & s_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{1m}^+ \\ \gamma_{1\tilde{m}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{j_2 m}^+ \\ a_{j_2 \tilde{m}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_2 & s_2 \\ -s_2 & c_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \gamma_{2m}^+ \\ \gamma_{2\tilde{m}} \end{pmatrix}$$

(5.48)

Il faut insérer cette transformation dans le Hamiltonien (5.37) et ordonner les opérateurs γ^+, γ en produit normal. C'est un calcul assez fastidieux. Cependant, la valeur du terme constant est obtenue assez facilement

$$\langle H' \rangle \equiv \langle \text{BCS} | H - \lambda \hat{N} | \text{BCS} \rangle =$$

$$= N \left(\frac{\epsilon}{2} - \lambda \right) s_2^2 - N \left(\frac{\epsilon}{2} + \lambda \right) c_1^2 - \frac{GN}{2} (c_1^4 + s_2^4) - \frac{N}{2} \frac{GN}{2} (s_1 c_1 + s_2 c_2)^2$$

(5.49)

La variation de cette expression par rapport à c_1 et c_2 nous donne deux équations dont nous pouvons prendre la différence et insérer le résultat dans la première équation; ceci montre que :

$$\phi_1 = \phi_2 .$$

(5.50)

Le potentiel chimique est maintenant calculé facilement avec la condition du nombre de particules $N = \langle \hat{N} \rangle$:

$$\lambda = -G/2 \quad (5.51)$$

Après ces préliminaires, nous arrivons à l'expression de l'Hamiltonien transformé en quasiparticules

$$\begin{aligned} H' = & E_0^{BCS} - \lambda N \\ & + 2E_1 \mathcal{Y}_2 + 2E_2 \mathcal{Z}_2 \\ & - \frac{G}{2} s \left[(N-1)c + 1 - \frac{\epsilon - 2\lambda}{G} \right] (\mathcal{Z}_+ + \mathcal{Z}_-) \\ & - \frac{G}{2} s \left[-(N-1)c + 1 + \frac{\epsilon + 2\lambda}{G} \right] (\mathcal{Y}_+ + \mathcal{Y}_-) \\ & - G \left[s^2 \left((\mathcal{Z}_+ + \mathcal{Y}_+)^2 - \frac{1}{2} (\mathcal{Z}_+ + \mathcal{Y}_+) \right) + \frac{1}{2} (1+c^2) (\mathcal{Z}_+ \mathcal{Z}_- + \mathcal{Y}_+ \mathcal{Y}_-) \right. \\ & \quad \left. + \frac{1}{2} s^2 (\mathcal{Z}_+ \mathcal{Y}_- + \mathcal{Y}_+ \mathcal{Z}_-) \right] \\ & + G \left[\frac{s^2}{4} (\mathcal{Z}_+^2 + \mathcal{Z}_-^2 + \mathcal{Y}_+^2 + \mathcal{Y}_-^2) + \frac{1}{2} (1+c^2) (\mathcal{Z}_+ \mathcal{Y}_+ + \mathcal{Z}_- \mathcal{Y}_-) \right] \\ & + G sc \left[\mathcal{Z}_+ \mathcal{Z}_2 + \mathcal{Z}_2 \mathcal{Z}_- - \mathcal{Y}_+ \mathcal{Y}_2 - \mathcal{Y}_2 \mathcal{Y}_- + \mathcal{Y}_2 (\mathcal{Z}_+ + \mathcal{Z}_-) - \mathcal{Z}_2 (\mathcal{Y}_+ + \mathcal{Y}_-) \right] \end{aligned} \quad (5.52)$$

où nous avons introduit les abréviations suivantes

$$\begin{aligned} E_0^{BCS} &= -\frac{G}{4} N(N+1) - N \frac{\epsilon}{2} c \left(1 - \frac{\chi}{2} c \right) \\ c &= \cos \phi, \quad s = \sin \phi, \quad \chi = \frac{(N-1)G}{\epsilon}; \end{aligned}$$

$$\mathcal{Y}_+ = \mathcal{Y}_-^+ = \sum_{m>0} \gamma_{1m}^+ \gamma_{1m}^+ ; \quad \mathcal{Y}_2 = \frac{1}{2} \sum_m \gamma_{1m}^+ \gamma_{1m}$$

$$\mathcal{Z}_+ = \mathcal{Z}_-^+ = \sum_{m>0} \gamma_{2m}^+ \gamma_{2m}^+ ; \quad \mathcal{Z}_2 = \frac{1}{2} \sum_m \gamma_{2m}^+ \gamma_{2m}$$

$$2E_1 = (\varepsilon - G)C + GN s^2 + \frac{G}{2}(1+c)^2 - \frac{G}{2} s^2$$

$$2E_2 = (\varepsilon + G)C + GN s^2 + \frac{G}{2}(1-c)^2 - \frac{G}{2} s^2$$

(5.53)

Dans (5.52) on reconnaît successivement [3] : l'énergie BCS, le terme H^{11} , les termes H^{20} , H^{22} , H^{40} , H^{31} . Comme d'habitude, la solution BCS s'obtient en annulant le terme H^{20} . Ceci nous amène avec (5.51) à

$$\cos \phi_0 = \frac{1}{\chi} \quad (5.54)$$

A l'équilibre l'expression des énergies de quasiparticules se simplifie grandement :

$$E_1 = E_2 = \frac{GN}{2} \quad (5.55)$$

Montrons brièvement que ce résultat est en accord avec la définition habituelle :

$$E_1 = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_1^2 + \Delta^2} ; \quad E_2 = \sqrt{\tilde{\varepsilon}_2^2 + \Delta^2} \quad (5.56)$$

Le gap est donné par

$$\Delta = G \frac{N}{2} (s_1 c_1 + s_2 c_2) = \frac{GN}{2} \sin \phi \quad (5.57)$$

et les énergies H.F. (renormalisées par le terme v^4) s'écrivent :

$$\tilde{\varepsilon}_1 = -\frac{\varepsilon}{2} - \lambda - G c_1^2 ; \quad \tilde{\varepsilon}_2 = \frac{\varepsilon}{2} - \lambda - G s_2^2 \quad (5.58)$$

A l'équilibre (5.54) et avec (5.50, 5.51, 5.53) nous retrouvons bien le résultat (5.55).

Ceci termine la transcription de l'Hamiltonien en opérateurs de quasiparticules et nous pouvons commencer notre calcul RPA dans la base déformée. Comme les opérateurs de quasiparticules mélangent particules et trous, nous avons maintenant à la place de (5.38) un vecteur à quatre composantes :

$$|\widetilde{\text{RPA}}\rangle = (X_1 \mathcal{Y}_+ + X_2 \mathcal{Z}_+ - Y_1 \mathcal{Y}_- - Y_2 \mathcal{Z}_-) |0\rangle \quad (5.59)$$

Les opérateurs $\mathcal{Y}_\pm, \mathcal{Z}_\pm$ n'interviennent pas parce qu'ils découplent du reste dans la matrice RPA comme on peut l'observer rapidement. La matrice RPA se calcule comme d'habitude [3] et nous obtenons

$$\begin{aligned} A_{11} = a &= \frac{2}{N} \langle \text{BCS} | [\mathcal{Y}_-, [H', \mathcal{Y}_+]] | \text{BCS} \rangle = \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Z}_-, [H', \mathcal{Z}_+]] \rangle = A_{22} \\ &= NG - \frac{G}{2} s^2 - \frac{GN}{4} (1+c^2) \end{aligned} \quad (5.60)$$

$$\begin{aligned} A_{12} = a' &= \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Y}_-, [H', \mathcal{Z}_+]] \rangle = \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Z}_-, [H', \mathcal{Y}_+]] \rangle = A_{21} \\ &= -\frac{GN}{4} s^2 \end{aligned} \quad (5.61)$$

$$\begin{aligned} B_{11} = b &= \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Y}_-, [H', \mathcal{Y}_-]] \rangle = \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Z}_-, [H', \mathcal{Z}_-]] \rangle = B_{22} \\ &= -\frac{G}{2} s^2 (1 - \frac{N}{2}) \end{aligned} \quad (5.62)$$

$$\begin{aligned} B_{12} = b' &= \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Y}_-, [H', \mathcal{Z}_-]] \rangle = \frac{2}{N} \langle [\mathcal{Z}_-, [H', \mathcal{Y}_-]] \rangle = B_{21} \\ &= \frac{GN}{4} (1+c^2) \end{aligned} \quad (5.63)$$

La matrice RPA s'écrit finalement :

$$\begin{pmatrix} a & a' & b & b' \\ a' & a & b' & b \\ b & b' & a & a' \\ b' & b & a' & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ Y_1 \\ Y_2 \end{pmatrix} = \Omega \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ -Y_1 \\ -Y_2 \end{pmatrix} ; \quad (5.64)$$

A cause de la propriété $a + a' = b + b'$ et en additionnant dans le déterminant correspondant à (5.64) la deuxième ligne à la première et la quatrième à la troisième, nous voyons tout de suite que la RPA possède une valeur propre qui est nulle : c'est le mode de Goldstone. Nous obtenons donc le résultat attendu parce que nous avons travaillé dans la base self-consistante en annulant le terme H^{20} . Il est peut-être utile de remarquer que le résultat (5.64) aurait pu être obtenue directement en utilisant la formule (8.201) de la ref. [3] mais nous avons préféré donner une déviation cohérente dans le cadre de notre modèle afin que le lecteur puisse se familiariser avec tous les détails du formalisme.

Le problème (5.64) possède aussi une racine non spurieuse qui correspond à une vraie excitation du système intrinsèque qui s'obtient assez facilement en réarrangeant le déterminant correspondant à (5.64) :

$$\begin{aligned} -\Omega^2 &= 4(a-b)(a-b') \\ &= \frac{N}{(N-1)G} \epsilon^2 (\chi^2 - 1) \\ \frac{\Omega}{\epsilon} &= (\pm) \sqrt{\frac{N}{\epsilon \cdot \chi}} \cdot \sqrt{\chi^2 - 1} \end{aligned} \quad (5.65)$$

Nous avons donc une solution RPA du premier état "excité" c'est à dire pour $\Omega = E_0^{N+2} - E_0^N$ pour toutes les valeurs $\chi \gtrsim 1$. Il est extrêmement instructif de comparer ce résultat au résultat exact pour différents nombres de particules $N = 2j + 1$ (Fig. 18).

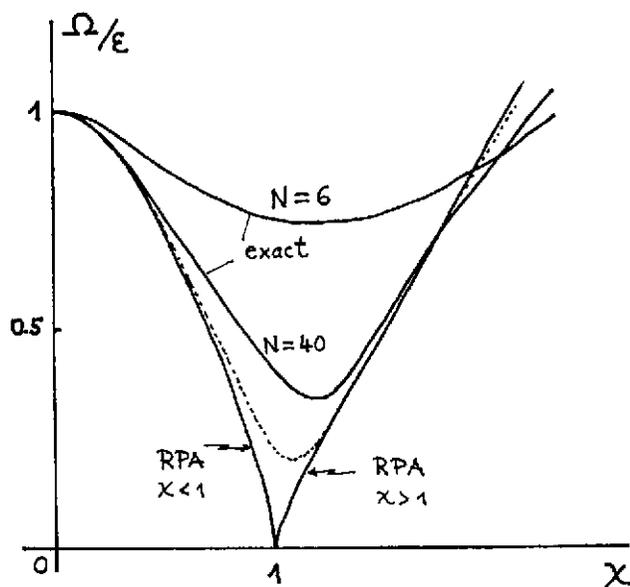


Fig. 18. Energie "d'excitation" en théorie RPA comparée au résultat exact pour différents nombres de particules en fonction de l'intensité de la force.

Nous voyons que la solution RPA devient d'autant meilleure que le nombre de particules (la dégénérescence) du modèle est grande et dans la limite $N \rightarrow \infty$ nous avons :

$$\Omega^{RPA} = \Omega^{exact} \quad (N = \infty) \quad \chi \geq 1 \quad (5.66)$$

Notre modèle contient donc un deuxième exemple où la théorie du champ moyen (TDHF, c'est à dire RPA) avec symétrie spontanément brisée coïncide avec la solution exacte du problème. Rappelons nous toujours que c'est un résultat non trivial dans la mesure où la théorie est basée sur une fonction d'ondes qui est un paquet d'ondes (dans l'angle de jauge) et qui donc, en principe, est un état non stationnaire. Seulement pour $N \rightarrow \infty$ l'étalement du paquet d'ondes se réduit à zéro et la solution avec symétrie brisée coïncide avec la solution exacte. Ceci termine le traitement explicite de notre modèle.

Faisons un bref inventaire des différentes brisures de symétrie que nous avons abordées :

i) Translation

Sans dérivation, mais le résultat est assez éloquent pour être compris (voir chapitre 8.4.7 de [3]), nous donnons l'Hamiltonien qui correspond à la RPA quantifiée :

$$H_B = E_0^{RPA} + \sum_{\mu > 0} \Omega_{\mu} O_{\mu}^+ O_{\mu} - \frac{\hbar^2}{2M} \frac{\partial^2}{\partial R^2} \quad (5.67)$$

où les opérateurs O_{μ}^+, O_{μ} représentent les modes RPA mis à part le mode de Goldstone qui est représenté par le dernier terme en (5.67) c'est à dire par l'énergie cinétique du mouvement uniforme; on peut montrer que la masse M est égale à la masse totale du noyau [3]. L'énergie du fondamental, qui est abaissée par rapport à H.F. à cause du mouvement de point zéro des modes RPA, est donnée par :

$$E_0^{RPA} = E_0^{HF} - \sum_{\mu > 0} \Omega_{\mu} \sum_{ph} |Y_{ph}^{\mu}|^2 - \frac{\langle HF | \hat{p}^2 | HF \rangle}{2M} \quad (5.68)$$

Si on néglige la contribution $\mu \neq 0$, nous voyons que $E_0^{H.F.}$ est essentiellement corrigée par l'énergie (spurieuse) du point zéro de translation qui est contenue dans la fonction d'ondes H.F. brisant la symétrie de translation. Nous avons déjà rencontré un terme similaire lorsque nous avons traité la projection dans le chapitre 4 seulement le paramètre de masse n'était pas égal à la masse physique du noyau ($M_y \neq M$) ce qui peut être considéré comme un désavantage.

Le mode instable qui enclenche la brisure de symétrie est une onde de densité

Mode de Goldstone : translation; $I = 1^-$; $T = 0$

ii) Rotation (perpendiculaire à un axe de symétrie)

Le mouvement collectif associé au mode de Goldstone dans la brisure de l'invariance par rotation (déformation) est donné par les rotations; contrairement au cas de la translation ce mode représente une excitation non triviale du noyau car le mouvement collectif n'est pas découplé du mouvement intrinsèque. En RPA qui est valable pour des petites fréquences de rotation, nous avons :

$$H_B = \dots - \frac{\hbar^2}{2 \mathcal{I}_{rv}} \hat{J}_x^2 \quad (5.69)$$

où \mathcal{I}_{rv} représente le moment d'inertie de Thouless-Valatin (voir [3]).

Mode instable : vibration de surface $I = 2^+$, $T = 0$

Mode de Goldstone : bande de rotations : $I = 0^+, 2^+, 4^+ \dots$; $T = 0$

iii) Superfluidité nucléaire

Comme nous l'avons déjà dit, la superfluidité nucléaire peut être considérée comme une rotation dans l'espace d'isospin; on obtient en théorie BCS un terme qui peut être interprété comme l'énergie cinétique de rotation dans cet espace :

$$H_B = \dots - \frac{\hbar^2}{2 \Theta_N} (\hat{N} - N_0)^2 \quad (5.70)$$

En effet, des bandes de rotations dans l'espace d'isospin ont été observées (voir [3] p. 448)

Mode instable : paire de Cooper $I = 0^+$, $T = 1$

Mode de Goldstone : $I = 0^+$, $T = T_0$, $T = T_0 \pm 2$, $T = T_0 \pm 4, \dots$

iv) Brisure de la symétrie chirale (voir cours de P.A.M. Guichon)

Le Lagrangien du modèle non linéaire σ, π ou de Nambu-Jona-Lasinio contient aussi un angle qui est lié au mouvement au fond du creux du chapeau mexicain, ce qui est représenté par la transformation $U = \exp [i \gamma^5 \vec{\tau} \cdot \vec{\phi}]$ qui, elle, est analogue aux transformations $U = e^{i \vec{p} \cdot \vec{N}}$ et $U = e^{i R \vec{P}}$ dans le cas de la superfluidité et de la translation (voir eqs. (5.6) et (5.7)). Il apparaît donc dans le Lagrangien un terme qui doit être l'analogue aux

termes cinétiques dans les exemples précédents

$$\mathcal{L} = \dots + \frac{1}{2} D_\mu \vec{\phi} D^\mu \vec{\phi} \quad (5.71)$$

(Pour plus de détails, voir le cours de P.A.M. Guichon)

Le mode instable : excitation $q\bar{q}$ $I = 0^+$ $T = 0$

Mode de Goldstone : pion $I = 0^-$ $T = 1$

Avant de conclure ce chapitre, insistons encore sur un détail important concernant la compréhension des transitions de phases en approximation du champ moyen. Il s'agit du fait que l'équation pour le paramètre d'ordre (Δ , q , etc) c'est à dire :

l'équation du gap est une équation RPA atrophiée.

Regardons pour cela l'équation de Bethe-Salpeter pour la fonction de Green pp (à comparer avec eqs (5.44))

$$G_k = G_k^{(0)} + G_k^{(0)} \Sigma_k G_k \quad (5.72)$$

Ceci donne explicitement (voir [3 , Appendice F] ou d'autres livres sur les fonctions de Green [10]) en employant la force d'appariement (5.12) :

$$G_{k, \tilde{k}, k'}^{t-t'} = G_k^{(0) t-t'} G_k^{BCS(t-t')} S_{kk'} + \frac{i}{2} \int dt_1 G_k^{(0) t-t_1} G_k^{BCS(t-t_1)} \sum_{k_1} V_{k, \tilde{k}, k_1, k'} G_{k_1, \tilde{k}_1, k'}^{t_1-t'} \quad (5.73)$$

En représentation énergie les fonctions de Green sont données par

$$G_k^{(0) \omega} = \frac{1}{\omega - E_k} ; \quad G_k^{BCS, \omega} = \frac{1}{\omega - E_k - \frac{\Delta^2}{\omega + E_k}} ; \quad \text{avec } E_k = E_{k-1} \quad (5.74)$$

Le fait que nous avons pris deux fonctions de Green différentes (5.74) dans l'équation de Bethe-Salpeter (5.73) deviendra clair dans un instant. L'expression pour G^{BCS} se dérive en éliminant une des deux équations couplées (5.14) et en inversant l'équation obtenue. Il faut savoir que la représentation spectrale de la fonction de Green pp contient des pôles aux énergies $\Omega_{\pm, \mu} = \pm (E_\mu^{N\pm 1} - E_0^N)$

(voir aussi les énergies propres de l'équation RPA pp (5.38)) :

$$G_{k\tilde{k}, k'\tilde{k}'}^{\omega} = \sum_{\pm\mu} \frac{\langle 0 | a_{\tilde{k}} a_k | \mu \rangle \langle \mu | a_{k'}^{\dagger} a_{\tilde{k}'}^{\dagger} | 0 \rangle}{\omega - \Omega_{\pm\mu} + i\gamma} - \frac{\langle 0 | a_{k'}^{\dagger} a_{\tilde{k}'}^{\dagger} | \mu \rangle \langle \mu | a_{\tilde{k}} a_k | 0 \rangle}{\omega + \Omega_{-\mu} - i\gamma} \quad (5.75)$$

Prenons maintenant la transformée de Fourier par rapport au temps de l'eq. (5.73) et plaçons nous au pôle $\omega = E_0^{N+2} - E_0^N \simeq 2\lambda$. Comme dans (5.73) toutes les énergies sont comptées à partir de l'énergie de Fermi, nous obtenons donc :

$$\langle 0 | a_{\tilde{k}} a_k | +0 \rangle = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' G_k^{BCS, 0-\omega'} G_k^{0, \omega'} \frac{1}{2} \sum_{k'} v_{k\tilde{k}, k'\tilde{k}'} \langle 0 | a_{\tilde{k}'} a_{k'} | +0 \rangle \quad (5.76)$$

Avec

$$G_k^{BCS, -\omega'} G_k^{0, \omega'} = -\frac{\omega' - \epsilon_k}{\omega'^2 - \epsilon_k^2 - \Delta^2} \cdot \frac{1}{\omega' - \epsilon_k}$$

et

$$\frac{1}{\omega^2 - \epsilon^2 - \Delta^2} = \left[\frac{1}{\omega - \sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2} + i\gamma} - \frac{1}{\omega + \sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2} - i\gamma} \right] \frac{1}{2\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}}$$

nous avons

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\omega \frac{1}{\omega^2 - \epsilon^2 - \Delta^2} = -\frac{2\pi i}{2\sqrt{\epsilon^2 + \Delta^2}}$$

et avec la définition

$$\Delta_k = \frac{1}{2} \sum_{k'} v_{k\tilde{k}, k'\tilde{k}'} \langle 0 | a_{\tilde{k}'} a_{k'} | 0 \rangle$$

nous aboutissons à l'équation habituelle du gap :

$$\Delta_k = -\frac{1}{2} \sum_{k'} v_{k\tilde{k}, k'\tilde{k}'} \frac{\Delta_{k'}}{\sqrt{\epsilon_{k'}^2 + \Delta_{k'}^2}} ; \quad (5.77)$$

Nous avons donc démontré que l'équation du gap est équivalente à une solution particulière de l'équation Bethe-Salpeter (5.72) qui elle même est équivalente à la RPA.

Pour comprendre l'asymétrie du traitement de deux propagateurs (5.74) dans (5.73) nous réécrivons d'abord l'expression pour G^{BCS} de la manière suivante :

$$G_k^{\text{BCS}} = G_k^0 + G_k^0 \cdot \Delta \cdot F_k \quad (5.78)$$

$$F_k = \frac{1}{\omega + \epsilon_k} \Delta \cdot G_k^{\text{BCS}} \quad (5.79)$$

Nous constatons que l'expression (5.79) figure sous l'intégrale dans (5.76) et le propagateur G^{BCS} contient donc un couplage au mode le plus bas de la RPA pp. Graphiquement, on peut interpréter l'eq. (5.78) comme ceci :

$$G^{\text{BCS}} = G^0 + \underbrace{\text{---} \rightarrow \text{---} \rightarrow \text{---}}_F \rightarrow G^{\text{BCS}} \quad (5.80)$$

où le point représente l'interaction et l'amplitude $\langle 0|a|0 \rangle$ est donnée par \Rightarrow .

Les équations BCS peuvent donc être interprétées comme un couplage simultané de la solution RPA la plus basse (le mode mou) à la propagation d'une particule. Le mode mou est représenté par l'amplitude RPA $\langle 0|a|0 \rangle$ qui elle même peut être considérée comme une densité à un corps (la densité anormale de la superconductivité). C'est la raison pour laquelle, en couplant seulement un mode RPA (le plus collectif ou le plus bas) au mouvement des particules individuelles nous obtenons à nouveau une théorie à un corps. Nous avons ici traité la transition à la superfluidité mais les considérations sont tout à fait analogues pour la transition sphérique déformée ou le mode mou est donné par la vibration quadrupolaire à basse énergie. Dans ce cas, le coupla-

ge particule-vibration peut être représenté de la façon suivante :

(5.72')

(5.80')

Les deux équations (5.72') et (5.80') sont équivalentes aux équations Hartree-Fock déformées et \sim représente une amplitude RPA ph $\langle 0 | a^+ a | 2^+ \rangle$.

Dans le prochain chapitre, nous allons revenir plus en détail sur tous ces aspects mais il m'a semblé bon de donner les grandes lignes déjà ici parce qu'il est important de connaître l'interprétation microscopique lorsqu'on travaille dans la base "déformée".

Ceci conclut à peu près tout ce qu'il y avait à dire sur les brisures (spontanées) de symétrie et leur restauration dans le cadre de la théorie conventionnelle. Dans le prochain chapitre, nous allons esquisser quelques développements récents.

Rajoutons simplement quelques remarques sur la restauration de symétrie en fonction de l'énergie d'excitation. En effet, il est bien connu que le paramètre d'ordre disparaît à une

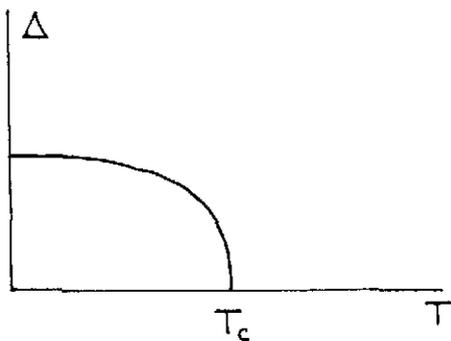


Fig. 19. Dépendance du gap de la température en théorie du champ moyen.

température critique (dans le système infini) comme c'est indiqué sur la figure 19). Un exemple est donné par la superconductivité mais il existe aussi des spéculations que la symétrie chirale est rétablie dans des plasmas quark gluons. Egalement, en cosmologie lorsqu'on parle de la supersymétrie qui est successivement brisée en sous-groupes en abaissant l'énergie d'excitation le même mécanisme est encore à

l'oeuvre.

Dans les systèmes finis et chauds, lorsqu'une projection sur une bonne symétrie est nécessaire (par exemple pour décrire correctement la transition déformée \leftrightarrow sphérique dans les noyaux chauds) aucune théorie, à ma connaissance, est actuellement mise sur pied qui pourrait traiter ce problème

(voir cependant le chapitre suivant). On s'imagine facilement que le formalisme de projection qui a été développé au chapitre 4 pour un état pur (le fondamental) n'est pas praticable lorsqu'on travaille avec un ensemble statistique d'états. Il est certainement impossible de projeter chaque état d'une distribution de Boltzmann, par exemple, sur un bon nombre de particules, spin etc... De gros efforts sont donc encore à entreprendre de ce côté-là.

6. DEVELOPPEMENTS RECENTS

Nous avons vu à la fin du chapitre précédent que la théorie du champ moyen dans la base "sphérique" est applicable en deça du point de transition de phases (en fait il ne faut pas trop se rapprocher de ce point) et qu'au-delà, on doit travailler avec la base "déformée". Cette base déformée consiste en réalité en un couplage particule-vibration (RPA) et une théorie RPA dans une base qui tient compte de ce couplage (voir eqs. (5.72, 5.80)). On peut se demander si on n'améliore pas beaucoup la théorie en incluant proprement un couplage dynamique particule vibration (self consistant) aussi bien avant qu'après la transition de phases. On aurait en quelque sorte une seule théorie qui passerait continuellement à travers le point de transition en tenant compte des fluctuations quantiques. J'ai présenté récemment l'amorce d'une telle approche [11] que je voudrais brièvement expliquer.

La théorie Hartree-Fock consiste à prendre comme fonction d'essai un déterminant de Slater :

$$|\phi'\rangle \propto \exp \left[\sum_{ph} z_{ph} a_p^\dagger a_h \right] |\phi\rangle \quad (6.1)$$

On pourrait essayer de développer une théorie qui inclut les corrélations RPA dans le fondamental en prenant comme fonction d'essai généralisée :

$$|\text{SCRPA}\rangle \propto e^{\sum_{ph} z_{ph} a_p^\dagger a_h} \cdot e^{\frac{1}{2} \sum_{\mu\mu'} Z_{\mu\mu'} B_\mu^\dagger B_{\mu'}^\dagger} |\phi\rangle \quad (6.2)$$

où les B^\dagger sont des opérateurs de bose avec

$$B_\mu |\phi\rangle = 0 \quad (6.3)$$

et qui commutent avec les opérateurs des Fermions.

En variant dans (6.2) simultanément par rapport aux Z_{ph} et aux $Z_{\mu\mu'}$, on aboutira à des équations couplées HF-RPA. En prenant uniquement l'état le plus bas (c'est à dire celui qui est le plus collectif) des équations RPA on arrivera à la théorie recherchée. Plus de détails de cette

approche sont donnés dans l'appendice F de la ref. [3].

Simplifions encore davantage et adoptons un développement bosonique complet de l'Hamiltonien des Fermions [3]. A ce moment, nous pouvons écrire pour (6.2)

$$|SCRPA\rangle \propto e^{\sum_{\mu} z_{\mu} B_{\mu}^{\dagger} + \sum_{\mu\mu'} Z_{\mu\mu'} B_{\mu}^{\dagger} B_{\mu'}^{\dagger}} |\phi\rangle \quad (6.4)$$

Appliquons cela au modèle de Lipkin [3] qui est aussi un modèle à deux niveaux comme celui de la Fig. 15 mais avec un terme d'interaction différent :

$$H = \varepsilon K_0 - \frac{1}{2} V (K_+ K_+ + K_- K_-) \quad (6.5)$$

avec

$$K_0 = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^{\Omega=2j+1} (a_{2m}^{\dagger} a_{2m} - a_{1m}^{\dagger} a_{1m}); \quad K_+ = (K_-)^{\dagger} = \sum_{m=1}^{\Omega} a_{2m}^{\dagger} a_{1m} \quad (6.6)$$

A l'ordre quatre, le développement bosonique à la Marumori [3] (6.5) s'écrit (il n'y a qu'un seul boson dans le modèle) :

$$H_B = -\frac{\varepsilon}{2} \Omega + \varepsilon B^{\dagger} B - \frac{V}{2} \Omega [a_0 B^{\dagger} B^{\dagger} - a_1 B^{\dagger} B^{\dagger} B + h.c.] + \dots \quad (6.7)$$

$$a_0 = 1 - 1/\Omega; \quad a_1 = 1 - 1/\Omega - (1 - 1/\Omega)(1 - 2/\Omega)$$

La fonction d'onde (6.4) prend la forme suivante :

$$|SCRPA\rangle \propto \exp \left\{ z B^{\dagger} + \frac{Y}{X} B^{\dagger} B^{\dagger} \right\} |\phi\rangle \quad (6.8)$$

On peut vérifier que cet état est le vide à l'opérateur

$$\begin{aligned} \sigma^{\dagger} &= X B^{\dagger} - Y B - X \cdot z \\ \sigma |SCRPA\rangle &= 0; \end{aligned} \quad (6.9)$$

En inversant (6.9) nous pouvons exprimer (6.7) par les opérateurs σ^{\dagger} , σ et après un arrangement en ordre normal on obtient

$$H_B = C_0 + C_1 (\sigma^{\dagger} + \sigma) + C_2 (\sigma^{\dagger} \sigma^{\dagger} + \sigma \sigma) + C_3 \sigma^{\dagger} \sigma \quad (6.10)$$

Les constantes c_i sont fonctions des paramètres X, Y, Z . Annuler c_1 et c_2 équivaut à la recherche du minimum de $\langle S C R P A | H_B | S C R P A \rangle$ et avec $X^2 - Y^2 = 1$ ceci donne deux équations pour deux inconnues qui sont faciles à résoudre.

Sur la figure 20 nous montrons l'énergie du fondamental en fonction de l'interaction. Nous voyons que cette théorie est en très bon accord avec le résultat exact pour toutes les valeurs de $\chi = \frac{(\Omega-1)V}{\epsilon}$ (ce modèle possède également une "transition de phases" pour $\chi = 1$). C'est donc une théorie qui, comme nous l'avons annoncé, passe continuellement de la région "sphérique" ($\chi < 1$) à la région "déformée" ($\chi > 1$). Sur la figure 20 nous avons également reporté les valeurs qui sont obtenues en découplant le champ moyen de la RPA c'est à dire en posant $Z_\mu = 0$ dans (6.8). Nous voyons que le couplage particule - vibration, à savoir le maintien du boson linéaire en (6.8), qui simule le champ moyen, est essentiel pour obtenir un bon résultat. En abandonnant ce couplage l'accord est rapidement détruit pour $\chi > 1$.

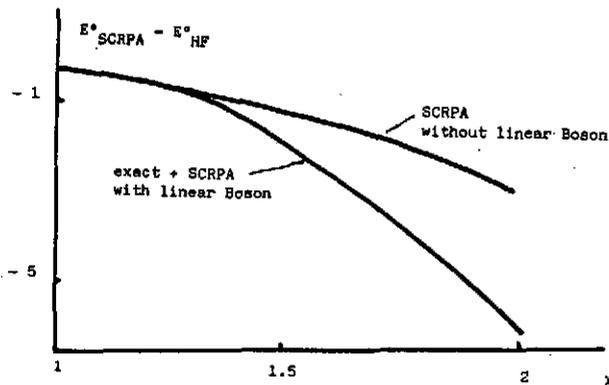


Fig 20 . L'énergie du fondamental correspondant au problème variationnel (6.7, 6.8) en fonction de l'interaction

$$\chi = (\Omega-1)V/\epsilon$$

L'énergie du fondamental pour $\chi = 0$ est retranchée; $N = 40$; l'énergie exacte et l'énergie SCRPA sont indiscernables sur la figure.

Nous voyons donc qu'un couplage champ-moyen-RPA est primordial pour passer continuellement de la "sphéricité" à la "déformation" pour des systèmes finis. Nous ne voulons pas discuter ici comment la présence des fluctuations RPA joue pour la conservation de la symétrie car la symétrie brisée qui est en jeu dans le modèle de Lipkin est une symétrie discrète (parité) et cette étude nous amènerait un peu loin. Rajoutons simplement que cette théorie peut se généraliser à des cas plus réalistes et qu'elle permet surtout un traitement pour les températures finies, ce qui n'était pas le cas pour la théorie des fluctuations quantiques en employant le formalisme de la projection du chapitre 4.

A la fin, je voudrais présenter des éléments d'une généralisation des considérations que nous venons de voir ci-dessus. C'est une théorie sur laquelle je travaille avec D. Janssen et qui est directement applicable dans l'espace des Fermions. Nous avons traité à présent la superfluidité nucléaire [42] et la translation; c'est ce dernier cas de figure que je vais détailler quelque peu ici.

Je dérive la théorie dans le cadre des fonctions de Green [3, Appendice F] et il est d'abord important de se rappeler comment on aboutit aux équations H.F. ordinaires (qui brisent, je le rappelle, pour les noyaux finis toujours au moins la symétrie de translation) dans ce formalisme. Définissons la fonction de Green (GF) à un corps (nous travaillons désormais dans la base des moments)

$$G_{kk'}^{t-t'} = -i \langle 0 | T \{ a_k(t) a_{k'}^\dagger(t') \} | 0 \rangle$$

$$= -i \theta(t-t') \langle 0 | a_k(t) a_{k'}^\dagger(t') | 0 \rangle + i \theta(t'-t) \langle 0 | a_{k'}^\dagger(t') a_k(t) | 0 \rangle$$
(6.11)

Les opérateurs $a^\dagger(t)$, $a(t)$ tournent avec l'Hamiltonien exact et $|0\rangle$ est en principe le fondamental exact du noyau. Pour être précis, il faudrait expliciter les nombres quantiques de $|0\rangle$ et surtout, dans notre cas, celui de l'impulsion totale; nous allons le faire plus loin mais pour l'instant, nous préférons rester vagues là-dessus. Appliquons l'équation du mouvement à (6.11) :

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{k^2}{2m} \right) G_{kk'} = S_{kk'} \delta(t-t') + G_{j_{kk'}, k'}$$
(6.12)

où

$$G_{j_{kk'}, k'} = -i \langle 0 | T \{ j_k(t) a_{k'}^\dagger(t') \} | 0 \rangle$$

$$j_k(t) = \frac{1}{2} \sum_{k_2, k_3, k_4} \bar{v}_{k k_2 k_3 k_4} a_{k_2}^\dagger(t) a_{k_4}(t) a_{k_3}(t)$$
(6.13)

Nous introduisons formellement un champ moyen effectif (l'opérateur de masse) de la manière suivante:

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{k^2}{2m} \right) G_{kk'}^{t-t'} = S_{kk'} \delta(t-t') + \sum_{k_1} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 M_{kk_1}^{t-t_1} G_{k_1 k'}^{t_1-t'}$$
(6.14)

$$M_{kk'}^{t-t'} = \sum_{k_1} \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 G_{j_{kk_1}, k'}^{t-t_1} (G_{k_1 k'}^{-1})^{t_1-t'}$$
(6.15)

L'opérateur de masse contient une partie statique (proportionnelle à $\delta(t-t')$) et une partie dynamique qui contient les corrélations comme les états $2p-1h$ etc. Pour dégager la partie statique, il suffit de remplacer dans (6.15) G^{-1} par son expression à l'ordre zéro :

$$(G^{-1})_{k'k'}^{t'-t'} \simeq \left(-i \frac{\partial}{\partial t'} - \frac{k'^2}{2m} \right) \delta_{k'k'} \delta(t'-t') \quad (6.16)$$

et après application de l'équation du mouvement en ne retenant que le terme statique, nous obtenons

$$\left(i \frac{\partial}{\partial t} - \frac{k^2}{2m} \right) G_{kk'}^{t-t'} = \delta_{kk'} \delta(t-t') + \sum_{k_2} V_{kk_2}^{HF} G_{k_2k'}^{t-t'} \quad (6.17)$$

avec

$$V_{kk'}^{HF} = \sum_{k_2, k_4} \bar{v}_{k k_2, k' k_4} \langle a | a_{k_2}^+ a_{k_4} | 0 \rangle \quad (6.18)$$

Nous reconnaissons en (6.17) et (6.18) les équations H.F. habituelles. Seulement en cours de route, nous avons perdu quelque part l'invariance par translation parce que $\beta_{kk'} = \langle 0 | a_k^+ a_{k'} | 0 \rangle$ est basé sur un déterminant de Slater qui brise explicitement l'invariance de translation c'est à dire $|0\rangle$ est un paquet d'ondes en impulsion pour les noyaux finis.

Essayons maintenant d'être plus soigneux dans notre dérivation surtout en ce qui concerne le traitement explicite de l'impulsion. Nous caractérisons le fondamental par $|K\rangle$ ce qui veut dire que le fondamental se meut avec la quantité de mouvement total K . Pour la fonction de Green (6.11), nous avons donc :

$$G_{kk'}^{K, t, t'} = -i \langle K-k+k' | T \{ a_k(t) a_{k'}^+(t') \} | K \rangle \quad (6.19)$$

Nous voyons tout de suite qu'il n'est plus possible de définir une GF avec conservation des impulsions qui soit symétrique. En effet, nous allons obtenir plus loin des équations pour (6.19) qui ne sont pas symétriques non plus.

Nous voulons dériver des équations du type H.F. pour $G_{kk'}^K$ (6.19) mais en

respectant les relations d'impulsions à chaque étape. Avant de commencer, il faut se souvenir (voir chapitres précédents) que l'approximation de H.F. n'a un sens que lorsqu'on se place dans le système intrinsèque. Regardons ce que cela veut dire dans notre cas et étudions la représentation spectrale de (6.19) :

$$G_{kk'}^{k, t, t'} = -i \theta(t-t') e^{i E_{k-k+k'}^{A,0} t} \sum_{\nu, A+1} \langle k-k+k' | a_k | k+k', \nu \rangle e^{-i E_{k+k'}^{A+1, \nu} (t-t')} \times \\ \times \langle \nu, k+k' | a_k^\dagger | k \rangle e^{-i E_k^{A,0} t'}$$

(6.20)

$$+ i \theta(t'-t) \dots \dots$$

où les énergies sont données par la somme des énergies cinétiques plus les énergies intrinsèques.

Par exemple, pour un noyau de masse $A m$:

$$E_k^{A,0} = \frac{k^2}{2 A m} + E_0^A ; E_{k+k'}^{A+1, \nu} = \frac{(k+k')^2}{2(A+1)m} + E_\nu^{A+1} ; \text{ etc.}$$

(6.21)

Les énergies E_0^A, E_ν^{A+1} sont des énergies du système intrinsèque c'est à dire après séparation du centre de masse.

Nous constatons donc que (6.19) n'est pas la bonne définition d'une GF dans le système intrinsèque parce que nous voudrions qu'elle ne contienne que des énergies intrinsèques du système. Nous redéfinissons alors

$$\tilde{G}_{kk'}^{k, t-t'} = -i \theta(t-t') \sum_{\nu, A+1} \langle k-k+k' | a_k | k+k', \nu \rangle e^{-i (E_\nu^{A+1} - E_0^A) (t-t')} \times \\ \times \langle k+k', \nu | a_k^\dagger | k \rangle$$

$$+ i \theta(t'-t) \sum_{\nu, A-1} \langle k-k+k' | a_k^\dagger | k-k, \nu \rangle e^{-i (E_0^A - E_\nu^{A-1}) (t-t')} \times$$

$$\times \langle k-k, \nu | a_k | k \rangle$$

(6.22)

Il est possible d'écrire ceci sous une forme très élégante.

$$\tilde{G}_{kk'}^{k, t-t'} = -i \langle k-k+k' | T \{ \tilde{a}_k(t) \tilde{a}_{k'}^\dagger(t') \} | k \rangle \quad (6.23)$$

avec

$$\tilde{a}_k(t) = e^{iH't} a_k(0) e^{-iH't}$$

où H' est un Hamiltonien intrinsèque

$$H' = H - h(\hat{p}^2) \quad (6.24)$$

avec les propriétés suivantes

$$h(\hat{p}^2) |k\rangle = \frac{k^2}{2Am} |k\rangle; \quad h a_k^\dagger |k\rangle = \frac{(k+k)^2}{2(A+1)m}; \quad h a_k |k\rangle = \frac{(k-k)^2}{2(A-1)m}, \text{ etc.} \quad (6.25)$$

Il est facile de vérifier que les éqs. (6.23 - 6.25) sont équivalentes à (6.22).

Avec (6.23) nous pouvons maintenant procéder exactement comme avant (6.12 - 6.18) pour dériver des éqs. du type H.F. Après transformation de Fourier dans le temps, nous obtenons

$$\left(E - \frac{k^2}{2m}\right) \tilde{G}_{kk'}^{k, E} = \delta_{kk'} + \sum_{k_1} M_{kk_1}^k \tilde{G}_{k_1 k'}^{k, E} \quad (6.26)$$

où

$$\frac{k^2}{2m} \delta_{kk'} + M_{kk'}^k = \langle k-k+k' | \left[\underline{a}_k, H' \right], a_{k'}^\dagger \rangle |k\rangle \quad (6.27)$$

L'élaboration de cette expression donne :

$$M_{kk'}^K = V_{kk'}^{HF,K} - \frac{(K+k')^2}{2(A+1)m} \bar{\rho}_{kk'}^K - \frac{(K-k+k')^2}{2Am} \bar{\rho}_{kk'}^K + \frac{K^2}{2Am} \rho_{kk'}^K + \frac{(K-k)^2}{2(A-1)m} \rho_{kk'}^K \quad (6.28)$$

avec

$$\rho_{kk'}^K = \langle K-k+k' | a_{k'}^\dagger a_k | K \rangle \quad (6.29)$$

$$\bar{\rho}_{kk'}^K = \langle K-k+k' | a_k a_{k'}^\dagger | K \rangle$$

$$V_{kk'}^{HF,K} = \sum_{k_2 k_4} \bar{v}_{k k_2, k' k_4} \rho_{k_4 k_2}^K \quad (6.30)$$

Nous voyons, comme nous l'avions annoncé, que le champ (6.28) n'est pas symétrique. L'équation aux valeurs propres qui correspond à (6.26) possède donc des vecteurs propres de gauche et des vecteurs propres de droite :

$$\begin{aligned} (\epsilon + M^K) \chi^{k,i} &= e_i^K \chi^{k,i} \\ (\epsilon + M^{K\dagger}) \tilde{\chi}^{k,i} &= e_i^K \tilde{\chi}^{k,i} \end{aligned} \quad (6.31)$$

Ce qui est équivalent à la représentation spectrale suivante de la fonction de Green

$$G_{kk'}^{K,E} = \sum_i \frac{\chi_k^{k,i} \tilde{\chi}_{k'}^{k,i}}{E - e_i^K} \quad (6.32)$$

L'équation (6.26) nous permet avec (6.32) d'arriver à la relation de fermeture

$$\sum_i \chi_k^{k,i} \tilde{\chi}_{k'}^{k,i} = \delta_{kk'} \quad (6.33)$$

En inversant cette relation nous obtenons la condition de normalisation

$$\sum_k \tilde{\chi}_k^{K,i} \chi_k^{K,j} = \delta_{ij} \quad (6.34)$$

A partir de là, nous montrons comme d'habitude que la matrice de densité obéit à la relation de la "idempotency"

$$\sum_{k_1} \rho_{kk_1}^K \rho_{k_1 k'}^K = \rho_{kk'}^K \quad (6.35)$$

avec

$$\rho_{kk'}^K = \sum_{i=1}^A \chi_k^{K,i} \tilde{\chi}_{k'}^{K,i} \quad (6.36)$$

Nous avons donc un formalisme complet et cohérent qui est constitué par les équations (6.28)-(6.36) et il nous reste à démontrer que c'est une théorie qui conserve la symétrie.

Pour ce faire, nous écrivons d'abord (6.28) pour le cas $K = 0$ c'est à dire que le système est au repos. Après un petit réarrangement, nous obtenons

$$\frac{k^2}{2m} \rho_{kk'} + M_{kk'}^0 = V_{kk'}^{HF,0} + \frac{k^2}{2m} \frac{A^2-2}{A^2-1} \rho_{kk'} + \frac{1}{4m} \left[\frac{k^2}{A(A-1)} - \frac{k'^2}{A(A+1)} + \frac{2kk'}{A} \right] \times$$

$$\times (\bar{\rho}_{kk'} - \rho_{kk'}) \quad (6.37)$$

Dans une première étape, nous arrivons donc au résultat important suivant :

$$\frac{(k - k/A)^2}{2m} \rho_{kk'} + M_{k-k/A, k'-k/A}^0 = \frac{k^2}{2m} \rho_{kk'} + M_{kk'}^K \quad (6.38)$$

ou en d'autres termes :

$$\sum_{k'} \left(\frac{k^2}{2m} \rho_{kk'} + M_{kk'}^K \right) \chi_{k'}^{K,i} = e_i^K \chi_k^{K,i}$$

$$= \sum_{k'} \left[\frac{(k - k/A)^2}{2m} \rho_{kk'} + M_{k-k/A, k'-k/A}^0 \right] \chi_{k'-k/A}^{0,i} \quad (6.39)$$

Avec l'invariance par rapport au renversement du temps, ceci signifie :

$$\langle \hat{P} \rangle = \sum_k k \rho_{kk}^K = \sum_k k \rho_{k-K/A, k-K/A}^0 = K \quad (6.40)$$

Nous avons donc bien le résultat que la valeur moyenne de l'opérateur de l'impulsion totale \hat{P} est égale à la quantité de mouvement totale K du système.

La condition nécessaire et suffisante que la théorie conserve la symétrie de translation est que la variance de \hat{P} est nulle (toute fonction qui donne une variance nulle d'un opérateur est fonction propre de cet opérateur [13]). La valeur moyenne de \hat{P}^2 est donnée par

$$\langle \hat{P}^2 \rangle = \sum_{k, k'} k k' \langle k | a_k^+ a_k a_{k'}^+ a_{k'} | k \rangle \quad (6.41)$$

Le calcul de la densité à deux corps qui intervient dans (6.41) sortirait du cadre de ce cours et nous référons le lecteur à la réf. [12] pour la démonstration $\langle \hat{P}^2 - \langle \hat{P} \rangle^2 \rangle = 0$ qui peut se faire exactement selon les mêmes lignes que dans le cas de la superfluidité.

Cependant, nous voudrions présenter l'expression de l'énergie du fondamental qu'on dérive dans le cadre de notre formalisme. On vérifie facilement la relation suivante

$$\begin{aligned} -\frac{i}{2} \lim_{t \rightarrow t' \rightarrow \infty} \sum_k \left(\frac{k^2}{2m} + i \frac{\partial}{\partial t} \right) \tilde{G}_{kk}^{k, t-t'} &= \sum_k \langle k | \frac{k^2}{2m} a_k^+ a_k | k \rangle \\ &+ \frac{1}{4} \sum_{k_1, k_2, k_3, k_4} \tilde{v}_{k_1 k_2 k_3 k_4} \langle k | a_{k_1}^+ a_{k_2}^+ a_{k_3} a_{k_4} | k \rangle \\ &- \frac{1}{2} \frac{K^2}{2Am} \sum_k \langle k | a_k^+ a_k | k \rangle \\ &+ \frac{1}{2} \sum_k \frac{(k-k)^2}{2(A-1)m} \langle k | a_k^+ a_k | k \rangle \end{aligned} \quad (6.42)$$

En insérant dans (6.42) l'équation de Dyson (6.26) nous arrivons à l'expression suivante pour l'énergie du fondamental :

$$\langle k | H | k \rangle = E_0^{HF, K} + \frac{1}{2} \sum_{k, k'} \left[\frac{(k-k+k')^2}{2Am} - \frac{(k-k)^2}{2(A-1)m} - \frac{(k+k')^2}{2(A+1)m} + \frac{K^2}{2Am} \right] (\delta_{kk'} \rho_{k'k}^k - \rho_{kk'}^k \rho_{k'k}^k) \quad (6.43)$$

où

$$E_0^{HF,K} = \sum_{kk'} \left(\frac{k^2}{2m} \delta_{kk'} + \frac{1}{2} V_{kk'}^{HF,K} \right) \rho_{kk}^K \quad (6.44)$$

Nous utilisons la relation $\rho_{kk}^K = \rho_{k'-k/A, k-k/A}^0$ (6.40)

et obtenons :

$$E_0^{HF,K} = E_0^{HF,K=0} + \frac{K^2}{2Am} \quad (6.45)$$

En procédant de la même manière avec le restant de l'expression (6.43) nous arrivons à

$$\begin{aligned} \langle k | H | k \rangle &= E_0^{HF,K=0} + \frac{K^2}{2Am} \\ &- \frac{1}{2m} \frac{A}{A^2-1} \sum_k k^2 \rho_{kk}^0 + \frac{1}{2Am} \sum_{kk'} k k' \rho_{kk'}^0 \rho_{k'k}^0 \\ &+ \frac{1}{2Am} \frac{1}{A^2-1} \sum_{kk'} k^2 \rho_{kk'}^0 \rho_{k'k}^0 \end{aligned} \quad (6.46)$$

En négligeant des termes d'ordre $1/A$ nous obtenons donc :

$$\langle k | H | k \rangle = E_0^{HF,K=0} - \frac{\langle k=0 | (\Delta \hat{P})^2 | k=0 \rangle}{2Am} + \frac{K^2}{2Am} \quad (6.47)$$

ce qui est égal à l'expression RPA du fondamental (5.68). Nous observons que nous avons obtenu la bonne dépendance en K dans (6.46), (6.47) et que surtout la masse totale du système figure dans le terme de fluctuation du moment total ce qui n'était pas le cas dans la méthode de projection du chapitre 4.

Ceci termine notre excursion dans les développements récents dans la restauration des symétries. Rajoutons simplement qu'il est tout à fait clair pour savoir généraliser les formalismes exposés dans ce chapitre pour des systèmes à température finie. Nous avons uniquement à remplacer l'état fondamental par un ensemble statistique dans les fonctions de Green. Il me semble

clair aussi que cette dernière théorie possède de grands avantages par rapport à la technique de projection habituelle (chapitre 4) car nous ne sortons pratiquement pas du cadre Hartree-Fock.

7. RESUME ET CONCLUSIONS

Nous avons développé dans les chapitres précédents la notion de la brisure spontanée de symétrie dans les systèmes infinis. La relation avec les transitions de phases a été discutée. L'approximation du champ moyen c'est à dire du cranking a été introduite et son caractère classique a été démontré. Ceci entraîne la nécessité de rajouter d'importantes corrections quantiques pour des systèmes finis et petits comme les noyaux. Nous avons vu comment cela peut se faire dans le cas statique et dynamique. Nous avons présenté et longuement discuté la notion du mode de Goldstone. Deux modèles explicitement solubles pour le cas de la translation et la superfluidité ont illustré les considérations théoriques. La méthode de projection a été expliquée et les grandes difficultés que cela entraîne ont été détaillées.

A la fin, j'ai rajouté un chapitre sur les perspectives et les développements récents dans le domaine du traitement des symétries et des fluctuations quantiques dans les systèmes finis. Il me semble que ce chapitre est loin d'être clos et que les noyaux atomiques constituent un domaine propice à la mise en évidence des fluctuations quantiques. Des expériences qui essaient de mesurer les paramètres d'ordre en fonction de la vitesse de rotation ou de la température sont en cours avec la physique des ions lourds et c'est certainement là un des aspects de la physique nucléaire des plus excitants.

REMERCIEMENTS

Ma compréhension des phénomènes liés aux symétries et leur brisure a été influencée par de multiples discussions avec D. Janssen et P. Ring. Je tiens à les remercier. J'ai eu également des discussions avec J. Knoll qui ont clarifié certains aspects.

REFERENCES

J'ai été volontairement très sommaire dans les citations. Je me suis, dans mon cours, surtout basé sur la présentation de la réf. [3] dans laquelle on trouvera aussi toutes les références aux articles originaux.

- [1] A.H. Blin, B. Hiller, H. Reinhardt, P. Schuck, à paraître dans Nucl. Phys.
- [2] J. Winter, P. Schuck, Z. Phys. A321 (1985) 507
- [3] P. Ring, P. Schuck, The Nuclear Many Body Problem, Springer Verlag 1980
- [4] J.P. Blaizot, G. Ripka, Quantum Theory of Finite Systems MIT Press 1985
- [5] A. Hayashi, K. Hara, P. Ring, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 337
- [6] J.L. Egido, P. Ring, S. Iwasaki, H.J Mang, Phys. Lett. (1985) 1
- [7] Y. Nambu, G. Jona-Lasinio, Phys. Rev. 122 (1961) 345
- [8] A. Le Yaouanc, L. Olivier, S. Ono, O. Pène, J.C. Raynal, Phys. Rev. D (1985) 137 et Phys. Rev. D (1986) 3098
- [9] D. Ebert, H. Reinhardt, Nucl. Phys. B271 (1986) 188
- [10] A. L. Fetter, J.D. Walecka, Quantum Theory of Many Particle Systems, Mc-Graw Hill 1971
- [11] P. Schuck, contribution to Proceedings of the Winter College on Fundamental Nuclear Physics, Vol. 1, K. Dietrich, M. Di Toro, H.J. Mang, editors, World Scientific 1985
et P. Chomaz, P. Ring, P. Schuck in preparation
- [12] D. Janssen, P. Schuck, Z. Phys. A301 (1981) 255
et Proceedings of 1st International Springer Seminar on Nuclear Physics, Sorrento, 1986,
A. Covello editor, à paraître
- [13] A. Messiah, Mécanique Quantique, Dunod.

INTRODUCTION AU MODELE DES BOSONS EN INTERACTION

D. GOUTTE

Service de Physique Nucléaire à Haute Energie, CEN Saclay

AVERTISSEMENT

Ce cours est divisé en deux parties d'une heure environ chacune. La première consistera en une présentation très simple du modèle des bosons en interaction. Il s'agira de la vision d'un expérimentateur et nous nous contenterons de montrer les idées qui sont à la base du modèle pour nous intéresser plus aux résultats qu'aux justifications microscopiques de cette approche.

La seconde partie sera consacrée à une application particulière du modèle : la reproduction des extensions radiales des fonctions nucléaires. Nous montrerons tout d'abord comment la diffusion inélastique d'électrons permet de mesurer des observables liées à ces fonctions radiales, les densités de charge de transition, puis nous verrons sur un certain nombre d'exemples, comment le modèle permet de les reproduire.

Il n'apparaît aucune référence dans le texte mais la bibliographie succincte donnée en fin de cours doit permettre au lecteur d'approfondir les points restés obscurs.

PREMIERE PARTIE : PRESENTATION DU MODELE

INTRODUCTION

Comme tous les modèles, celui qui fait l'objet de ce cours a un champ d'application limité. Nous allons, en effet, nous intéresser ici uniquement aux noyaux déformés, lourds ou de masse moyenne ($A \sim 100$) et pour ces noyaux exclusivement aux propriétés collectives de basse énergie (quelques MeV d'excitation). De plus, dans un premier temps au moins, nous nous limiterons aux noyaux pair-pair.

A ces faibles énergies d'excitation les propriétés des noyaux de cette région sont très largement dominées par des effets collectifs. Pour les reproduire on peut traiter individuellement chaque nucléon (modèle à particules indépendantes), mais on se heurte immédiatement à un problème considérable. Prenons, en effet, les 12 protons et les 10 neutrons de valence du ^{154}Sm ; I. Talmi prétend qu'il y a avec ces nucléons 4165419351679 façons différentes de bâtir un 0^+ . Cette approche nécessiterait donc une quantité de calculs énorme et de plus le résultat si on parvenait à en obtenir un, serait difficilement interprétable. Il semble donc indispensable pour reproduire ces excitations collectives de basse énergie de considérer, non pas les degrés de liberté individuels de chaque nucléon mais bien des degrés de liberté collectifs propres au noyau.

L'idée n'est pas nouvelle et le modèle collectif de Rainwater, Bohr et Mottelson faisant appel à la notion de "goutte liquide" en est une parfaite illustration. Dans ce modèle on peut toujours garder présent à l'esprit l'image géométrique d'une surface nucléaire se déformant.

Tout au contraire, dans sa version originale, le modèle des bosons en interaction ne fait référence à aucune image physique. Deux degrés de liberté (bosons s et d) totalement abstraits permettent de construire un groupe ($U(6)$) dans lequel on fait apparaître des symétries dynamiques qui s'avèrent représenter chacune - presque par hasard - une situation physique bien déterminée. Cette version originale du modèle (IBM-1) a été introduite il y a maintenant un dizaine d'années par F. Iachello et A. Arima.

Le succès de cette approche fut tel que, rapidement, on a voulu voir dans ces deux bosons autre chose que des entités mathématiques. Pour leur donner une réalité concrète, on les a assimilés à des paires de fermions. Il s'est alors avéré indispensable de faire la distinction explicite entre bosons-protons et -neutrons. I. Talmi a largement contribué à cette évolution du modèle connue sous le nom d'IBM-2.

IBM offre ainsi, non seulement un outil pour reproduire nombre d'observables dans les noyaux déformés mais il constitue également un lien entre les degrés de liberté individuels et collectifs, ce qui n'est, en principe, pas le cas des approches géométriques.

I IBM-1

Il y a bien sûr quantité de façons d'introduire ce modèle. J'ai choisi ici une voie très simple -sinon simpliste- qui n'a aucun rapport avec le processus historique et dont la rigueur n'est pas le souci premier. J'espère, avec cette approche d'expérimentateur, pouvoir en arriver rapidement aux applications qui font le succès du modèle sans m'appesantir sur le formalisme exact.

Nous allons tout d'abord montrer qu'il semble raisonnable de restreindre sa base de travail à un espace très limité.

1° BASE RESTREINTE AUX DEGRES DE LIBERTE MONOPOLAIRES ET QUADRUPOLAIRES

On a observé, depuis longtemps déjà, que, dans la très grande majorité des cas, il apparaissait dans le spectre d'excitation des noyaux deux états très collectifs : un 2^+ et un 3^- . On a alors pensé que les degrés de liberté associés à ces états (quadrupolaires et octupolaires) jouaient un rôle prépondérant dans les excitations collectives de basse énergie et on a essayé de construire des modèles ayant pour composantes ces deux seuls degrés de liberté.

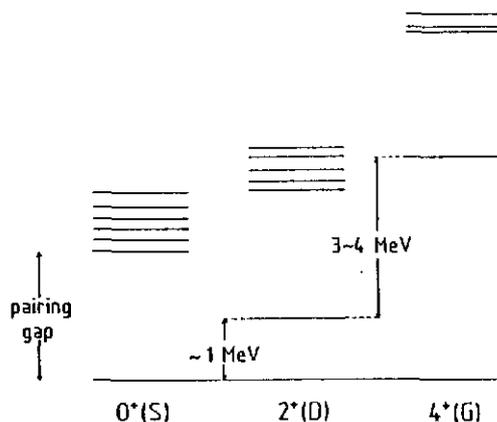


Figure 1 : Etats cohérents de deux nucléons appariés.

Si on laisse de côté pour l'instant les états de parité négative on devrait pouvoir se borner aux degrés de liberté quadrupolaires. Plus précisément, si on considère deux nucléons dans un puits de potentiel et que l'on calcule l'énergie des premiers niveaux, on voit apparaître (voir figure 1) un état 0^+ de basse énergie et toute une quantité d'autres 0^+ à plus haute énergie. On voit également un état 2^+ à environ 1 MeV d'excitation et, comme dans le cas du 0^+ , un grand nombre de ces états à plus haute énergie d'excitation. De même pour les 4^+ . Pour chacun de ces spins il y a donc un état qui apparait à une énergie

nettement plus basse. Il s'agit d'un état de superposition cohérente (cf. paires de Cooper). Si on ne s'intéresse qu'aux propriétés apparaissant à des énergies d'excitation inférieures à 3 MeV, il ne semble pas abusif de considérer que seuls ces états cohérents (0^+ , 2^+ et éventuellement 4^+) contribuent aux excitations collectives. On peut donc tenter de restreindre la représentation du noyau, pour ces propriétés bien précises, aux paires de fermions couplées à 0, 2 ou 4 et noter ces éléments S, D et G. De là à considérer ces paires de nucléons comme des bosons (notés cette fois s, d et g) il n'y a qu'un pas que nous franchirons allègrement. Notons bien que ces bosons, qui forment la base du modèle ne sont pas simplement des couples de nucléons mais bien des superpositions cohérentes de paires de fermions.

Donc, de l'espace complet des nucléons constituant le noyau nous ne conserverons que les degrés de liberté de deux (ou trois) bosons. Il est clair que cette projection (schématisée figure 2) n'a rien de trivial du point de vue théorique. De nombreux théoriciens travaillent ce point mais les bases microscopiques de IBM ne semblent pas encore clairement établies et sont même le sujet de vives polémiques.

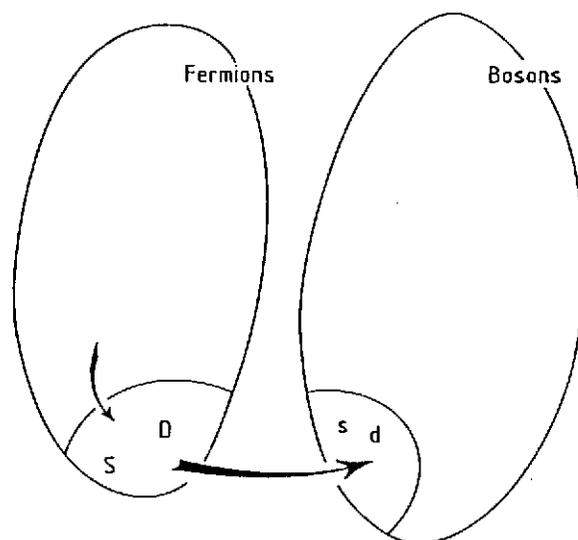


Figure 2 : Limitation de l'espace des fermions

2° Le groupe $U(6)$

Si nous admettons comme acquis qu'il est possible de représenter les excitations collectives de basse énergie auxquelles nous nous

intéressons par les seuls degrés de liberté d'un boson s et d'un boson d (laissons de côté le boson g pour l'instant), voyons la structure que possède l'espace ainsi formé. Il s'agit d'un espace à six dimensions dont un vecteur peut s'écrire :

$$\begin{aligned} & \alpha_1 |s \rangle \\ & \alpha_2 |d_{-2} \rangle \\ & \alpha_3 |d_{-1} \rangle \\ & \alpha_4 |d_0 \rangle \\ & \alpha_5 |d_1 \rangle \\ & \alpha_6 |d_2 \rangle \end{aligned}$$

Si nous imposons que le nombre total N de bosons (qu'ils soient de type s ou d) soit conservé, on a la relation : $\sum |\alpha_i|^2 = N$. On définit ainsi une sphère de dimension six.

Dans le formalisme de la seconde quantification, on peut considérer les opérateurs de création et d'annihilation correspondants à ces deux bosons:

$$s^\dagger, s, d^\dagger \text{ et } d$$

et construire ainsi les opérateurs (en se limitant aux opérateurs à un corps) qui vont nous permettre de nous "déplacer" sur cette sphère.

$s^\dagger s$	1 opérateur	
$d_\mu^\dagger s$	5 opérateurs	$\mu = -2, -1, 0, 1, 2$
$s d_\mu^\dagger$	5 opérateurs	
$d_\mu^\dagger d_\mu$	25 opérateurs	

	36 opérateurs	

On voit qu'il est possible de former 36 opérateurs avec ces deux bosons. Il s'avère que ces opérateurs constituent les générateurs du groupe U(6) (un groupe Unitaire d'ordre N a N² générateurs).

3° L'HAMILTONIEN DE U(6)

Avec ces opérateurs de création et d'annihilation nous pouvons maintenant écrire l'Hamiltonien le plus général du système:

$$\begin{aligned}
 H = & \epsilon_s \hat{n}_s + \epsilon_d \hat{n}_d + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} (2L+1) C_L [(d^\dagger d^\dagger)^{(L)} \times (\tilde{d} \tilde{d})^{(L)}]^{(0)} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{V}_2 [(d^\dagger d^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} s)^{(2)} + (d^\dagger s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \tilde{d})^{(2)}] \\
 & + \frac{1}{2} \hat{V}_0 [(d^\dagger d^\dagger)^{(0)} \times (ss)^{(0)} + (s^\dagger s^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{d} \tilde{d})^{(0)}] \\
 & + U_2 [(d^\dagger s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} s)^{(2)}]^{(0)} + \frac{1}{2} U_0 [(s^\dagger s^\dagger)^{(0)} \times (ss)^{(0)}]^{(0)}
 \end{aligned}$$

On note $\tilde{d}_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}$ et $(d^\dagger d^\dagger)_M^{(L)} = [d^\dagger x d^\dagger]_M^{(L)} = \sum_{\mu\mu'} (2\mu 2\mu' | LM) d_\mu^\dagger d_{\mu'}^\dagger$.

Cet Hamiltonien contient 9 paramètres; 2 pour les opérateurs à un corps et 7 pour les opérateurs à deux corps. Mais le nombre total de bosons étant conservé on a : $\hat{n}_s + \hat{n}_d = \hat{N}$. On peut alors réécrire l'Hamiltonien sous la forme :

$$\begin{aligned}
 H = & \epsilon N + \frac{1}{2} U_0 N(N-1) + \epsilon \hat{n}_d + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2(L+1)} C_L [(d^\dagger d^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \tilde{d})^{(2)}]^{(0)} \\
 & + \frac{1}{\sqrt{2}} \hat{V}_2 [(d^\dagger d^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} s)^{(2)} + (d^\dagger s^\dagger)^{(2)} \times (\tilde{d} \tilde{d})^{(2)}] \\
 & + \frac{1}{2} \hat{V}_0 [(d^\dagger d^\dagger)^{(0)} \times (ss)^{(0)} + (s^\dagger s^\dagger)^{(0)} \times (\tilde{d} \tilde{d})^{(0)}]
 \end{aligned}$$

Dans cette expression, les deux premiers termes ne contribuent qu'à l'énergie de liaison du noyau. Il reste finalement 6 paramètres libres pour décrire la dynamique du système. On peut bien sûr écrire un code qui nous permette d'ajuster ces paramètres de manière à reproduire le spectre d'excitation d'un noyau donné mais nous allons voir que la structure du groupe U(6) autorise une approche analytique très simple qui fait toute la beauté du modèle.

Pour cela il nous faut introduire la notion de symétrie dynamique.

4° LA NOTION DE SYMETRIE DYNAMIQUE ET LES "CHAINES" DE IBM

Cette notion n'est pas facile à appréhender. On peut en donner la définition suivante:

"si les lois de transformation d'un système ont la structure d'un groupe de symétrie et si l'Hamiltonien fait spécifiquement usage de ce groupe on dit que cet Hamiltonien possède une symétrie dynamique".

Il faut bien comprendre que ce n'est pas l'objet qui possède la symétrie en question mais bien son mouvement. Le fait que formes et mouvements soient en général intimement liés ajoute à la confusion. Prenons l'exemple du groupe O(3) des rotations dans l'espace. Si un système

possède la symétrie de rotation il s'agit d'une sphère alors que s'il possède la symétrie dynamique correspondant à $O(3)$ cela signifie simplement qu'il tourne, quelque soit sa forme.

Le fait que l'Hamiltonien d'un système possède une symétrie dynamique est particulièrement intéressant. On peut en effet montrer que, dans ce cas, il s'exprime en fonction des opérateurs de Casimir du groupe de symétrie en question.

Note sur les opérateurs de Casimir:

Il s'agit d'opérateurs formés des générateurs de ce groupe et commutant avec chacun d'entre eux.

Considérons par exemple le groupe $O(3)$ des rotations dans l'espace à trois dimensions et l'opérateur $\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2$

Il commute avec les générateurs \hat{L}_x , \hat{L}_y et \hat{L}_z . C'est l'opérateur de Casimir associé à $O(3)$. Donc si l'Hamiltonien H à la symétrie dynamique correspondant à $O(3)$ on peut l'écrire sous la forme:

$$H = \alpha \hat{L}^2$$

Dans certains cas il est possible de briser la symétrie $U(6)$ du système et de faire apparaître ainsi d'autres symétries dynamiques correspondant maintenant à des sous-groupes de $U(6)$. L'Hamiltonien s'exprimera alors en fonction des opérateurs de Casimir de ces sous-groupes.

Pour reprendre notre exemple de $O(3)$, si maintenant on suppose que la symétrie $O(3)$ est brisée, dans une dimension et on va pouvoir écrire l'Hamiltonien H en fonction des opérateurs de Casimir de la chaîne $O(3) \supset O(2)$. Le seul opérateur de Casimir de $O(2)$ étant \hat{L}_z on a

$$H = \alpha \hat{L}^2 + \beta \hat{L}_z$$

Nous allons donc tout d'abord rechercher tous les sous-groupes possibles de $U(6)$.

5° LES SOUS-GROUPES DE $U(6)$

On peut extraire des 36 générateurs de $U(6)$ des sous-ensembles générant des sous-groupes de $U(6)$. Considérons, par exemple les 25 opérateurs suivants obtenus en éliminant le boson s:

$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(0)}$	$\mu=0$	1 opérateur
$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(1)}$	$\mu=-1, 0, 1$	3 opérateurs
$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(2)}$	$\mu=-2, -1, 0, 1, 2$	3 opérateurs
$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(3)}$	$\mu=-3 \dots 3$	7 opérateurs
$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(4)}$	$\mu=-4 \dots 4$	9 opérateurs

		25 opérateurs

Ils forment une base de U(5).

Il est possible d'extraire encore de ces 25 générateurs des ensembles formant des sous-groupes de U(5).

$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(1)}$	$\mu=-1, 0, 1$	3 opérateurs
$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(3)}$	$\mu=-3 \dots 3$	7 opérateurs

		10 opérateurs

Ces 10 opérateurs génèrent cette fois O(5) (un groupe Orthogonal d'ordre N a $\frac{N(N-1)}{2}$ générateurs).

$(s^+ s)^{(0)} + \sqrt{5} (d^+ \tilde{d})^{(0)}$		1 opérateur
$(d^+ \tilde{d})^{(1)}$		3 opérateurs
$(d^+ s + s^+ \tilde{d})_{\mu}^{(2)} - \frac{1}{2} \sqrt{7} (d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(2)}$		5 opérateurs

		9 opérateurs

Ces 9 opérateurs sont les générateurs de U(3)

$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(1)}$	$\mu=-1, 0, 1$	3 opérateurs
$(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(3)}$	$\mu=-3 \dots 3$	7 opérateurs
$(d^+ s + s^+ \tilde{d})_{\mu}^{(2)}$		5 opérateurs

		15 opérateurs

Ces 15 opérateurs génèrent O(6)

Enfin avec l'opérateur $(d^+ \tilde{d})_{\mu}^{(1)}$ on génère O(3).

On sait qu'à chaque symétrie du système correspond un nombre quantique, or nous savons que L^2 est un bon nombre quantique et que O(3) est la symétrie correspondante. Il faut donc que toute chaîne de sous-groupes représentant le système contienne O(3). On peut ainsi former trois -et trois seulement- chaînes de sous-groupes qui mènent, par

brisures successives, de U(6) à O(3):

$$\begin{array}{c}
 U(5) \supset O(5) \supset O(3) \\
 \nearrow \\
 U(6) \rightarrow U(3) \supset O(3) \\
 \searrow \\
 O(6) \supset O(5) \supset O(3)
 \end{array}$$

A chacune de ces chaines, on peut donc associer un Hamiltonien particulier formé des opérateurs de Casimir de chacun des sous-groupes qui la compose. Chacun d'entre eux est adapté à un type particulier de noyau que l'on désigne par le premier sous-groupe de la chaine. On a ainsi des noyaux "U(5)", "U(3)" ou "O(6)". On peut également écrire l'Hamiltonien le plus général de U(6) en fonction des opérateurs de Casimir associés aux différents sous-groupes des chaines ci-dessus:

$$H = \epsilon C_{U(5)}^{(1)} + \alpha C_{U(5)}^{(2)} + \beta C_{O(5)}^{(2)} + \gamma C_{O(3)}^{(2)} + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \eta C_{O(6)}^{(2)}$$

les indices supérieurs indiquent qu'il s'agit d'un opérateur à un ou deux corps. On peut remarquer, qu'ici encore, l'Hamiltonien du système dépend de 6 paramètres.

L'expression de chacun de ces opérateurs de Casimir est la suivante :

$$C_{U(5)}^{(1)} = \sqrt{5} (d^+ \tilde{d})^{(0)} \equiv \hat{n}_d$$

$$C_{U(5)}^{(2)} = \sqrt{5} \left[\sqrt{5} (d^+ \tilde{d})^{(0)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(0)} + 4 (d^+ \tilde{d})^{(0)} \right] \equiv \hat{n}_d (\hat{n}_d + 4)$$

$$C_{O(5)}^{(2)} = 4 \left[(d^+ \tilde{d})^{(1)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(1)} + (d^+ \tilde{d})^{(3)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(3)} \right]$$

$$C_{O(3)}^{(2)} = 2 \left[10 (d^+ \tilde{d})^{(1)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(1)} \right]$$

$$C_{U(3)}^{(2)} = \frac{2}{3} \left\| 2 \left[(d^+ s + s^+ \tilde{d})^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^+ \tilde{d})^{(2)} \right] \cdot \left[(d^+ s + s^+ \tilde{d})^{(2)} - \frac{\sqrt{7}}{2} (d^+ \tilde{d})^{(2)} \right] + \right.$$

$$\left. \frac{15}{2} \left[(d^+ \tilde{d})^{(1)} \cdot (d^+ \tilde{d})^{(1)} \right] \right\|$$

$$C_{O(6)}^{(2)} = z \hat{N}(\hat{N}+4) - 2(d^+ d^+ - s^+ s^+) \cdot (\tilde{d} \tilde{d} - s s)$$

6° CAS PARTICULIER DES VIBRATEURS

Si on considère une chaîne particulière, U(5) par exemple, l'Hamiltonien peut se réduire à :

$$H = \epsilon C_{U(5)}^{(1)} + \alpha C_{U(5)}^{(2)} + \beta C_{O(5)}^{(2)} + \gamma C_{O(3)}^{(2)}$$

On peut alors définir chaque état par un jeu de nombres quantiques définis par les opérateurs de Casimir correspondants

N	le nombre total de bosons	(provenant de U(6))
n_d	le nombre de bosons d	(..... U(5))
V	le nombre de bosons d non couplés à 0	(..... O(5))
	(d-boson seniority)	
L	le moment angulaire	(..... O(3))

Il s'avère que les états définis par ces quatre nombres quantiques sont dégénérés. Il faut ajouter un nombre quantique supplémentaire pour lever cette dégénérescence et former ainsi une base. On choisit n_Δ qui représente le nombre de triplets de bosons d couplés à 0. Un état peut alors s'écrire $|N, n_d, V, n_\Delta, L\rangle$

On peut également déterminer les règles de sélection régissant ces nombres quantiques. Elles sont résumées dans le tableau suivant :

n_d	V	n_Δ	L
0	0	0	0
1	1	0	2
2	2	0	4, 2
	0	0	0
3	3	0	6, 4, 3
	3	1	0
	1	0	2
4	4	0	8, 6, 5, 4
	4	1	2
	2	0	4, 2
	0	0	0

On peut alors écrire les valeurs propres du système :

$$E(n_d, V, L) = \epsilon n_d + \alpha n_d(n_d + 4) + 2\beta V(V + 3) + 2\gamma L(L + 1)$$

Si nous choisissons par exemple $\alpha = \beta = \gamma = 0$ le spectre en énergie aura l'allure bien connue suivante :

----- 0 ⁺ 2 ⁺ 3 ⁺ 4 ⁺ 6 ⁺	s ⁿ⁻³ , d ³ ; L=0, 2, 3, 4, 6)
----- 0 ⁺ 2 ⁺ 4 ⁺	s ⁿ⁻² , d ² ; L=0, 2, 4)
----- 2 ⁺	s ⁿ⁻¹ , d ¹ ; L=2)
----- 0 ⁺	s ⁿ ; L=0)

c'est le spectre d'un vibrateur harmonique. La figure 3 montre le spectre complet d'un noyau de type U(5).

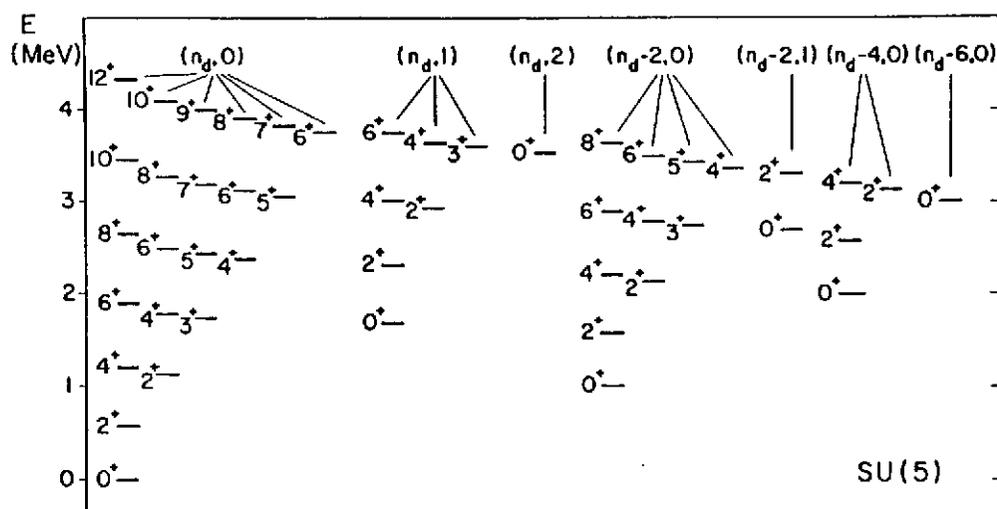


Figure 3 : Spectre U(5) typique calculé pour N=6 avec, entre parenthèses, les valeurs de V et n_Δ .

On peut écrire de la même manière l'Hamiltonien et les valeurs propres dans le cas des deux autres chaînes. Les figures 4 et 5 représentent les spectres correspondants.

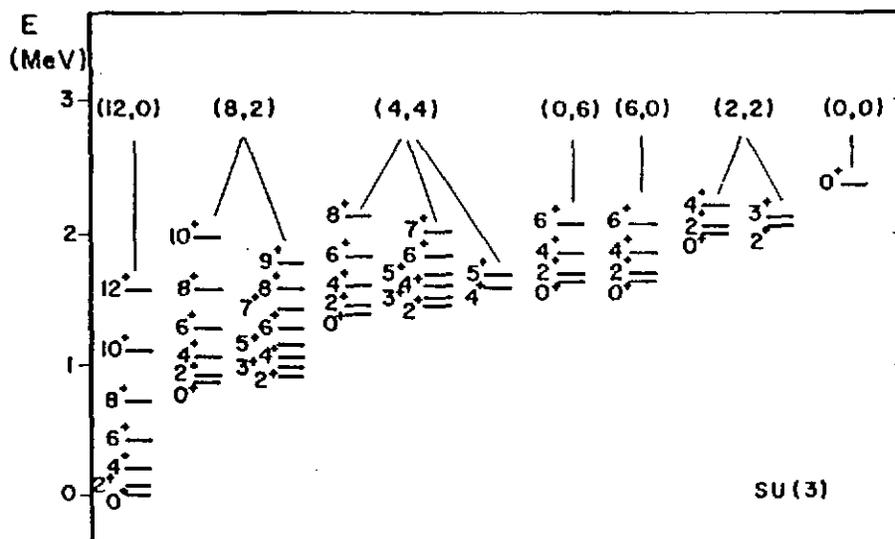


Figure 4 : Spectre typique U(3)

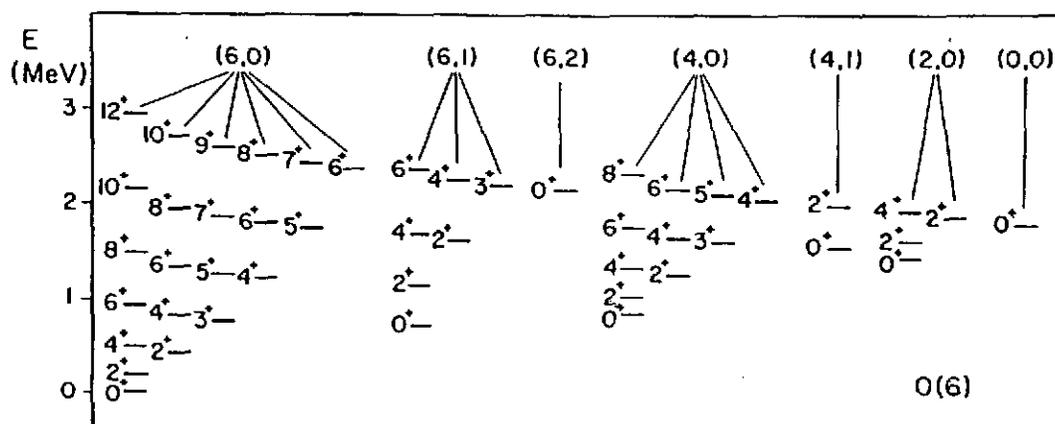


Figure 5 : Spectre typique O(6)

Toute la beauté de cette approche du modèle des bosons en interaction réside dans le fait que ces trois types de noyaux se rencontrent réellement dans la nature: les U(5) sont des vibrateurs comme le ^{110}Cd par exemple, les U(3) sont des rotateurs comme le ^{156}Gd et les O(6) sont des noyaux γ -instables dont le ^{196}Pt est un représentant typique. La figure 6 montre les spectres expérimentaux et calculés pour ces trois noyaux.

7° LES TRANSITIONS ELECTROMAGNETIQUES

En plus des énergies d'excitations, obtenues directement en diagonalisant l'Hamiltonien, on peut calculer d'autres observables; il suffit pour cela de définir les opérateurs correspondants. Voici, par exemple les opérateurs de transition électromagnétiques définis par des opérateurs à un corps:

$$T^{(E0)} = \gamma_0 (s^\dagger s)_0^{(0)} + \beta_0 (d^\dagger \tilde{d})_0^{(0)}$$

$$T^{(M1)} = \beta_1 (d^\dagger \tilde{d})_\mu^{(1)}$$

$$T^{(E2)} = \alpha_2 (s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger \tilde{d})_\mu^{(2)} + \beta_2 (d^\dagger \tilde{d})_\mu^{(2)}$$

$$T^{(M3)} = \beta_3 (d^\dagger \tilde{d})_\mu^{(3)}$$

$$T^{(E4)} = \beta_4 (d^\dagger \tilde{d})_\mu^{(4)}$$

Avec les fonctions d'onde $|J\rangle$, valeurs propres de l'Hamiltonien, on peut maintenant évaluer les probabilités de transition réduites. Les $B(E2)$, par exemple, s'expriment par :

$$B(E2; J_i \rightarrow J_f) = \frac{1}{2J_i + 1} \left| \langle J_f | T^{(E2)} | J_i \rangle \right|^2$$

On peut noter que l'opérateur $T^{(M1)}$ est proportionnel à L ($L = \sqrt{10} (d^\dagger \tilde{d})^{(1)}$)

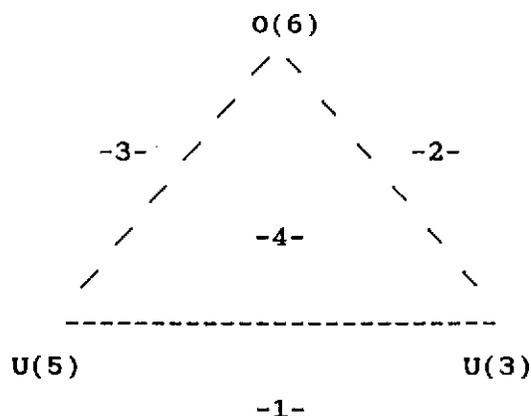
qui est diagonal. Il n'y a donc pas de transition M1 possible dans ce modèle !

On peut également définir un moment quadrupolaire par :

$$Q_L = \langle L, M=L | \sqrt{\frac{16\pi}{5}} T^{(E2)} | L, M=L \rangle$$

8° LES NOYAUX DE TRANSITION

Le très grand avantage de l'approche IBM c'est que, non seulement elle permet de décrire de manière unifiée les trois types de noyaux que l'on rencontre dans la nature mais de plus, elle rend compte des situations intermédiaires. Si on classe l'ensemble des noyaux déformés suivant le schéma suivant :



on voit que l'on peut distinguer quatre régions de transition différentes.

La région -1-

Il s'agit là de la transition entre les vibreurs et les rotateurs. Les isotopes du samarium sont typiques de cette transition. L'Hamiltonien de IBM peut ici s'exprimer en fonction des opérateurs de Casimir des chaînes U(5) et U(3) :

$$H_{-1-} = \epsilon C_{U(5)}^{(1)} + \alpha C_{U(5)}^{(2)} + \beta C_{O(5)}^{(2)} + \gamma C_{O(3)}^{(2)} + \delta C_{SU(3)}^{(2)}$$

Les figures 7 et 8 montrent les énergies d'excitation et les rapports de branchements calculés avec un tel Hamiltonien et comparés avec l'expérience dans le cas des isotopes du samarium.

La région -2-

C'est la région de transition entre les rotateurs et les γ -instables; les isotopes de l'osmium sont typiques de cette région de transition. L'Hamiltonien peut alors se réduire à :

$$H_{-2-} = \beta C_{O(5)}^{(2)} + \gamma C_{O(3)}^{(2)} + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \eta C_{O(6)}^{(2)}$$

Les figures 9 et 10 montrent un certain nombre d'observables calculées avec cet Hamiltonien.

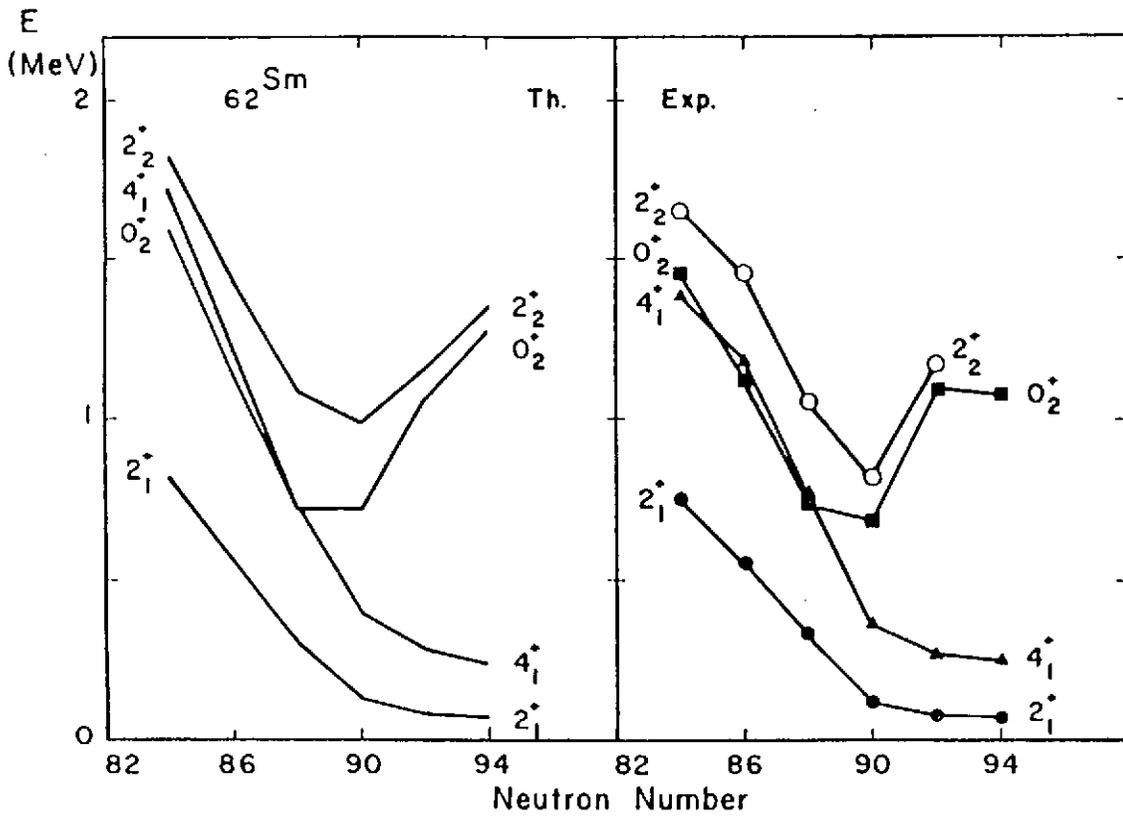


Figure 7 : Spectres d'excitation expérimentaux et calculés dans le cas de la transition $U(3) \rightarrow U(5)$.

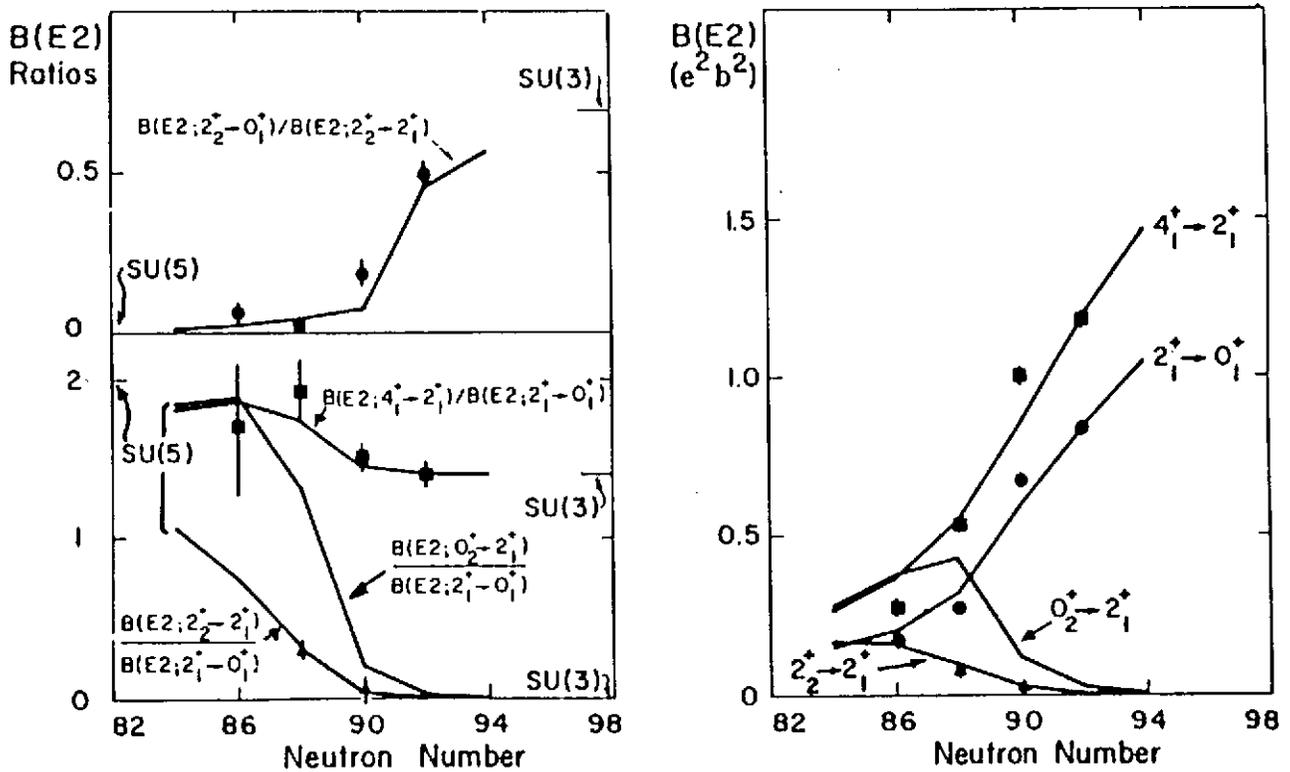


Figure 8 : Rapports de branchements expérimentaux et calculés dans le cas de la transition $U(3) \rightarrow U(5)$.

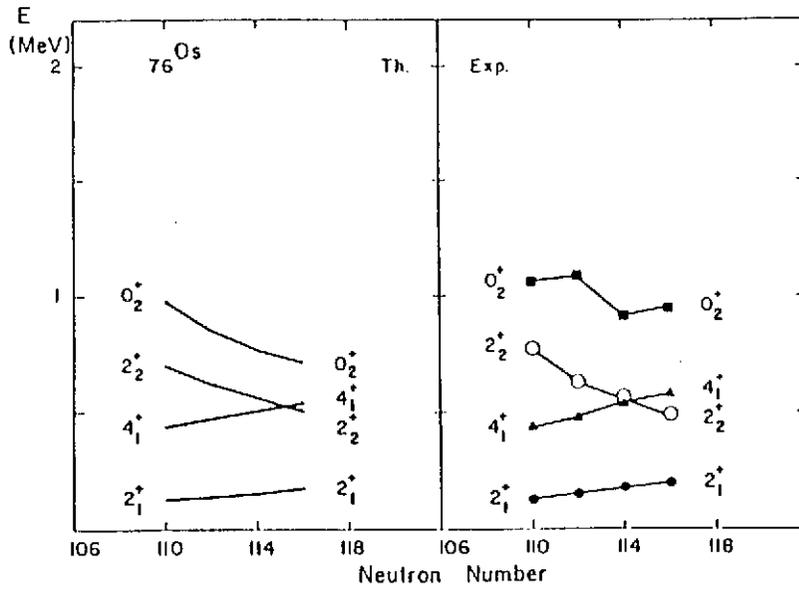


Figure 9 : Schémas de niveaux pour des noyaux de transition du type $U(3) \rightarrow O(6)$

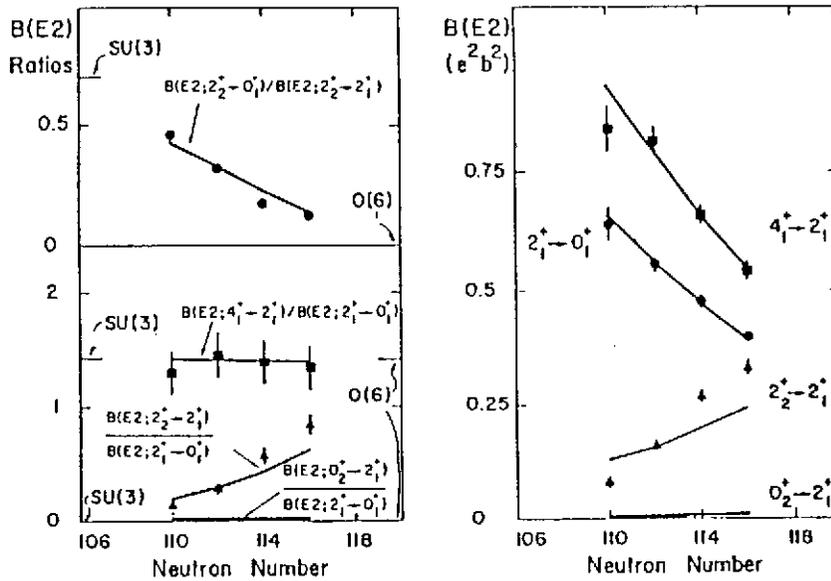


Figure 10 : Rapports de branchements pour des noyaux de la transition $U(3) \rightarrow O(6)$

La région -3-

C'est la région de transition entre les noyaux de type γ -instable et vibrateur; les isotopes du xénon sont de ce type. L'Hamiltonien se réduit, dans ce cas, à :

$$H_{-3-} = \epsilon C_{U(5)}^{(1)} + \alpha C_{U(5)}^{(2)} + \beta C_{O(5)}^{(2)} + \gamma C_{O(3)}^{(2)} + \eta C_{O(6)}^{(2)}$$

La région -4-

Dans cette région les trois symétries sont mélangées et c'est l'Hamiltonien de U(6) complet qu'il faut utiliser :

$$H_{-4-} = \epsilon C_{U(5)}^{(1)} + \alpha C_{U(5)}^{(2)} + \beta C_{O(5)}^{(2)} + \gamma C_{O(3)}^{(2)} + \delta C_{SU(3)}^{(2)} + \eta C_{O(6)}^{(2)}$$

9° LES LIMITATIONS DE IBM-1

Cette première version du modèle ne fait pas la distinction entre protons et neutrons; on ne peut donc reproduire que la partie symétrique, dans l'échange proton-neutron, des fonctions d'ondes nucléaires; or il existe de nombreux états excités où la composante non-symétrique est très importante. Nous avons déjà vu que les transitions M1 sont interdites dans cette approche et nous savons, non seulement qu'elles existent, mais qu'elles peuvent même avoir un caractère collectif. La figure 12 représente deux spectres d'électrons diffusés par le ^{156}Gd et le ^{158}Gd et observés à Darmstadt par A.Richter et al. On voit très nettement un pic à une énergie d'excitation d'environ 3 MeV. La mesure du facteur de forme correspondant à très bas transfert permet d'identifier sans ambiguïté ces états : il s'agit de 1^+ . Or la mesure montre que ces états sont de caractère nettement collectif ce qui exclut une transition du type spin-flip. Ces états semblent être dûs à un mode de scission où protons et neutrons oscillent en opposition de phase comme cela est schématisé sur la figure 12. Le modèle IBM-1 ne contient pas les degrés de liberté nécessaires à la formation de tels modes et la distinction π - ν est indispensable.

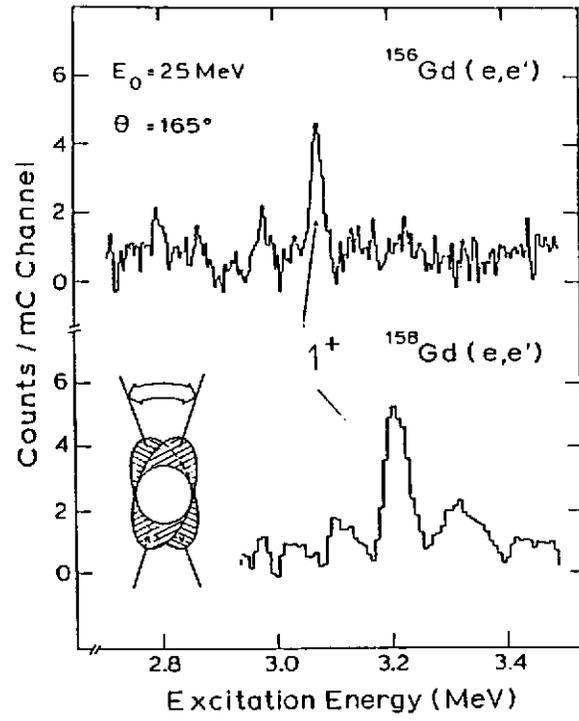


Figure 12 : Transitions M1 mises en évidence à Darmstadt
par diffusion inélastique d'élect

II IBM-2

1° La distinction explicite entre bosons-proton et bosons-neutron, connection au modèle en couches.

Il est établi que l'interaction entre neutrons et protons joue un rôle essentiel dans le noyau. En fait c'est elle qui est responsable de sa déformation. Il semble donc indispensable de distinguer les protons des neutrons.

D'autre part il a été montré que IBM-1 permettait de décrire une grande quantité d'observables tout au long de la table; pour comprendre pourquoi cette approche phénoménologique rencontre autant de succès il faut la justifier par une approche microscopique. Pour cela la distinction explicite entre protons et neutrons doit également être faite. Nous allons donc maintenant considérer quatre bosons différents:

$$s_{\pi} \quad s_{\nu} \quad d_{\pi} \quad d_{\nu}$$

Cette nouvelle forme du modèle est connue sous le nom de IBM-2.

2° Apparition de nouvelles symétries.

La structure de groupe de IBM-2 est $U(6)_{\pi} \times U(6)_{\nu}$. Il est donc possible de constituer maintenant bien plus de trois chaînes comme dans IBM-1. Il n'est plus possible de distinguer des "limites" simples comme dans le cas précédent. Toutefois un certain nombre de cas particuliers ont été étudiés en détail comme, par exemple, la symétrie $SU^*(3)$ qui correspond à $SU(3)_{\pi} \times SU(3)_{\nu}$ mais avec une déformation prolate pour un type de nucléon et oblate pour l'autre (un cigare dans un cendrier). Il s'agit donc là de noyaux triaxiaux.

3° L'Hamiltonien général.

L'Hamiltonien IBM-2 peut s'écrire:

$$H_{IBM2} = H_{\pi\pi} + H_{\nu\nu} + H_{\pi\nu}$$

si on ne considère que les termes qui contribuent au spectre d'excitation on a :

$$H_{\rho\rho} = \epsilon \tilde{n}_{d_{\rho}} + \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} c_L^{\rho} \left\{ (d_{\rho}^{\dagger} d_{\rho}^{\dagger})^{(L)} \times (\tilde{d}_{\rho} \tilde{d}_{\rho})^{(L)} \right\} \quad \rho = \pi, \nu$$

$$H_{\pi\nu} = \sum_L [T_{\pi}^{(L)} + T_{\nu}^{(L)}]^{(0)}$$

où T_{π} et T_{ν} sont des opérateurs à un corps si $H_{\pi\nu}$ est une interaction à deux corps

$$T_{\rho}^{(0)} = \alpha_{\rho}^0 (s_{\rho}^{\dagger} s_{\rho}) + \beta_{\rho}^0 (d_{\rho}^{\dagger} \tilde{d}_{\rho})^{(0)}$$

$$T_{\rho}^{(1)} = \beta_{\rho}^1 (d_{\rho}^{\dagger} \tilde{d}_{\rho})^{(1)}$$

$$T_{\rho}^{(2)} = \alpha_{\rho}^2 (s_{\rho}^{\dagger} \tilde{d}_{\rho} + d_{\rho}^{\dagger} s_{\rho})^{(2)} + \beta_{\rho}^2 (d_{\rho}^{\dagger} \tilde{d}_{\rho})^{(2)}$$

$$T_{\rho}^{(3)} = \beta_{\rho}^3 (d_{\rho}^{\dagger} \tilde{d}_{\rho})^{(3)}$$

$$T_{\rho}^{(4)} = \beta_{\rho}^4 (d_{\rho}^{\dagger} \tilde{d}_{\rho})^{(4)}$$

La seule de ces interactions qui ne conserve pas le nombre de bosons d est l'opérateur quadrupolaire $[T_{\pi}^{(2)} + T_{\nu}^{(2)}]^{(0)}$ qui doit donc être dominant dans $H_{\pi\nu}$. Cela n'a rien de surprenant si on se souvient que l'Hamiltonien effectif dans l'espace de fermions est dominé par des propriétés du type "pairing plus quadrupole".

On peut réécrire cet Hamiltonien en faisant apparaître les termes principaux:

$$H = \epsilon \hat{n}_d + \kappa Q_{\pi} \cdot Q_{\nu} + M_{\pi\nu} + V_{\pi\pi} + V_{\nu\nu}$$

où Q_{ρ} est l'opérateur quadrupolaire:

$$Q_{\rho} = (s^{\dagger} d + d^{\dagger} s)_{\rho}^{(2)} + \chi (d^{\dagger} d)_{\rho}^{(2)} \quad \rho = \pi, \nu$$

$M_{\pi\nu}$ le terme de Majorana n'affectant que les états non-symétriques dans l'échange boson-proton/boson-neutron:

$$\hat{M}_{\pi, \nu} = \epsilon_1 [(s_{\nu}^{\dagger} \tilde{d}_{\pi}^{\dagger} + s_{\pi}^{\dagger} d_{\nu}^{\dagger})^{(2)} \times (s_{\nu} \tilde{d}_{\pi} - s_{\pi} d_{\nu})^{(2)}]^{(0)} +$$

$$\sum_{K=1,3} \epsilon_K [(d_{\pi}^{\dagger} d_{\nu}^{\dagger})^{(K)} \times (\tilde{d}_{\pi} \tilde{d}_{\nu})^{(K)}]^{(0)}$$

$$\begin{aligned} \hat{V}_{p,p} = & \sum_{L=0,2,4} \frac{1}{2} \sqrt{2L+1} C_L^p \left((d_p^\dagger d_p^\dagger)^{(L)} (\tilde{d}_p \tilde{d}_p)^{(L)} \right)^{(0)} \\ & + \frac{1}{2} V_0^p \left(\left[(d_p^\dagger d_p^\dagger)^{(0)} (s^p s^p)^{(0)} \right]^{(0)} + \text{h.c.} \right) \\ & + \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} V_2^p \left(\left[(d_p^\dagger d_p^\dagger)^{(2)} (\tilde{d}_p s_p)^{(2)} \right]^{(0)} + \text{h.c.} \right) \\ & + \kappa_{p,p} Q_p^{(2)} Q_p^{(2)} \end{aligned}$$

Ces deux derniers termes ($M_{\pi\nu}$ et $V_{p,p}$) peuvent souvent être négligés, en particulier si on ne s'intéresse qu'aux niveaux symétriques. On peut alors se contenter d'utiliser l'Hamiltonien simplifié:

$$H = \epsilon \hat{n}_d + \kappa Q_\pi \cdot Q_\nu$$

ce qui fait qu'il n'y a alors que quatre paramètres libres:

$$\epsilon \quad \kappa \quad x_\pi \quad \text{et} \quad x_\nu$$

Dans la pratique, quand on veut reproduire le spectre d'excitation d'un noyau donné, il faut tout d'abord fixer le nombre de bosons du système : la moitié des nucléons (ou des trous suivant la fermeture de couche la plus proche) de valence. Il faut ensuite choisir certaines valeurs pour ces quatre paramètres, utiliser un code capable de diagonaliser l'Hamiltonien ainsi formé et ajuster ces paramètres jusqu'à obtenir un bon accord avec le spectre expérimental. Pour guider le choix des paramètres de départ il faut se souvenir que ϵ représente l'énergie d'un boson d. Dans la limite vibrationnelle ϵ est donc directement donné par l'énergie d'excitation du premier 2^+ . Ensuite on peut appliquer les "recettes" suivantes:

* les noyaux de type U(5) se rencontrent près des couches magiques (N_π ou N_ν petits) On a alors : $\langle \epsilon \hat{n}_d \rangle \gg \langle Q_\pi \cdot Q_\nu \rangle$

* au contraire les noyaux seront de type U(3) en milieu de couche (N_π et N_ν petits) et alors : $\langle \epsilon \hat{n}_d \rangle \ll \langle Q_\pi \cdot Q_\nu \rangle$ de plus x_π et x_ν seront grands et négatifs.

* enfin les O(6) apparaîtront quand $N_\pi \approx N_\nu$. On a alors $\langle \epsilon \hat{n}_d \rangle \ll \langle Q_\pi \cdot Q_\nu \rangle$ et $x_\pi = -x_\nu$.

Une fois ces paramètres ajustés au mieux on peut calculer d'autres observables en utilisant les fonctions d'ondes générées par l'Hamiltonien ainsi défini.

On peut, par exemple calculer les probabilités de transition

réduites $B(E_\lambda)$. Pour une transition E2, par exemple, on utilisera le même opérateur quadrupolaire que dans l'Hamiltonien :

$$T^{(E2)} = e_\pi \left[(s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger s)_\pi^{(2)} + \chi_\pi (d^\dagger \tilde{d})_\pi^{(2)} \right] + e_\nu \left[(s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger s)_\nu^{(2)} + \chi_\nu (d^\dagger \tilde{d})_\nu^{(2)} \right]$$

La probabilité de transition réduite s'écrira alors:

$$B(E2) = \left| \langle 2^+ | T^{(E2)} | 0^+ \rangle \right|^2$$

on définit également le moment quadrupolaire du premier état 2^+ qui est considéré comme une mesure de la déformation du noyau :

$$Q_2^+ = \langle 2^+ | T^{(E2)} | 2^+ \rangle$$

e_π et e_ν représentent des charges effectives pour les bosons-proton et -neutron respectivement. Il s'agit là de deux paramètres supplémentaires qui devront aussi être ajustés sur les données. En fait on choisit le rapport de charges effectives e_π/e_ν qui fixe la variation relative des $B(E2)$ le long d'une chaîne isotopique et on ajuste un facteur de normalisation global sur l'une des données expérimentales. Pour s'affranchir de ce paramètre de normalisation absolue on calcule souvent des rapports de branchement plutôt que des $B(E2)$.

La valeur des paramètres χ_π et χ_ν sera choisie, à priori identique à celle utilisée dans l'Hamiltonien. Dans le cas d'une transition hexadécapolaire, il peut être indispensable d'introduire un boson g (ce point est encore controversé) mais si on se contente de bosons s et d on peut utiliser:

$$T^{(E4)} = e_\pi (d^\dagger \tilde{d})_\pi^{(4)} + e_\nu (d^\dagger \tilde{d})_\nu^{(4)}$$

avec un boson g il faudrait ajouter des termes du type:

$$(s^\dagger g + g^\dagger s)^{(4)} \quad (g^\dagger d + d^\dagger g)^{(4)} \quad (g^\dagger g)^{(4)}$$

En fait, pour les schémas de niveau comme pour ces probabilités de transition réduites il faut toujours considérer une série de noyaux de manière à minimiser le nombre de degrés de liberté. En effet, dans ce cas un certain nombre de paramètres doivent rester constants tout au long de la chaîne (on a, par exemple $\chi_\pi = C^e$ pour une série d'isotopes) les autres devant varier "lentement" d'un noyau à l'autre.

4° Applications

On peut trouver, dans les publications récentes, quantité d'ajustements IBM reproduisant les propriétés de divers types de noyaux déformés. Nous allons nous contenter de prendre ici un exemple : la région des osmium-platine sur laquelle nous reviendrons dans la seconde partie de ce cours. L'Hamiltonien utilisé par R. Bijker pour reproduire les propriétés de cette région a la forme décrite plus haut avec les paramètres présentés dans le tableau suivant:

Nucleus	ϵ	κ	χ_r	χ_s	C_{0r}	C_{2r}	C_{4r}	ξ_2	$\xi_1 = \xi_3$
^{196}Pt	0.58	-0.18	1.05	-0.80	0.60	0.02	0.00	0.04	-0.10
^{194}Pt	0.58	-0.18	0.95		0.55	0.04			
^{192}Pt	0.58	-0.18	0.80		0.45	0.00			
^{190}Pt	0.58	-0.18	0.45		0.00	-0.09			
^{188}Pt	0.58	-0.16	0.00		-0.25	-0.13			
^{186}Pt	0.62	-0.145	-0.50		-0.25	-0.16			
^{194}Os	0.45	-0.15	1.05	-1.30	0.60	0.02	0.00	0.04	-0.10
^{192}Os	0.45	-0.15	0.95		0.55	0.04			
^{190}Os	0.45	-0.15	0.80		0.45	0.00			
^{188}Os	0.45	-0.15	0.45		0.00	-0.09			
^{186}Os	0.45	-0.14	0.00		-0.25	-0.13			
^{184}Os	0.50	-0.135	-0.50		-0.25	-0.16			

L'accord obtenu avec les schémas de niveaux est présenté figure 14 et les divers rapports de branchements ainsi que les moments quadrupolaires dans les figures 15 et 16.

Les courbes A et B apparaissant dans la figure 16 correspondent à des options différentes pour les charges effectives e_π et e_ν . Pour la courbe A, $e_\pi = e_\nu = 0.17$ e.b alors que pour la courbe B les charges effectives sont supposées égales pour le ^{194}Pt mais varient comme $\kappa_\pi(\kappa_\nu)$ avec $N_\pi(N_\nu)$.

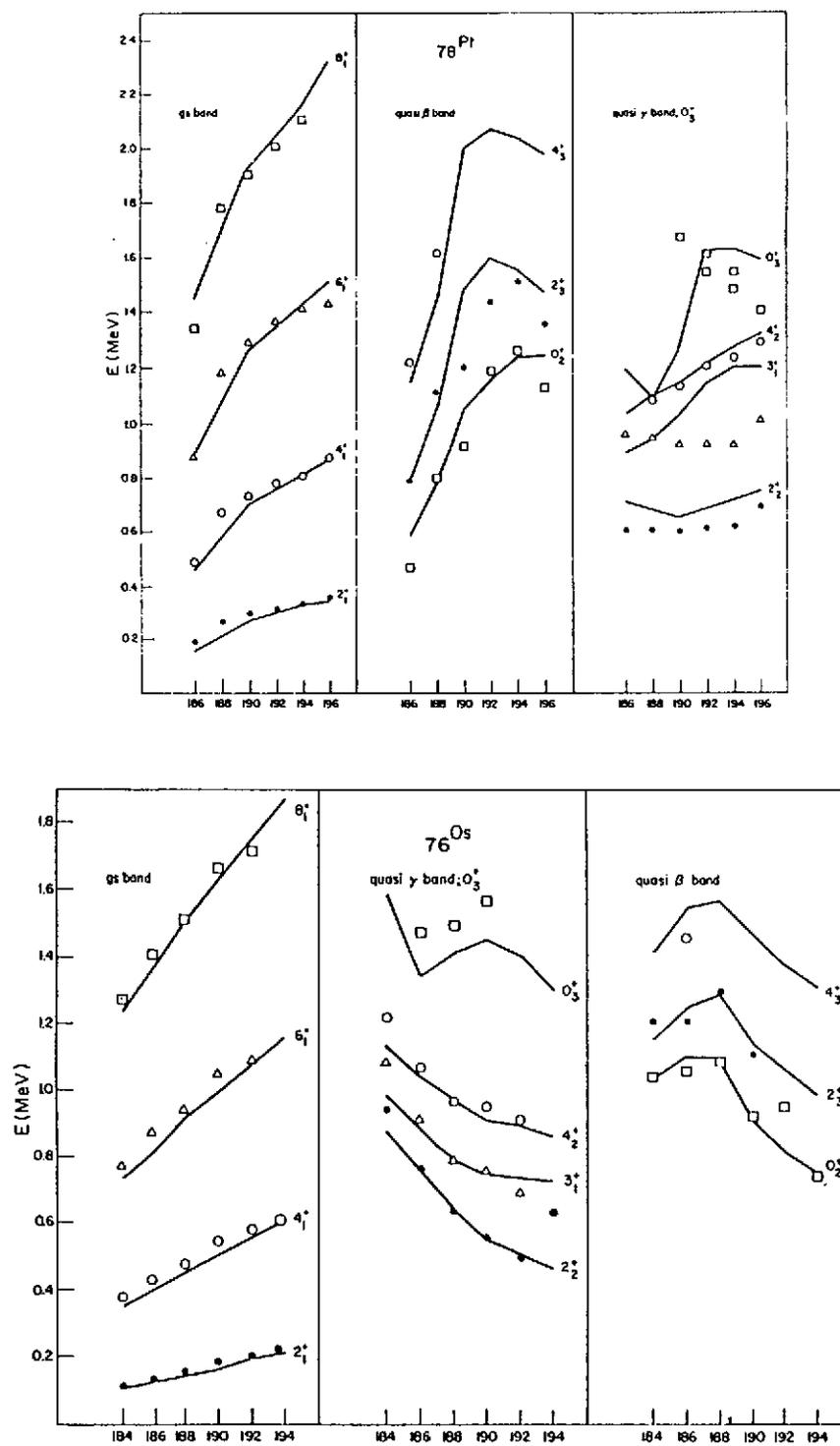


Figure 14 : Ajustement IBM-2 des niveaux d'énergie des isotopes de l'osmium et du platine.

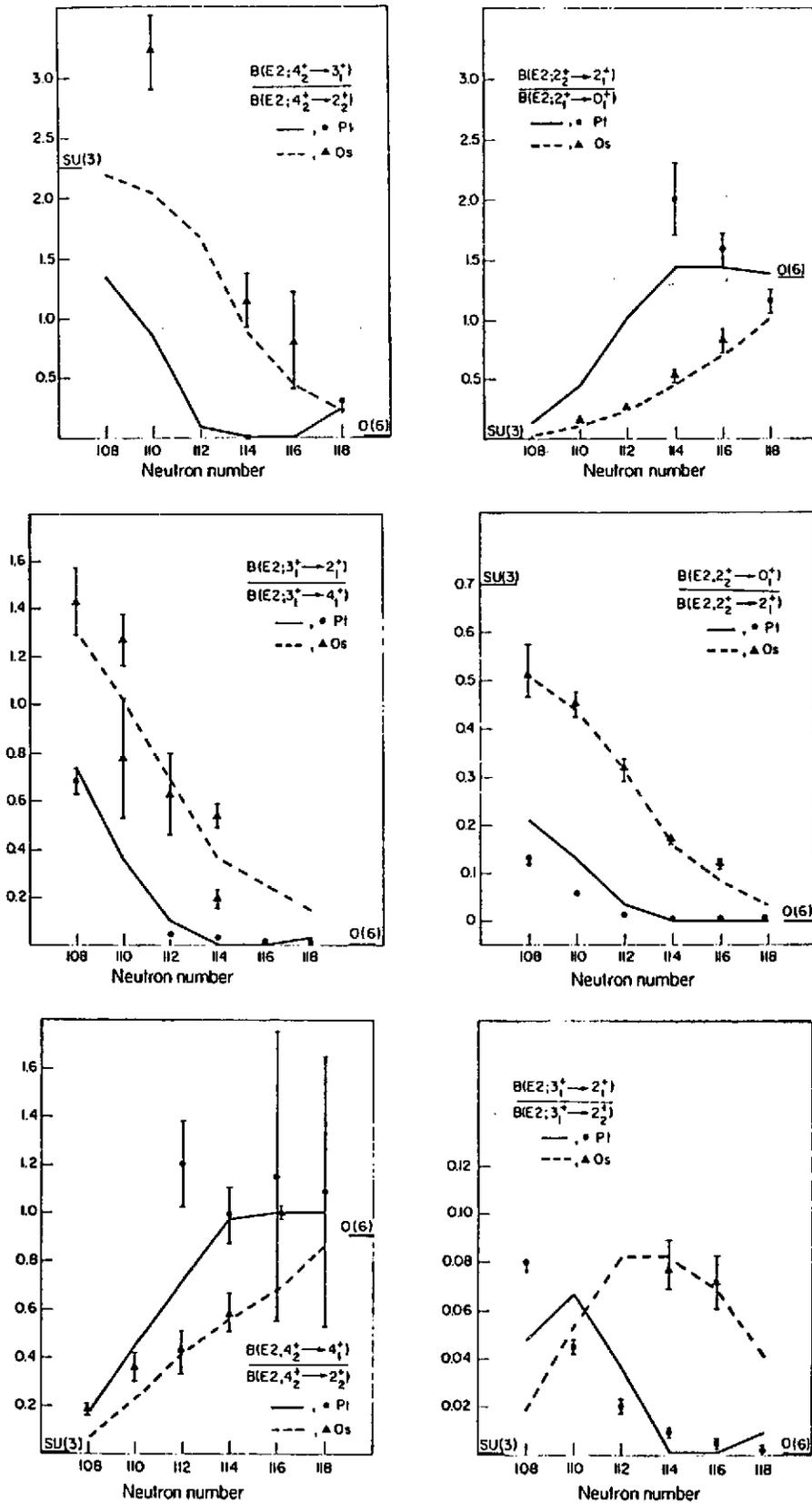


Figure 15 : Différents rapports de branchements calculés en IBM-2

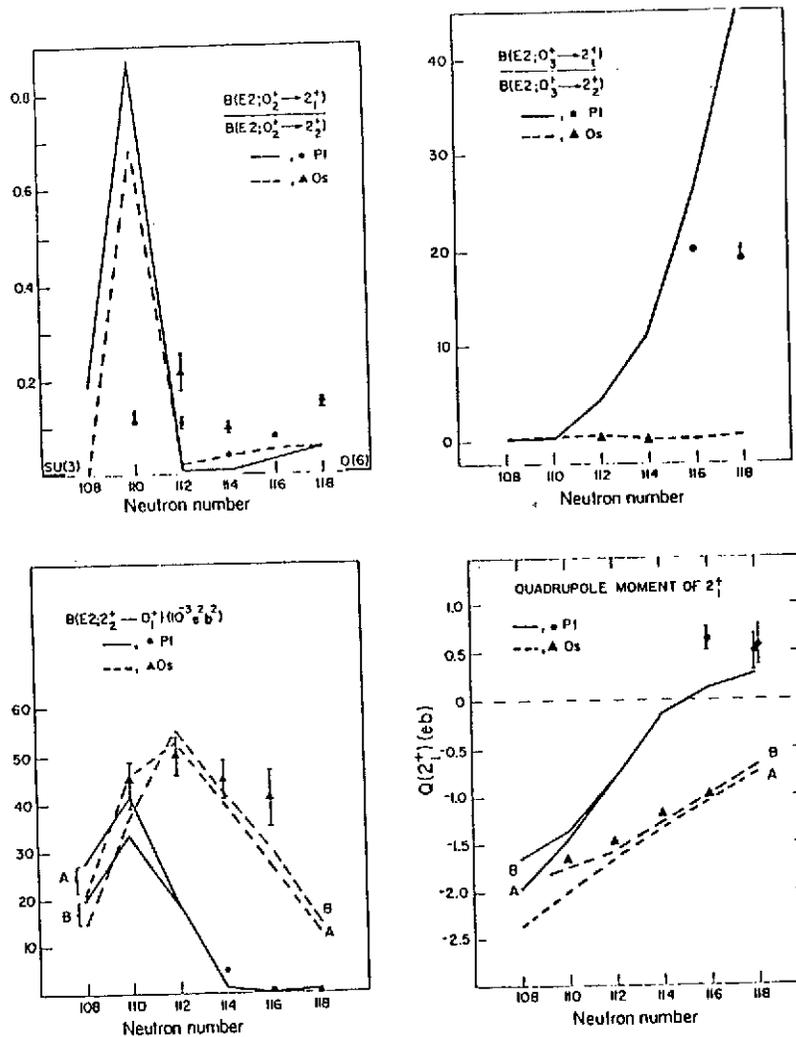


Figure 16 : Rapports de branchements, valeurs absolues de $B(E2)$ et moments quadrupolaires calculés en IBM-2

Nous verrons dans la seconde partie de ce cours un autre exemple d'ajustement IBM-2 avec les isotopes du germanium.

III LES EXTENSIONS DU MODELE

Il s'avère que l'ensemble des états prédits par le modèle est observé expérimentalement. Par contre de nombreuses propriétés observées ne sont pas reproduites par IBM. Les états de parité négative, par exemple, ne peuvent être reproduits par les seuls bosons s et d alors qu'il apparaît à basse énergie d'excitation, dans la plus part des

noyaux qui nous intéressent ici, des états 3^- très collectifs. Nous nous sommes également restreints aux noyaux pair-pair ; qu'en est-il des noyaux impairs ?

Il y a également le comportement radial des fonctions d'ondes nucléaires qui a été totalement ignoré. Ce point fera l'objet de la seconde partie de ce cours.

Nous allons voir que, pour un certain nombre de cas le modèle admet des extensions simples. Le but n'est pas ici de faire une étude exhaustive de toutes ces extensions ni même d'en décrire certaines dans le détail mais de montrer que IBM, ou tout du moins l'approche de la théorie des groupes, est un formalisme très souple.

1° Introduction de bosons supplémentaires.

Pour reproduire des niveaux impairs la première idée qui vient à l'esprit consiste à introduire un boson f (un boson p ne correspondrait qu'à un déplacement du centre de masse). Mais l'ensemble formé par les bosons s , d et f n'offre plus la possibilité d'un traitement algébrique analogue à celui d'IBM-1 car le système ainsi formé ne présente pas de symétries dynamiques. On n'écrit alors un Hamiltonien général dont on ajuste les paramètres sur les données expérimentales. Très récemment J. Engel a mis en évidence le fait que l'introduction d'un boson p permettait d'avoir à nouveau des symétries dynamiques dans le système et donc d'écrire l'Hamiltonien très simplement en fonction d'opérateurs de Casimir. Ce quatrième boson n'avait, à l'origine, pas d'autre justification que celle de la structure mathématique de la base de travail mais déjà certains théoriciens, T. Otsuka par exemple, lui confèrent une réalité microscopique. Cette évolution n'est pas sans rappeler celle du boson s .

D'autre part, même en se limitant aux niveaux de parité positive on peut se demander si un boson g ne devient pas indispensable aussitôt qu'il s'agit de reproduire de hautes multipolarités ou des énergies d'excitation élevées. En fait, pour un certain nombre de noyaux il est indispensable d'introduire un tel boson, non pas en général pour reproduire les spectres d'excitation, mais pour reproduire les densités de charge de transition. Ce point sera également développé dans la seconde partie de ce cours.

2° Couplage de degrés de liberté fermioniques aux degrés de liberté bosoniques

Pour calculer des noyaux pair-impair on peut considérer le noyau pair-pair le plus proche (que l'on peut traiter dans le cadre de IBM) et

coupler ce "coeur" aux degrés de liberté d'un fermion. Ces derniers peuvent être représentés par un groupe $U(2J+1)$ où J est l'orbite sur laquelle se trouve le fermion. On a alors une structure du type $U(6) \times U(2J+1)$.

3° Cluster α

Dans certains noyaux, les actinides légers en particulier (Th, Ra ...) on voit apparaître dans le spectre des bandes d'excitation $K^\pi = 0^-$ à très basse énergie (figure 17). Ces états (1^- , 3^- , ...) pourraient, bien sûr, être interprétés comme des excitations octupolaires mais certaines données expérimentales vont à l'encontre de cette hypothèse.

On a alors pensé que l'interaction proton-neutron pouvait être suffisamment importante pour qu'il se forme des paires bosons- ν *bosons- π c'est-à-dire l'équivalent de cluster α . A ces cluster on va associer les degrés de liberté d'un boson s et d'un boson p , ce dernier représentant le mouvement relatif de la particule α et du coeur. A ces bosons s et p correspond la structure du groupe $U(4)$. Ces noyaux sont alors décrits par $U(6) \times U(4)$. Une telle description permet de reproduire de manière très satisfaisante les spectres d'excitation de ces actinides légers (figure 18)

4° Coexistence de formes

Pour certains noyaux le modèle parvient à reproduire très correctement toute une partie du spectre d'excitation mais ignore totalement un certain nombre de niveaux. Ces "intruder states" sont, dans certains cas, attribués à des isomères de forme. Un second Hamiltonien, correspondant à une déformation différente, doit alors être introduit, nous examinerons en détail dans la seconde partie de ce cours le cas des isotopes du germanium qui illustrent parfaitement ce point.

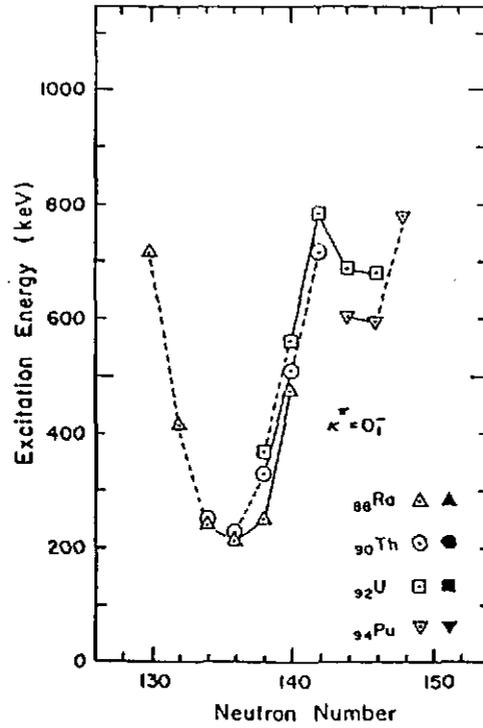


Figure 17 : Energie d'excitation de l'état 1^- dans les actinides.

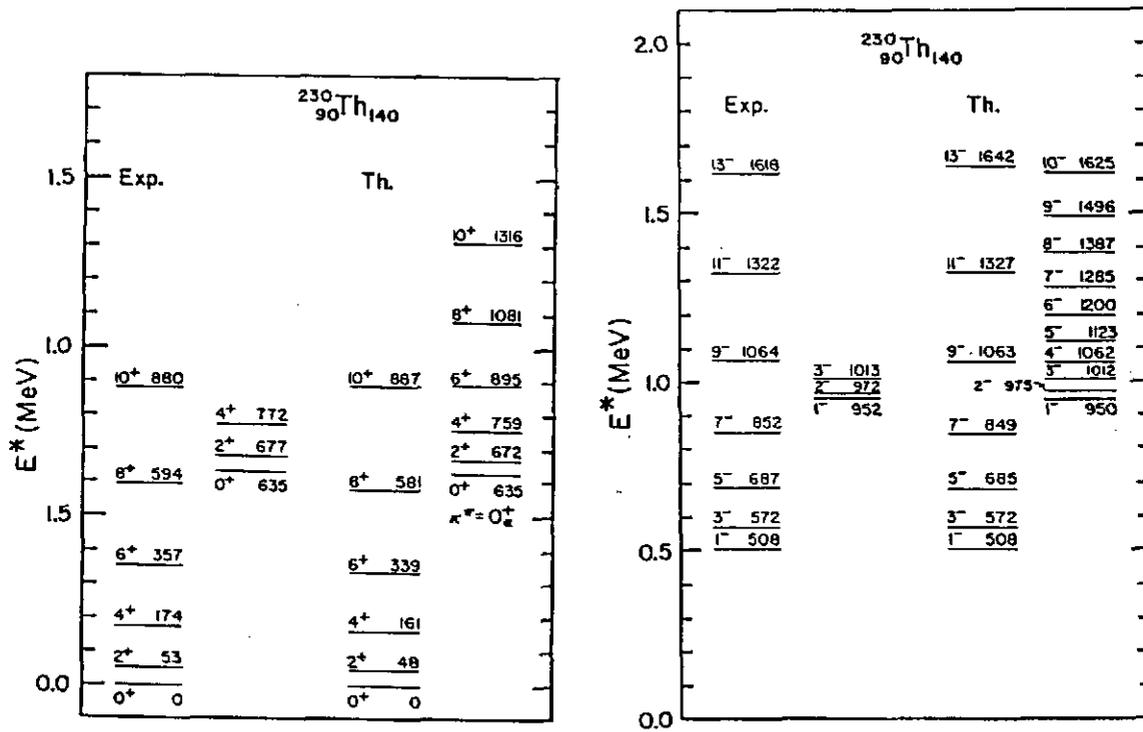


Figure 18 : Comparaison des spectres expérimentaux et théoriques dans le cas du ^{232}Th .

DEUXIEME PARTIE : EXTENSION DU MODELE AU CALCUL DES PROPRIETES
RADIALES DES FONCTIONS D'ONDES NUCLEAIRES.

1° MESURE DE DENSITES DE CHARGE DE TRANSITION : DIFFUSION D'ELECTRONS

Pour décrire parfaitement un noyau il suffirait de pouvoir donner les fonctions d'ondes Ψ_i du système dans son état fondamental et dans ses différents états excités. Ces fonctions d'ondes ne sont pas des observables par contre des quantités du type $|\langle \Psi_f | O | \Psi_i \rangle|$ sont, elles, accessibles à la mesure. Si O est un opérateur connu, ces quantités constituent une information aussi proche que possible des fonctions d'ondes nucléaires.

Si O est l'opérateur électro-magnétique on peut ainsi définir, pour un noyau donné :

- la densité de charge $\rho(r) = |\langle \Psi_0 | O | \Psi_0 \rangle|$

- les densités de charge de transition $\rho_{tr}(r) = |\langle \Psi_f | O | \Psi_i \rangle|$

Ce sont précisément les quantités que mesure la diffusion d'électrons. Dans ces expériences la sonde interagit avec le noyau par l'échange d'un photon virtuel et tout le processus peut être décrit par l'action de cet opérateur parfaitement connu.

Nous n'entrerons pas, ici, dans le détail de la diffusion d'électrons qui a été maintes fois décrite ; considérons simplement que l'expérience nous fournit une information très précise sur le comportement radial des fonctions d'ondes nucléaires sous la forme de densités de charge de transition et voyons comment le modèle des bosons en interaction peut en rendre compte.

2° INTRODUCTION DANS LE MODELE DE LA DEPENDANCE RADIALE

Jusqu'à présent il n'a jamais été question du comportement radial des fonctions d'ondes nucléaires. Dans le modèle IBM celles-ci sont en effet exprimées dans un espace de moment angulaire et il ne peut donc apparaître aucune dépendance radiale.

On peut toutefois reproduire une telle dépendance radiale en introduisant, de manière phénoménologique, un certain nombre de densités radiales de bosons.

Prenons l'exemple d'une transition quadrupolaire: l'opérateur que nous avons utilisé pour calculer les probabilités de transition réduites B(E2) s'écrit:

$$T^{(E2)} = e_{\pi} \left[(s^{\dagger}\tilde{d} + d^{\dagger}s)_{\pi}^{(2)} + \chi_{\pi}(d^{\dagger}\tilde{d})_{\pi}^{(2)} \right] + e_{\nu} \left[(s^{\dagger}\tilde{d} + d^{\dagger}s)_{\nu}^{(2)} + \chi_{\nu}(d^{\dagger}\tilde{d})_{\nu}^{(2)} \right]$$

où $e_{\pi, \nu}$ sont les charges effectives des bosons-protons et neutrons respectivement. Si maintenant on considère les deux diagrammes de couplage du photon virtuel avec un boson s ou d :

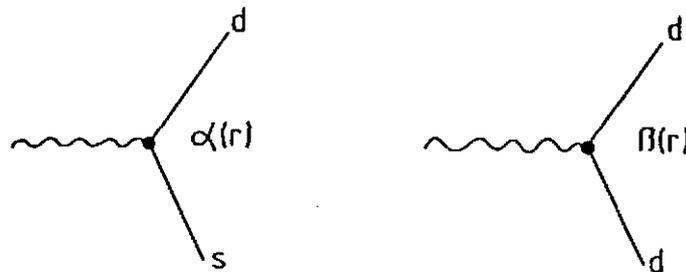


Fig. 19 : Schématisation des facteurs de forme $\alpha(r)$ et $\beta(r)$

on peut introduire les quatre fonctions de structure de bosons

$$\alpha_{\pi, \nu}(r) \text{ et } \beta_{\pi, \nu}(r)$$

et écrire un opérateur de transition quadrupolaire dépendant de r

$$T(r)^{(E2)} = e_{\pi} \left[\alpha_{\pi}(r) \cdot (s^{\dagger}\tilde{d} + d^{\dagger}s)_{\pi}^{(2)} + \chi_{\pi}\beta_{\pi}(r) \cdot (d^{\dagger}\tilde{d})_{\pi}^{(2)} \right] + e_{\nu} \left[\alpha_{\nu}(r) \cdot (s^{\dagger}\tilde{d} + d^{\dagger}s)_{\nu}^{(2)} + \chi_{\nu}\beta_{\nu}(r) \cdot (d^{\dagger}\tilde{d})_{\nu}^{(2)} \right]$$

La densité de charge de transition a alors l'expression :

$$\rho(r) = \sum_{2^+} \sum_{\rho=\pi, \nu} \langle 2^+ | e_{\rho} \left[\alpha_{\rho}(r) \cdot (s^{\dagger}\tilde{d} + d^{\dagger}s)_{\rho}^{(2)} + \chi_{\rho}\beta_{\rho}(r) \cdot (d^{\dagger}\tilde{d})_{\rho}^{(2)} \right] | 0^+ \rangle$$

$$\rho(r) = \sum_{2^+} \sum_{\rho=\pi, \nu} e_{\rho} \left[\alpha_{\rho}(r) \cdot A_{\rho} + \chi_{\rho}\beta_{\rho}(r) \cdot B_{\rho} \right]$$

avec: $A_p = \langle 2^+ | (s^\dagger \tilde{d} + d^\dagger s)_p^{(2)} | 0^+ \rangle$

et: $B_p = \langle 2^+ | (d^\dagger \tilde{d})_p^{(2)} | 0^+ \rangle$

A_p et B_p sont des éléments de matrice fixés par le choix de l'Hamiltonien. On voit qu'il suffit alors de mesurer un certain nombre de densités de charge de transition (quatre pour des états 2^+) pour déterminer ces fonctions de boson et pouvoir prédire n'importe quelle autre densité.

(E2)

Notons que l'opérateur $T(r)$ doit être choisi de telle manière que les $B(E2)$ calculés à partir de l'opérateur $T^{(E2)}$ et ceux déduits des densités de charge de transition soient les mêmes. Il faut donc :

$$\begin{aligned} \left| \langle 2^+ | T^{(E2)} | 0^+ \rangle \right|^2 &= \left| \int_0^\infty \rho(r) r^4 dr \right|^2 \\ \left| \sum_{\rho=\pi, \nu} e_\rho (A^\rho + B^\rho) \right|^2 &= \left| \sum_{\rho=\pi, \nu} e_\rho \left(A^\rho \int_0^\infty \alpha(r) r^4 dr + B^\rho \int_0^\infty \beta(r) r^4 dr \right) \right|^2 \end{aligned}$$

pour que ces deux expressions soient équivalentes il suffit d'imposer :

$$\int_0^\infty \alpha(r) r^4 dr = \int_0^\infty \beta(r) r^4 dr = 1$$

La plupart du temps il s'avère que la distinction entre densité de boson-proton et boson-neutron n'est pas nécessaire. On peut alors ne considérer que deux densités de boson:

$$\begin{aligned} \alpha(r) &= \alpha_\nu(r) = \alpha_\pi(r) \\ \text{et } \beta(r) &= \beta_\nu(r) = \beta_\pi(r) \end{aligned}$$

on a alors:

$$\rho(r) = \left[\alpha(r) \cdot (e_\pi A_\pi + e_\nu A_\nu) + \beta(r) \cdot (\chi_\pi e_\pi B_\pi + \chi_\nu e_\nu B_\nu) \right]$$

2^+

De même, si on se restreint à l'espace des bosons s et d , l'opérateur pour une transition hexadécapolaire s'écrit :

$$(E4) \quad T = e_\pi (d^\dagger \tilde{d})_\pi^{(4)} + e_\nu (d^\dagger \tilde{d})_\nu^{(4)}$$

On n'a, cette fois, que deux fonctions de structure à introduire:

$$(E4) \quad T(r) = e_\pi \gamma_\pi(r) \cdot (d^\dagger \tilde{d})_\pi^{(4)} + e_\nu \gamma_\nu(r) \cdot (d^\dagger \tilde{d})_\nu^{(4)}$$

et la densité de charge de transition s'exprime par :

$$\rho_{4^+}(r) = e_{\pi} \gamma_{\pi}(r) \cdot \left| \langle 4^+ | (d^{\dagger} \tilde{d})_{\pi}^{(4)} | 0^+ \rangle \right| + e_{\nu} \gamma_{\nu}(r) \cdot \left| \langle 4^+ | (d^{\dagger} \tilde{d})_{\nu}^{(4)} | 0^+ \rangle \right|$$

Quand on dispose d'un certain nombre de densités expérimentales on peut donc en choisir deux, extraire α et β puis calculer les autres densités et comparer. Il faut alors choisir un 2_1^+ et un 2_2^+ car les premiers 2^+ sont essentiellement sensibles à α alors que les seconds le sont également à β .

On peut également ajuster globalement α et β sur l'ensemble des données expérimentales. Le résultat est exactement le même si ce n'est que les désaccords entre modèle et expérience sont alors "moyennés".

Nous allons voir sur un certain nombre d'exemples si ces hypothèses simples sont justifiées.

3° APPLICATION AUX ISOTOPES DE L'OSMIUM ET DU PLATINE

Comme nous l'avons vu dans le premier chapitre de ce cours, le ^{196}Pt est un exemple typique de la symétrie $O(6)$ (noyau γ -instable) alors que quand on va vers les isotopes légers de l'Os les noyaux deviennent de plus en plus de type "U(3)" (rotateurs). C'est donc la transition $O(6) \rightarrow U(3)$ que nous allons tester ici. Nous avons étudié à Saclay cinq isotopes dans cette région:

$$^{188}\text{Os} \quad ^{190}\text{Os} \quad ^{192}\text{Os} \quad ^{194}\text{Pt} \quad \text{et} \quad ^{196}\text{Pt}$$

Nous avons déterminé les densités de charge ainsi que les densités de charge de transition des premiers états collectifs.

La figure 20 montre la comparaison entre cinq densités de charge de transition d'états 2_1^+ et 2_2^+ dans les isotopes de l'Osmium et du Platine avec le résultat d'un ajustement global des fonctions α et β sur les sept densités expérimentales.

On voit que l'accord est tout à fait excellent. On remarque également que les fonctions $\alpha_{\pi}(r)$ et $\alpha_{\nu}(r)$ d'une part et $\beta_{\pi}(r)$ et $\beta_{\nu}(r)$ d'autre part sont très similaires. L'approximation IBM-1 consistant à ne prendre que deux fonctions de bosons semble donc justifiée dans ce cas. La figure 21 montre le résultat de l'ajustement de ces deux fonctions sur les cinq densités de charge de transitions expérimentales; l'accord est, là encore, tout à fait acceptable.

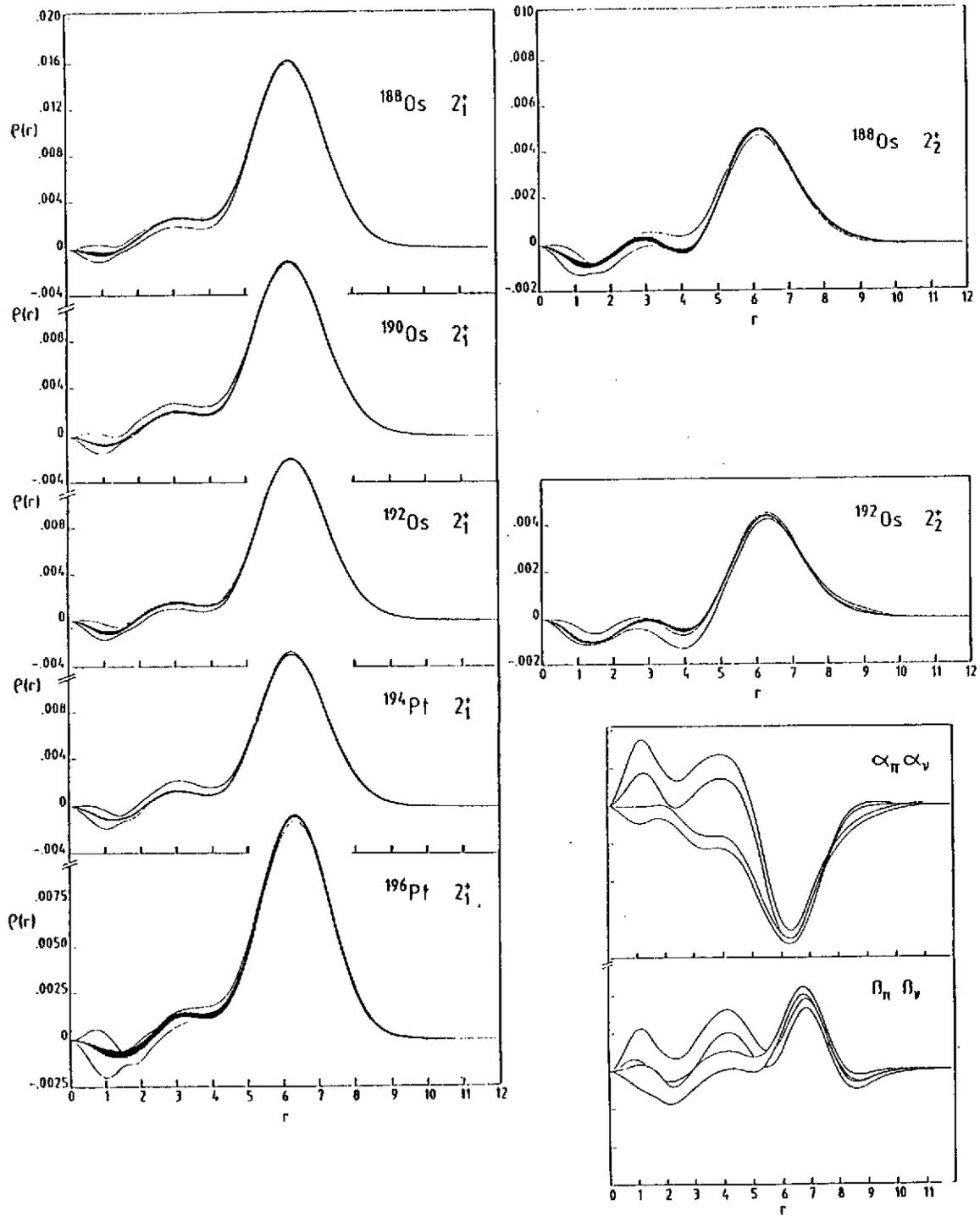


Figure 20 : Densités de transition des premiers 2⁺ calculées en IBM-2 (trait épais) comparées à l'expérience (traits fins).

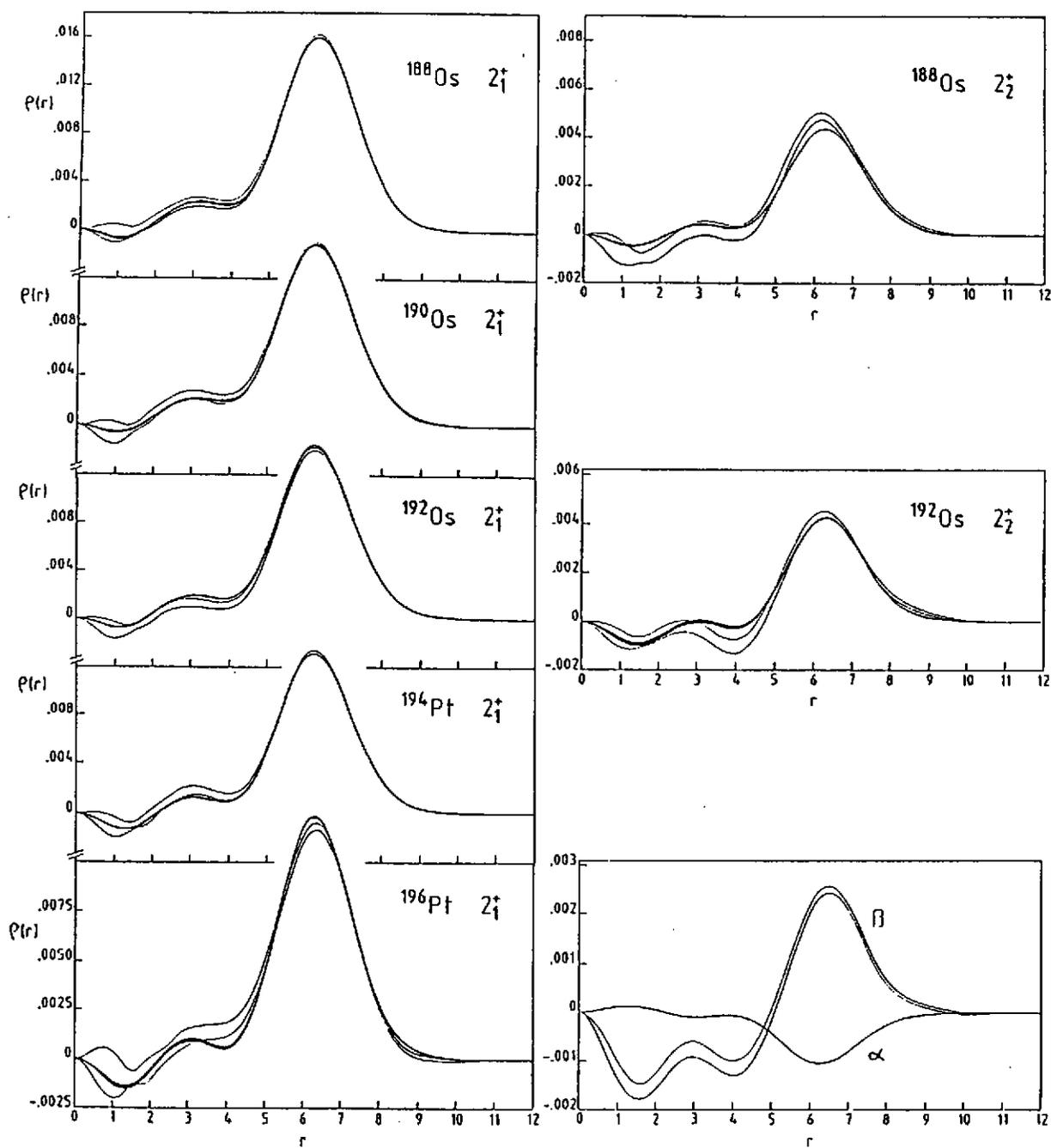


Figure 21 : Comparaison des densités de transition expérimentales (traits fins) avec un calcul IBM-1 (trait épais).

Nous avons aussi mesuré un certain nombre de transitions hétéroisomériques dans cette série de noyaux : le premier état 4^+ dans $^{188} \text{Os}$ et $^{192} \text{Os}$ et $^{194} \text{Pt}$ et $^{196} \text{Pt}$ et un second état 4^+ dans le $^{196} \text{Pt}$.

Comme nous l'avons vu, pour ces transitions le problème se pose de savoir si une base constituée des seuls bosons s et d est suffisante ou s'il faut ajouter un boson g. En IBM-2, si on se limite aux bosons s et d une densité de charge de transition s'écrira :

$$\rho_4(r) = e_\pi \gamma_\pi(r) \langle 4^+ | (d^\dagger \tilde{d})_\pi^{(4)} | 0^+ \rangle + e_\nu \gamma_\nu(r) \langle 4^+ | (d^\dagger \tilde{d})_\nu^{(4)} | 0^+ \rangle$$

ou simplement :

$$\rho_4(r) = \gamma(r) \left[e_\pi \langle 4^+ | (d^\dagger \tilde{d})_\pi^{(4)} | 0^+ \rangle + e_\nu \langle 4^+ | (d^\dagger \tilde{d})_\nu^{(4)} | 0^+ \rangle \right]$$

en IBM-1.

Ajouter un boson g reviendrait à introduire six fonctions de boson supplémentaires correspondant aux termes $(s^\dagger g + g^\dagger s)^{(4)}$, $(d^\dagger g + g^\dagger s)^{(4)}$ et $(g^\dagger g)^{(4)}$. On a, en général -et c'est le cas ici- trop peu de densités expérimentales pour extraire ces huit fonctions de boson. Nous nous contenterons donc d'essayer de reproduire nos données avec les deux fonctions $\gamma(r)$ seulement. La figure 22 montre le résultat de cet essai. On voit que, si les quatre premiers 4^+ sont bien reproduits le 4_2^+ du $^{194} \text{Pt}$ ne l'est pas du tout. En fait, le rayon de transition de ce second 4^+ est nettement plus grand que celui des premiers 4^+ et le modèle ne parvient pas à reproduire, en même temps, l'évolution de l'amplitude des premiers 4^+ et la variation du rayon de transition quand on passe au 4_2^+ . Clairement il nous faut ici un degré de liberté supplémentaire et le boson g semble être le candidat tout désigné.

Il est intéressant de noter que ces niveaux 4^+ ne nécessitent pas de boson supplémentaire tant qu'il ne s'agit que de reproduire leur énergie d'excitation (voir première partie) mais la base devient trop réduite dès que l'on s'intéresse au comportement radial des fonctions d'ondes. Cela vient du fait qu'il est toujours possible de compenser un éventuel manque dans l'énergie d'excitation dû au boson g par une sorte de renormalisation du boson d alors que cela n'est plus possible quand il s'agit de densités de boson différentes.

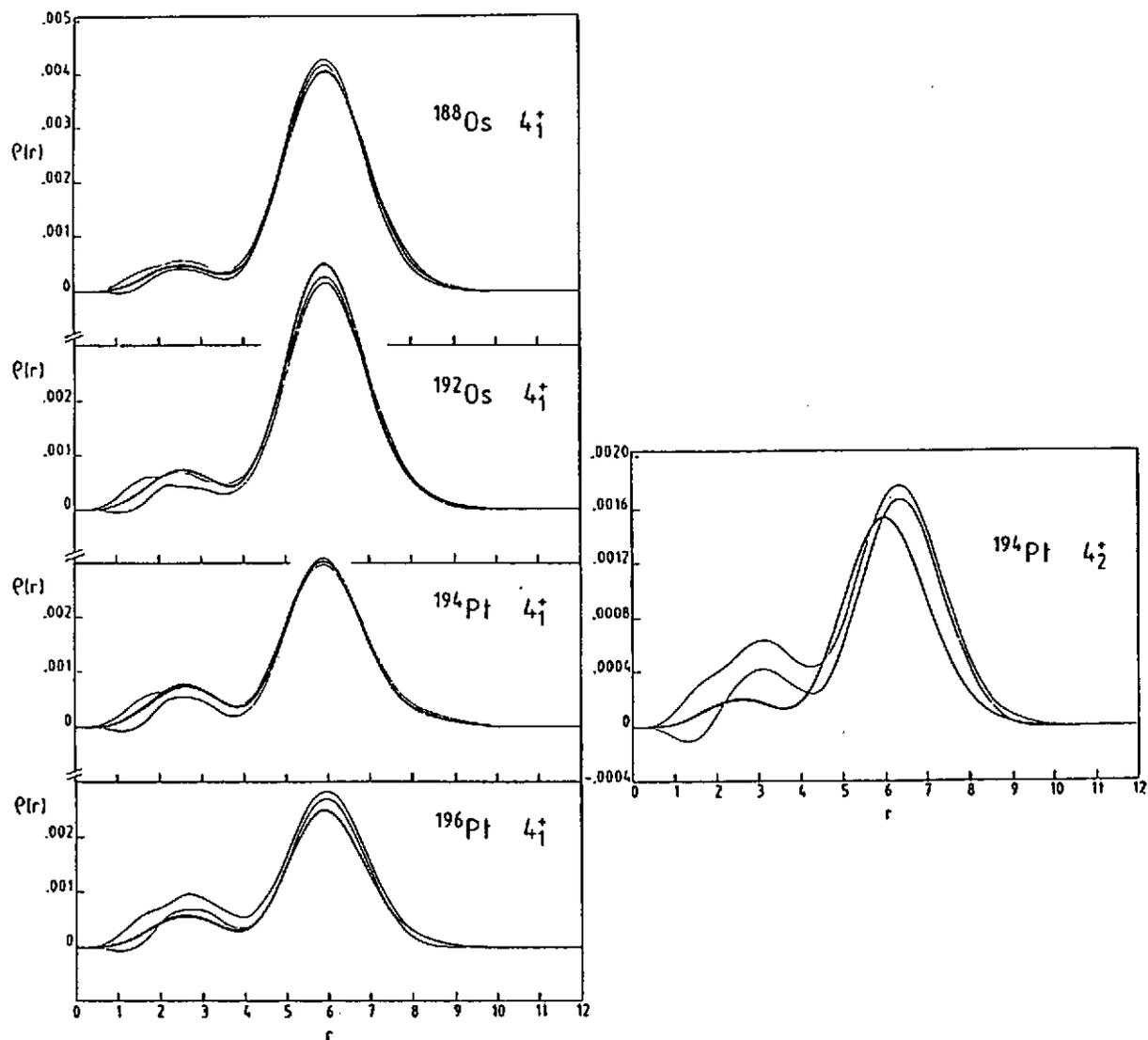


Figure 22 : Densités de charge de transition des états 4^+ calculées en IBM-2 comparés à l'expérience.

4° APPLICATION AUX ISOTOPES DU GERMANIUM

Le cas des isotopes du Germanium est très particulier. Ces noyaux ne correspondent à aucune des limites de IBM-1, de plus, A étant relativement faible ($A \approx 70$) protons et neutrons occupent la même couche principale et l'interaction entre bosons-proton et -neutron y est particulièrement importante. Expérimentalement on a pu mettre en évidence une coexistence de forme dans ces isotopes, c'est à dire que l'on peut considérer chaque isotope comme une superposition d'isomères de forme. En terme d'IBM on a pu prendre en compte cette coexistence par

une procédure de mélange de configurations mise au point par P. Duval et B. Barret. Cette méthode consiste en un traitement séparé de deux Hamiltoniens (avec des paramètres différents correspondant à une "forme" différente) ajustés chacun sur une partie du spectre puis mélangés par l'opérateur :

$$H_{M_{ix}} = \alpha (s_{\pi}^{\dagger} s_{\pi} + s_{\pi} s_{\pi}^{\dagger})^{(0)} + \beta (d_{\pi}^{\dagger} \tilde{d}_{\pi} + \tilde{d}_{\pi}^{\dagger} d_{\pi})$$

ou les " ' " correspondent aux bosons de la configuration excitée.

Isotope	ϵ (MeV)	κ (MeV)	χ_{ν}	Δ (MeV)
$^{68}\text{Ge}_{36}$	1.4 (1.0)	-0.20 (-0.25)	1.0	2.2
$^{70}\text{Ge}_{38}$	1.4 (1.4)	-0.20 (-0.23)	1.2	1.2
$^{72}\text{Ge}_{40}$	1.2 (1.2)	-0.21 (-0.23)	1.1	0.3
$^{74}\text{Ge}_{42}$	1.2 (1.0)	-0.21 (-0.25)	1.0	-1.0
$^{76}\text{Ge}_{44}$	1.2 (0.9)	-0.21 (-0.25)	1.0	-2.1

Les paramètres suivants ont été maintenus constants pour tous les isotopes :

$$\chi_{\pi} = -1.2 (-1.4) \quad \xi_1 = \xi_3 = 0.05 (0) \quad \xi_2 = 0.05 (0.1) \quad \alpha = \beta = 0.18 \text{ MeV}$$

Paramètres de l'Hamiltonien utilisés pour les isotopes du germanium.

Quand les paramètres de la seconde configuration diffèrent de ceux de la première, ils sont donnés entre parenthèses.

Aux paramètres des deux Hamiltoniens il faut maintenant ajouter δ et η apparaissant dans $H_{M_{ix}}$ et Δ , la différence d'énergie entre les deux configurations. Ce dernier paramètre doit varier linéairement avec le nombre de neutrons dans la mesure où, toutes choses restant égales par ailleurs, l'interaction neutron-proton qui est responsable de cette différence en énergie augmente avec le nombre de neutrons. On voit sur le tableau des paramètres que c'est bien le cas.

Nous avons ajusté les paramètres des deux Hamiltoniens IBM ainsi que ceux de $H_{M_{ix}}$ sur les niveaux, les probabilités de transitions réduites ainsi que les résultats des réactions de transfert (p,t) et (t,p). Les accords obtenus sont montrés sur les figures 23, 24 et 25 et les paramètres utilisés dans le tableau ci-dessus. Les résultats obtenus

sont tout à fait satisfaisants si on considère la simplicité des hypothèses faites.

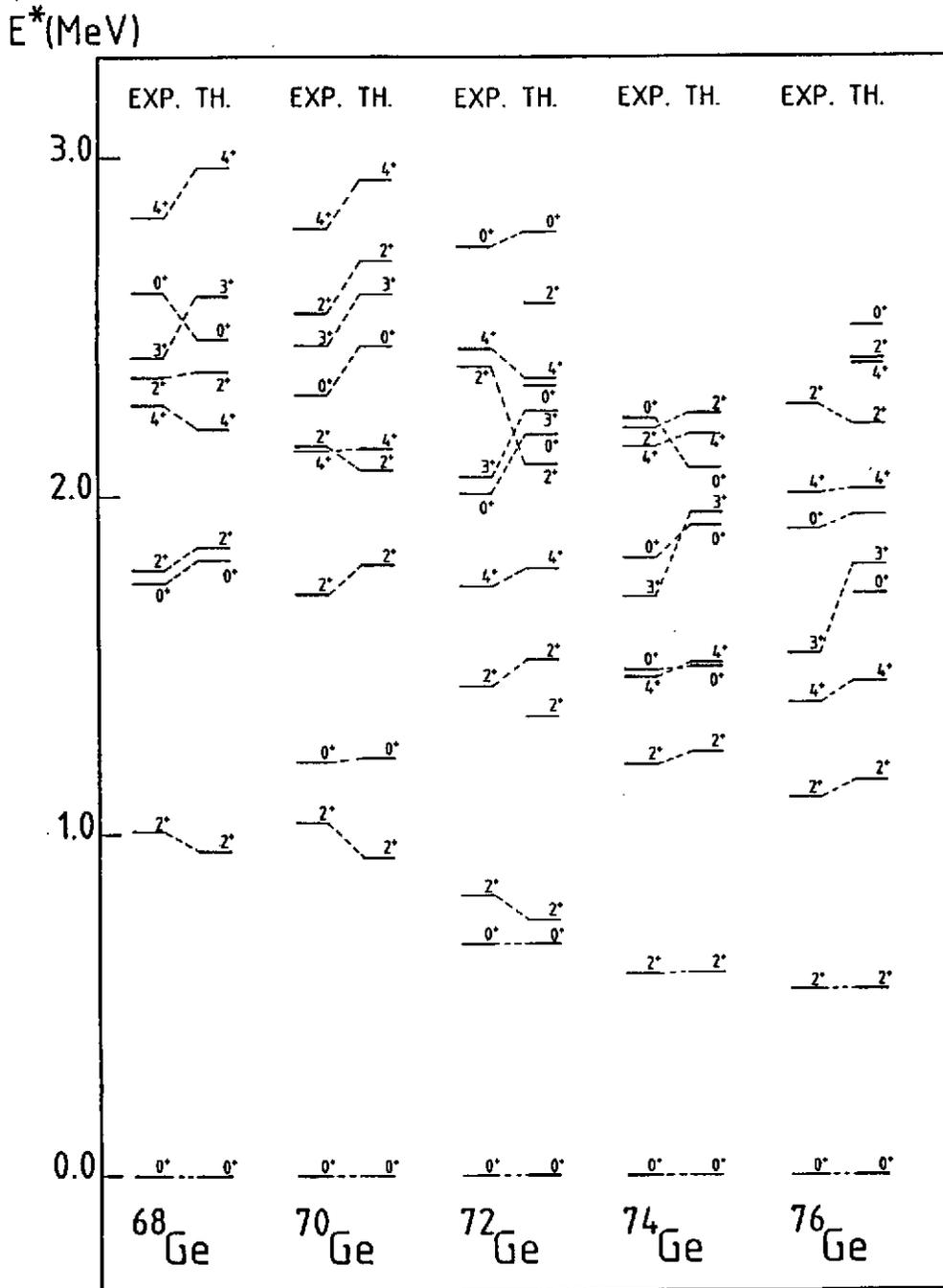


Figure 23 : Schémas de niveaux des isotopes du germanium
 Comparaison de l'expérience avec les calculs IBM-2

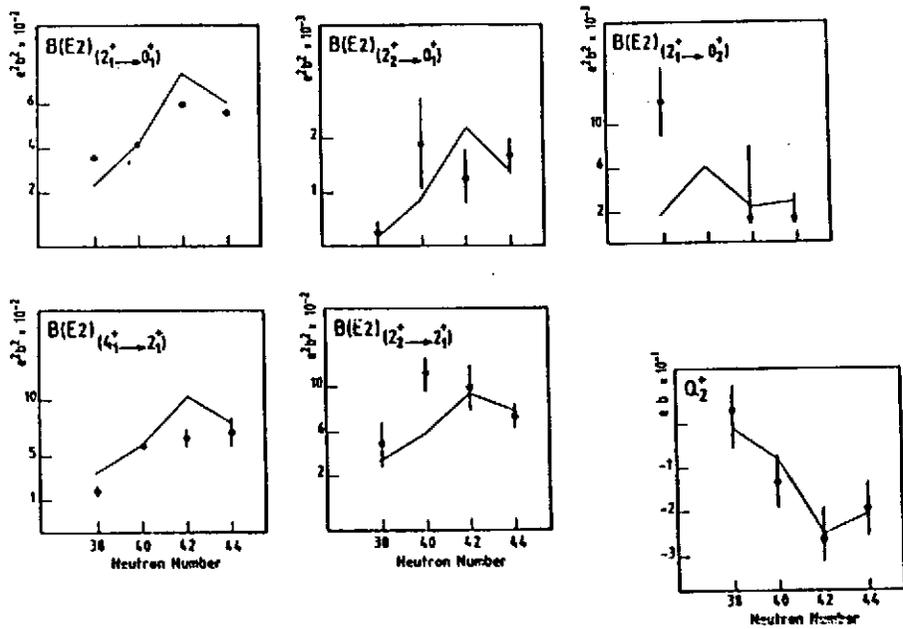


Figure 24 : Comparaison des probabilités de transition réduites expérimentales et calculées dans le formalisme IBM-2

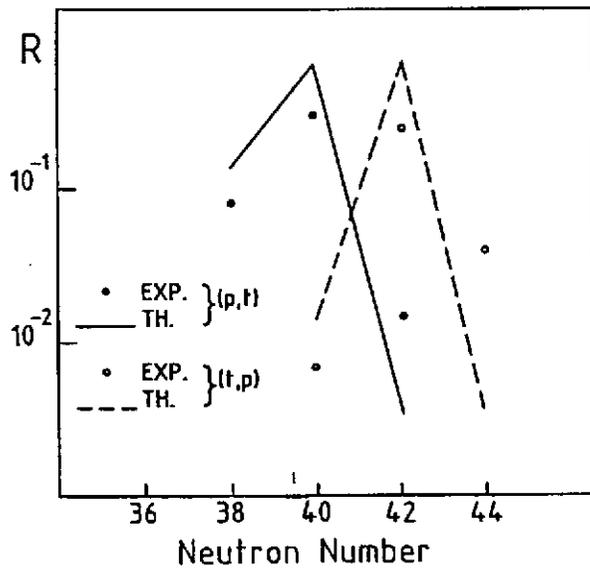


Figure 25 : Rapport $R = \sigma(0_2^+) / \sigma(0_1^+)$ mesuré par réaction de transfert (pt) et (tp) et calculé en IBM-2

Nous avons étudié à Saclay quatre isotopes du Germanium ($^{70,72,74,76}\text{Ge}$) et mesuré, en particulier, les densités de charge de transition des deux premiers états 2^+ .

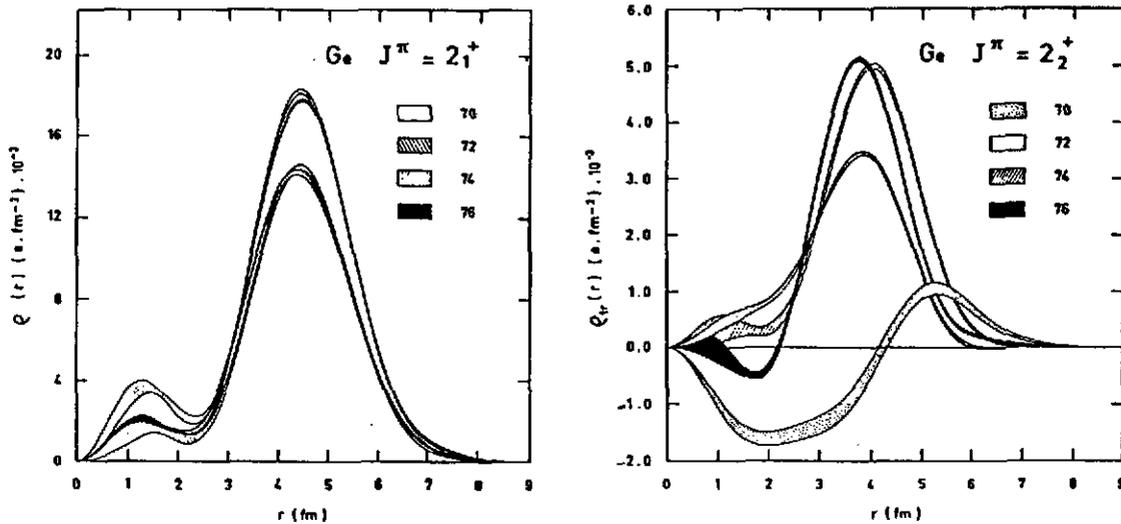


Figure 26 : Densités de charge de transition des deux premiers états 2^+ dans les isotopes du germanium

Ces densités expérimentales sont présentées figure 26. On voit que l'allure des quatre 2_1^+ est similaire. De même trois des 2_2^+ ont la forme classique de densités piquées à la surface du noyau, mais le 2_2^+ du ^{70}Ge a, lui, une forme très différente avec une importante contribution à la densité à l'intérieur du noyau. Pour tenter de reproduire ces densités de transition dans le cadre de IBM nous avons en toute rigueur huit densités de bosons à déterminer (α_π , α_ν , β_π et β_ν) pour chacune des deux configurations. Nous ne disposons que de huit densités expérimentales, il nous fallait donc faire des hypothèses supplémentaires. Nous avons choisi de considérer que les fonctions de structure associées aux bosons-protons et -neutrons avaient la même forme ; nous n'avons ainsi plus que 4 fonctions de structure à déterminer et 4 densités expérimentales supplémentaires pour tester la véracité de nos hypothèses.

Les quatre fonctions de bosons ont été ajustées sur les 2_1^+ et 2_2^+ des ^{72}Ge et ^{76}Ge et nous avons calculé les quatre autres densités. Notons bien qu'il n'y a plus de paramètre libre à ce niveau puisque les fonctions d'ondes de chacun des états (et donc les éléments de matrice A et B) sont déterminées par le choix des paramètres de l'Hamiltonien. Les quatre densités de départ sont évidemment parfaitement reproduites et la

figure 27 montre ce qu'il en est des quatre autres. L'accord entre calcul et expérience est excellent ; en particulier, le 2_2^+ du ^{70}Ge voit sa forme très "spéciale" bien reproduite par le modèle. Cela est particulièrement remarquable si on se souvient que les fonctions de bosons ont été déterminées à partir de densités toutes piquées à la surface.

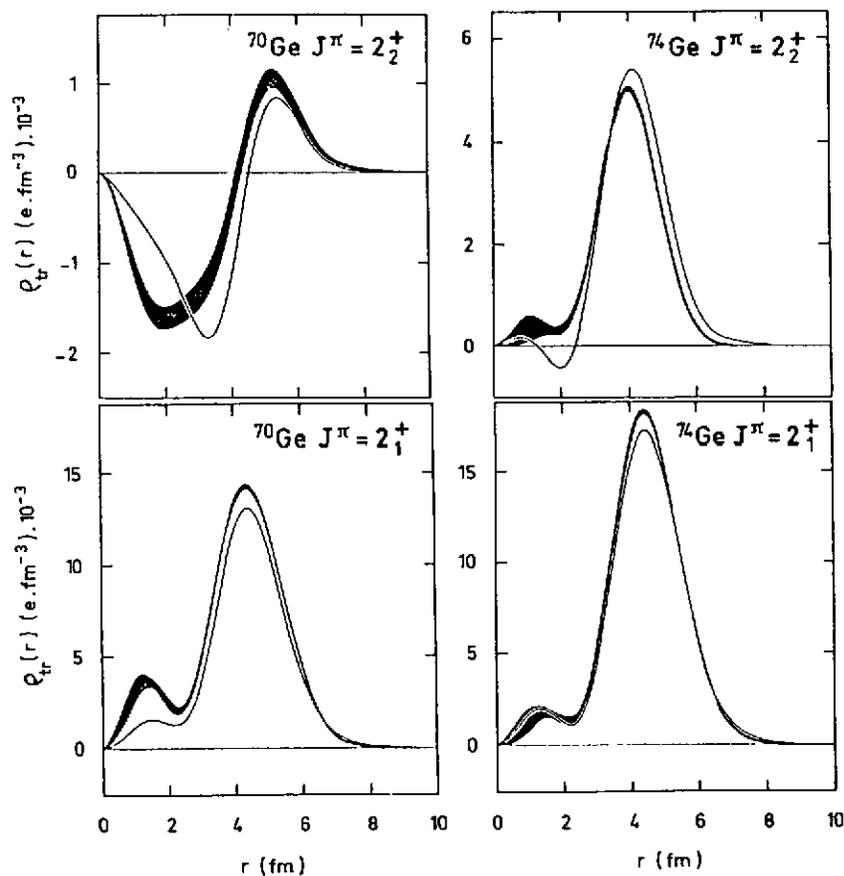


Figure 27 : Densités de charge de transition expérimentales comparées aux prévisions IBM.

La première conclusion qui s'impose est que les degrés de liberté introduits dans IBM semblent parfaitement adaptés à reproduire les effets collectifs dans les isotopes du Germanium.

Le résultat, à ce niveau est déjà assez remarquable mais il y a, à mon sens un point plus important. La question de savoir pourquoi ce second 2^+ a cette forme étrange ou plus exactement pourquoi ces seconds 2^+

présentent une telle discontinuité de forme reste entière. IBM avec la technique de mélange de configurations que nous avons utilisée ici apporte une réponse très simple : ces 2^+ ne sont pas les mêmes quand on passe du ^{70}Ge aux isotopes plus lourds. Dans ce premier isotope cet état appartient à une configuration "excitée" alors que dans les autres il appartient à la configuration "fondamentale". Le calcul montre d'ailleurs que dans le ^{72}Ge le troisième 2^+ a cette forme particulière du 2_2^+ du ^{70}Ge . Comme pour les 0^+ ces 2^+ montent en énergie quand le nombre de neutrons augmente. Il n'y a donc pas de changement brutal de forme entre les seconds 2^+ du ^{70}Ge et du ^{72}Ge , mais simplement une inversion dans l'ordre des niveaux.

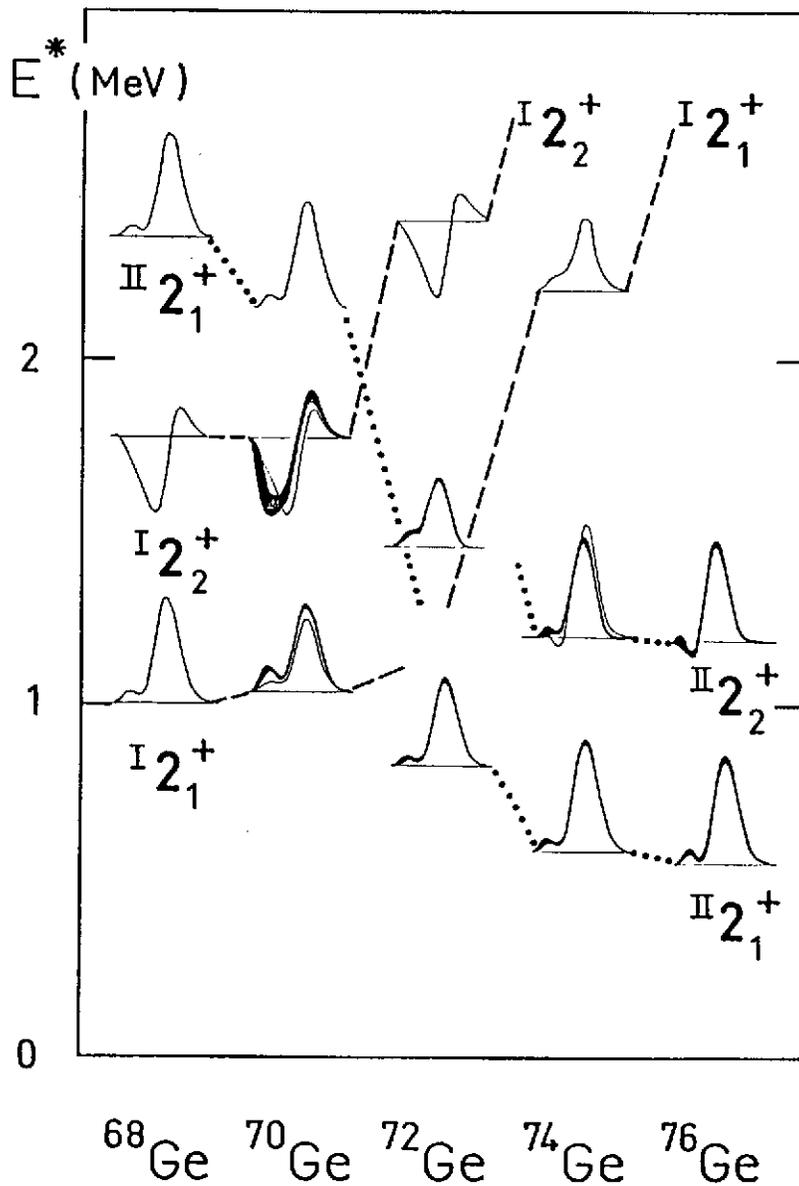


Figure 28 : Mélange de configurations illustré par l'évolution des densités de transition des états 2_1^+ et 2_2^+ . Les traits fins sont le résultat du calcul IBM et les traits épais l'expérience.

CONCLUSION

Dans la première partie de ce cours nous avons montré qu'une approche très simple, basée sur la théorie des groupes, permettait de reproduire la plupart des observables liées aux propriétés collectives dans les noyaux déformés.

Ce premier modèle (IBM-1) a immédiatement rencontré un vif succès car il a permis à tous, théoriciens comme expérimentateurs de classer, cataloguer l'énorme quantité de données disponibles dans ce domaine. Il a ainsi suscité une intense activité, ce qui n'est pas le moindre de ces mérites.

Très rapidement est apparue une extension (IBM-2) où l'on fait la distinction explicite entre les bosons-protons et les bosons-neutrons.

On a ainsi perdu une grande partie de la beauté formelle du modèle original mais cette évolution a permis, non seulement d'étendre son domaine d'application mais aussi, et peut être surtout de créer un lien entre les modèles collectifs et la notion de particule indépendante.

Ces deux modèles permettent, avec une grande économie de paramètres, de reproduire une quantité impressionnante de données caractérisant les noyaux déformés. Leurs spectres d'excitations, bien sûr, mais également les probabilités de transition réduites, les moments quadripolaires, les résultats d'expériences de transfert de deux nucléons etc...

Cette approche de la dynamique des noyaux par la théorie des groupes a également constitué un cadre qui permet de traiter très simplement divers cas particuliers comme celui des actinides légers par exemple. Elle offre aussi la possibilité d'extensions variées dont la plus importante d'entre elles : le traitement des noyaux pair-impair. Cette extension particulière connue sous le nom d'IBFM ainsi que le traitement sur un pied d'égalité des degrés de liberté fermioniques et bosoniques (super symétries) fait l'objet du cours de M. Vergnes.

Parmi les nombreux domaines vers lesquels le modèle a été étendu nous en avons examiné un en particulier, celui de l'introduction d'une

extension radiale des fonctions d'onde nucléaires par le biais de densités phénoménologiques de bosons. Nous avons montré que celles-ci peuvent être déduites de l'expérience puis utilisées pour prédire n'importe quelle densité de charge de transition dans les isotopes considérés. Dans le cas particulier des germaniums cette approche est la seule, pour l'instant, qui ait permis de donner une interprétation simple du comportement étrange de certains états.

Cet exemple me semble être parfaitement significatif de ce qu'est ce modèle : un outil puissant pour la compréhension des phénomènes complexes liés aux degrés de liberté collectifs des noyaux déformés.

BIBLIOGRAPHIE

Cette bibliographie est volontairement très succincte. Pour une étude plus détaillée on se reportera aux références mentionnées dans les articles de revue cités ici.

REPERES HISTORIQUES

- * premier article citant le terme d'IBM :
H. Feshbach and F. Iachello, Phys. Lett. 45B(1973)7.
- * IBM avec seulement un boson d :
F. Iachello and A. Arima, Phys. Lett. 53B(1974)309.
- * introduction du boson s :
A. Arima and F. Iachello, Phys. Rev. Lett. 35(1975)1069
Ann. Phys. (NY) 99(1976)253
111(1978)201
123(1979)468

ARTICLES DE REVUE

- * VERS UNE DESCRIPTION UNIFIEE DE LA STRUCTURE NUCLEAIRE :
MODELES IBM IBFM ET SUPERSYMETRIES
par M. Vergnes et F. Iachello, Annales de PHYSIQUE, MASSON 1983
- * THE INTERACTING BOSON MODEL FOR PEDESTRIANS par P. Duval
Cours donné en novembre 1982 au DPh.N.HE du CEN SACLAY.

Proceedings des Ecoles d'ERICE

- * INTERACTING BOSONS IN NUCLEAR PHYSICS
Edited by F.Iachello, Plenum Press, New York (1979)
- * INTERACTING BOSE-FERMI SYSTEMS IN NUCLEI
Edited by F.Iachello, Plenum Press, New York (1981)

ALPHA-CLUSTER

- * F.Iachello and A.D. Jackson, Phys. Lett. 105B(1982)151
- * H. J. Daley and F. Iachello, Phys. Lett. 131B(1983)281

IBM ET MELANGE DE CONFIGURATIONS

- * P.D. Duval and B.R. Barret, Phys. Lett. 100B(1981)223
- * P.D. Duval, D. Goutte and M. Vergnes, Phys. Lett. 124B(1983)297
- * J-P. Bazantay, Thèse de troisième cycle, Orsay 1984

DIFFUSION D'ELECTRONS

Expériences

- Thèses d'Etat : Ph. Leconte Orsay 1976
- J-M. Cavedon Orsay 1980
- D. Goutte Orsay 1984

IBM

- * A.E.L. Diepering et al., Phys. Lett. 76B(1978)135
- * F. Iachello, Nucl. Phys. A358(1981)89c
- * M.A. Moinester et al.; Nucl.Phys. A383(1982)264
- * INTERACTING BOSON-BOSON AND BOSON-FERMION SYSTEMS
Gull Lake 1984
Edited by O. Scholten, World Scientific 1984

**DESCRIPTION DES NOYAUX A IMPAIR
EN TERMES DE BOSONS ET DE FERMIONS EN INTERACTION**

M. VERGNES

Institut de Physique Nucléaire d'Orsay

* * *

Résumé

Les noyaux de A impair sont décrits dans le modèle IBFM comme constitués d'un coeur pair-pair (décrit par le modèle des bosons en interaction) et d'un certain nombre de fermions. Dans le cas général, l'Hamiltonien est diagonalisé numériquement après un certain nombre d'approximations. Les résultats d'un calcul typique sont comparés à l'expérience.

Dans certains cas particuliers, il est possible d'obtenir des expressions analytiques pour les quantités mesurables expérimentalement. Ces cas limites sont les symétries de Bose-Fermi pour les noyaux de A impair et les supersymétries, qui décrivent à la fois les noyaux pair-pair et de A impair. Les modèles de symétrie Bose-Fermi Spin (6) et de supersymétrie U(6/4) sont décrits en détails et comparés à l'expérience. Les modèles plus récents de supersymétries "multi-j" U(6/12), l'extension de la supersymétrie aux noyaux impair-impairs et la supersymétrie généralisée sont seulement effleurés.

Abstract

The odd-A nuclei are considered in the IBFM model to consist of an even-even core (described by the interacting boson model) and of a few fermions. In the general case the Hamiltonian is numerically diagonalized after a number of approximations. The results of a typical calculation are compared to experiment.

In special cases it is possible to obtain analytical expressions for experimentally measurable quantities. These limiting cases are the Bose-Fermi symmetries for odd-A nuclei and the supersymmetries describing simultaneously both even-even and odd-A nuclei. The Bose-Fermi Spin (6) and the U(6/4) supersymmetry models are described in details and compared to experiments. The more recent "multi-j" U(6/12) supersymmetry models, the extension of supersymmetry to the odd-odd nuclei and the generalized supersymmetry, are only briefly discussed.

* * *

I - INTRODUCTION

I.A Généralités

On peut dire que le trait le plus caractéristique des modèles basés sur la notion de bosons en interaction, est l'existence de symétries dynamiques, mises en évidence dans le cadre de la théorie des groupes.

Dominique Goutte a traité les noyaux pair-pairs, décrits¹ dans le modèle IBM comme constitués de bosons s et d (... g). Il a expliqué ce que sont les symétries dynamiques en physique nucléaire et montré en particulier, dans le cadre du modèle IBM.1, celles provenant de la décomposition en chaînes de sous-groupes du groupe U(6) des bosons s et d. Ce sont les symétries U(5), SU(3) et O(6), dont les analogues géométriques les plus proches sont respectivement le vibreur anharmonique, le rotor axial et le vibreur γ -instable de Wilets et Jean. Une quatrième symétrie a été mise en évidence plus récemment dans le cadre du modèle IBM.2, la symétrie SU*(3), correspondant à l'image géométrique d'un rotor triaxial. Toutes ces symétries sont des symétries de bosons.

D'autres symétries dynamiques avaient été préalablement mises en évidence et utilisées en physique nucléaire et en physique des particules. Nous citerons la description de l'atome d'hydrogène voici plus de 50 ans par Pauli et Fock en utilisant le groupe O(4), les supermultiplets de Wigner² et la symétrie SU(3) de Gell-Mann et Ne'eman³, appliquée d'abord à l'octet des hadrons.

Ce qu'il faut bien retenir dans tous les cas c'est que, quand un système complexe présente une symétrie dynamique, il est possible d'écrire de façon analytique et compacte les grandeurs mesurables et souvent de mieux comprendre la physique sous-jacente.

Les symétries discutées ou rappelées ci-dessus s'appliquent séparément soit à un système de bosons, soit à un système de fermions et les groupes correspondants sont les groupes de Lie normaux (développés voici environ 80 ans). Les noyaux de A impair, sujet essentiel de cet exposé, seront considérés comme constitués à la fois de bosons[†] et de fermions. Il peut donc être utile de faire d'abord quelques brefs rappels sur les bosons et les fermions et un très rapide survol de ce qu'on appelle supersymétrie en physique des particules.

I.B Rappels

I.B.1 Particules identiques et symétrisation

Il a été nécessaire, pour lever des ambiguïtés dans le cas de systèmes de n particules identiques, d'introduire dans la mécanique quantique un postulat de symétrisation⁴ :

Si un système contient n particules identiques, ses états dynamiques, par rapport aux permutations de ces n particules, sont

- . ou bien tous symétriques : les particules sont des "bosons"
- . ou bien tous antisymétriques : les particules sont des "fermions".

[†] Bien entendu, d'un point de vue microscopique, les bosons du modèle IBM sont considérés comme des paires corrélées de fermions. Dans le cadre de plusieurs des modèles décrits ici, ce sont toutefois des particules sans structure.

L'expérience montre que

- les particules de spin demi-entier (électrons, nucléons, quarks,...) sont des fermions. Ces particules sont les constituants de base de la matière.
- les particules de spin entier (photons, gluons, mésons...) sont des bosons. Ces particules sont celles qui, par leur échange, transmettent les forces.

Un gaz (grand nombre de particules avec de très faibles interactions) de bosons obéit à la statistique de Bose-Einstein, un gaz de fermions à celle de Fermi-Dirac. Deux fermions ne peuvent occuper le même état quantique individuel : principe d'exclusion de Pauli^{††}.

I.B.2 Statistique des noyaux d'atomes

- . Si le nombre de nucléons est pair : statistique de Bose-Einstein
- . Si le nombre de nucléons est impair : statistique de Fermi-Dirac.

On peut citer un exemple très frappant de cette différence de statistique, dans un cas où l'aspect nucléaire pourrait sembler peu important. Aux très basses températures ³He et ⁴He liquides se comportent de façon fondamentalement différente. En dessous de 2.2° K (point λ), ⁴He -bosonique- montre des propriétés remarquables dues au phénomène de superfluidité. Ce phénomène est considéré comme lié à la condensation, à très basse température, de tous les noyaux dans l'état quantique le plus bas (condensation de Bose-Einstein). Un tel phénomène est interdit pour ³He -fermionique- à cause du principe de Pauli... en effet, ³He ne présente ni point λ, ni superfluidité.

I.B.3 La supersymétrie des particules élémentaires⁵

Cette théorie postule que pour chaque particule ordinaire (celles dont il vient d'être question) il existe un partenaire identique en tout (nombres quantiques, masse), sauf en ce qui concerne le spin qui diffère de 1/2 (ħ).

Particule ordinaire	Spin	Partenaire	Spin
fermion	1/2	→ boson	0
boson	0, 1, 2	→ fermion	1/2, 1/2, 3/2

†† On peut dire⁵ d'une certaine façon que les fermions sont des êtres "antisociaux" qui tendent à occuper des états quantiques différents. A l'opposé, les bosons sont "grégaire" et tendent à se grouper sur les mêmes états quantiques.

Les partenaires des particules ordinaires sont activement recherchées au moyen d'accélérateurs géants : les collisionneurs d'électrons ou de hadrons... jusqu'ici sans succès. Il est cependant clair que la supersymétrie, si elle existe, doit être brisée, c'est à dire par exemple que la masse du partenaire de l'électron ne peut être identique à celle de l'électron : elle doit être beaucoup plus grande (on observerait sinon des atomes très curieux car -les bosons ne respectant pas le principe de Pauli- la classification périodique serait bouleversée).

La supersymétrie diffère de toutes les théories plus anciennes en ce qu'elle relie deux classes fondamentalement différentes de particules : les fermions et les bosons. Les groupes correspondants (développés à partir de 1970) sont appelés groupes de Lie "gradés" ou supergroupes.

II - LES NOYAUX DE A IMPAIR ET LE MODELE IBFM ^{1,6,7}

Un noyau de A impair peut être considéré comme constitué de bosons et d'un certain nombre de fermions non appariés en bosons.

Les degrés de liberté des bosons sont décrits par un Hamiltonien H_B (ici celui de IBM.1) qui s'écrit en fonction des générateurs $B_{\alpha\beta} = b_{\alpha}^{\dagger} b_{\beta}$ du groupe $U^B(6)$ (b^{\dagger} étant l'opérateur de création, b l'opérateur de destruction d'un boson) sous la forme :

$$H_B = E_0 + \sum_{\alpha\beta} \epsilon_{\alpha\beta} B_{\alpha\beta} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha\beta\gamma\delta} u_{\alpha\beta\gamma\delta} B_{\alpha\beta} B_{\gamma\delta} \quad (1)$$

où les termes ont été inclus jusqu'aux interactions à 2 corps (comprises).

Les états de bosons sont construits par applications répétées des opérateurs b_{α}^{\dagger} sur le vide (b_{α}^{\dagger} représente s^{\dagger} ou d^{\dagger}) :

$$\mathcal{B} : b_{\alpha}^{\dagger} \dots | 0 \rangle \quad (2)$$

Ces états forment des représentations totalement symétriques du groupe $U^B(6)$; ils sont caractérisés par le nombre N de bosons.

Les degrés de liberté purement fermioniques sont décrits par un Hamiltonien H_F ; la dégénérescence de l'espace des fermions est $\Omega = \sum (2j + 1)$, la somme s'étendant aux orbites permises aux fermions. Soit a_j^{\dagger} et a_j les opérateurs de création et d'annihilation d'un fermion sur l'orbite j, les produits $A_{ij} = a_i^{\dagger} a_j$ sont les générateurs* du groupe $U^F(\Omega)$ décrivant les fermions. On peut alors écrire H_F sous la forme :

$$H_F = \epsilon_0 + \sum_j \eta_j A_{jj} + \frac{1}{2} \sum_{ijkl} v_{ijkl} A_{ij} A_{kl} \quad (3)$$

* On utilise souvent d'autres générateurs, couplés à un bon moment angulaire λ , projection μ (notation de Racah) :

. pour les bosons, les générateurs $B_{\mu}^{(\lambda)}$ (36 générateurs) du groupe $U^B(6)$ s'écrivent :
 $B_{\mu}^{(\lambda)}(\ell, \ell') = (b_{\ell}^{\dagger} \times b_{\ell'})_{\mu}^{(\lambda)}$; $\lambda = 0, \dots, 4$

ℓ et ℓ' étant les moments angulaires (0 ou 2) des bosons.

. pour les fermions, les générateurs $A_{\mu}^{(\lambda)}$ (Ω^2 générateurs) du groupe $U^F(\Omega)$ s'écrivent :

$A_{\mu}^{(\lambda)}(j, j') = (a_j^{\dagger} \times a_{j'})_{\mu}^{(\lambda)}$.

Si on ne considère qu'un seul fermion, le dernier terme (à 2 corps) disparaît ; η_j est l'énergie du fermion sur l'orbite j . Les états du noyau de A impair peuvent être construits par applications répétées des opérateurs b_α^\dagger et a_j^\dagger sur le vide :

$$\mathcal{BF} : a_j^\dagger \dots b_\alpha^\dagger \dots | 0 \rangle \quad (4)$$

Ces états forment des représentations du groupe produit $U^B(6) \otimes U^F(\Omega)$. Nous reviendrons plus loin sur ce groupe dont on peut dire, de façon un peu plus imprécise, qu'il "décrit" la structure de groupe de l'Hamiltonien $H_0 = H_B + H_F$.

Si il n'y avait aucune interaction entre les bosons et les fermions, l'Hamiltonien du système serait simplement H_0 . En fait, il y a une interaction V_{BF} entre bosons et fermions et :

$$H = H_B + H_F + V_{BF} \quad (5)$$

L'interaction résiduelle V_{BF} s'écrit elle aussi, de façon très générale, en fonction des générateurs des groupes $U^B(6)$ et $U^F(\Omega)$:

$$V_{BF} = \sum_{\alpha\beta ij} W_{\alpha\beta ij} B_{\alpha\beta} A_{ij} \quad (6)$$

A partir de ce point, il y a deux voies -à première vue très différentes- pour obtenir des résultats numériques. De façon humoristique et schématique elles peuvent être décrites comme :

- la voie de l'ordinateur
- la voie des groupes.

Nous allons parcourir très superficiellement la première, avec quelques exemples, pour nous étendre davantage ensuite sur la seconde.

Dans la réalité, les deux voies utilisent plus ou moins l'ordinateur et se révèlent en pratique plus complémentaires que concurrentes. La première est compliquée et peu transparente, mais peut, moyennant de nombreuses approximations, être utilisée dans le cas général. La seconde est simple et élégante mais ne peut s'appliquer -jusqu'à présent- qu'à des cas très particuliers. Ces deux voies sont tout à fait analogues à celles¹ du modèle IBM.1 : les calculs IBM.1 sur ordinateur et les trois limites du modèle.

III - CALCULS IBFM SUR ORDINATEUR⁷

III.A Les méthodes

La difficulté est d'abord de calculer l'interaction V_{BF} . Très schématiquement nous dirons seulement pour une certaine compréhension intuitive de la physique sous-jacente qu'elle apparaît comme essentiellement due -au niveau microscopique- à une forte interaction quadrupole-quadrupole entre neutrons et protons. Elle a pu être dérivée de façon microscopique, à partir des interactions entre fermions dans le modèle des couches, en utilisant des procédures de "mapping" entre espace de fermions et espace de bosons et en faisant un certain nombre d'approximations. Bref, O. Scholten⁷ donne le résultat suivant :

$$\left. \begin{aligned} V_{BF} = & \sum_j A_j (d^\dagger \times \tilde{d})^{(0)} (a_j^\dagger \times \tilde{a}_j)^{(0)} + \sum_{jj'} \Gamma_{jj'} [Q^{(2)} \times (a_j^\dagger \times \tilde{a}_j)^{(2)}]_0^{(0)} \\ & + \sum_{jj'j''} \Lambda^{jj''} : [(d^\dagger \times \tilde{a}_j)^{(j'')} \times (a_j^\dagger \times \tilde{d})^{(j'')}]_0^{(0)} : , \end{aligned} \right\} (7)$$

où A_j , Γ_{jj} , et $\Lambda_{jj}^{j''}$, sont des paramètres (matrices de paramètres).

$$Q^{(2)} = (s^\dagger \times \tilde{d} + d^\dagger \times s)^{(2)} + \chi(d^\dagger \times \tilde{d})^{(2)},$$

$$\tilde{d}_m = (-1)^m d_m, \quad \tilde{a}_{jm} = (-1)^{j-m} a_{j-m}.$$

Le premier terme est une interaction dite "monopolaire", peu importante, le second est une interaction quadrupolaire, le troisième un terme d'échange. Ce dernier est étroitement relié au principe de Pauli et provient du fait que les bosons sont eux-mêmes composés de fermions qui peuvent occuper les mêmes orbites que le (ou les) fermion(s) considéré(s) de façon individuelle.

Il est évident en regardant la formule (7) que le nombre des paramètres est beaucoup trop considérable pour une utilisation pratique. Des calculs microscopiques permettent toutefois de déterminer la dépendance en j , j' , j'' moyennant, ici encore, un certain nombre d'approximations⁷ :

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_{jj} &= \Gamma_0(u_j u_{j'} - v_j v_{j'}) Q_{jj}, \\ \Lambda_{jj}^{j''} &= -2\sqrt{5} \Lambda_D \beta_{jj''} \beta_{j''j} / \sqrt{2j''+1} \\ \beta_{jj'} &= (u_j v_{j'} + v_j u_{j'}) Q_{jj'}, \\ u_j^2 &= 1 - v_j^2. \end{aligned} \right\} (8)$$

v_j^2 étant la probabilité d'occupation de l'orbite j du modèle des couches et Q_{jj} , les éléments de matrice à une particule de l'opérateur quadrupolaire. Ces formules se simplifient encore si une seule orbite j est considérée, ou plusieurs mais ayant des occupations identiques.

Nous donnerons seulement un exemple de calculs effectués dans ce cadre. Ils utilisent le programme ODDA écrit par O. Scholten.

III.B Niveaux des isotopes de Eu⁷

Les noyaux d'Eu sont décrits comme un proton couplé aux coeurs bosoniques des Sm. Les paramètres des coeurs sont tirés de calculs déjà publiés pour les Sm. Le comportement en fonction du nombre de neutrons des niveaux théoriques de parité positive, obtenus en considérant les deux orbites $d_{5/2}$ et $g_{7/2}$ (qui, proches, sont supposées avoir des occupations identiques) est comparé dans la Figure 1 au comportement observé expérimentalement.

Il faut remarquer que les Eu, comme les Sm, traversent une transition de forme sphérique → déformé bien connue quand le nombre de neutrons passe de 88 à 90. Cette transition est bien reproduite par les calculs sur ordinateur.

Bien entendu, les comparaisons d'énergies de niveaux ne constituent que l'un des tests des modèles. D'autres tests importants concernent les probabilités des transitions électromagnétiques, $B(E2)$ et $B(M1)$ en particulier, et les probabilités des réactions de transfert de 1 et 2 nucléons. Pour alléger l'exposé, les expressions⁷ de tous les opérateurs correspondants, qui sont généralement obtenues par une procédure de "mapping", ne seront pas données ici. D. Goutte a indiqué la forme de $T(E2)$ pour le modèle des bosons en interaction ; dans le cadre de IBFM on peut écrire :

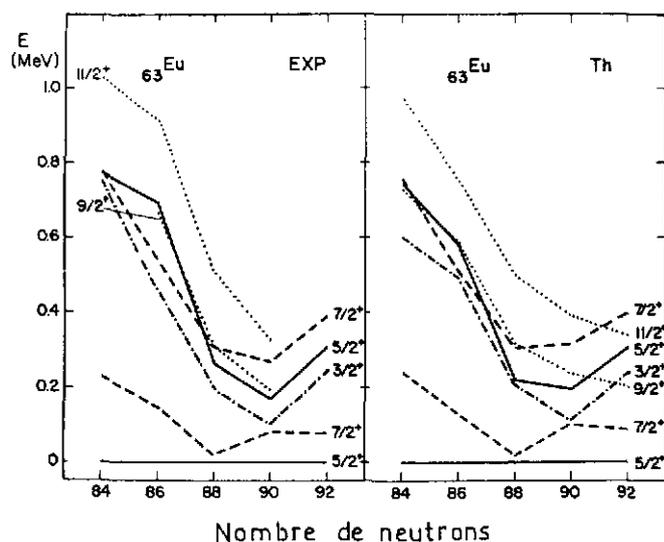


Figure 1 : Comparaison des énergies expérimentales et théoriques (IBFM) pour les niveaux de parité positive des Eu dans la zone de transition au voisinage de 88-90 neutrons.

$$\begin{aligned}
 T(E2) &= e_B Q_B^{(2)} + e_F Q_F^{(2)}, \\
 \text{avec} \quad Q_B^{(2)} &= (s^\dagger \times \tilde{d} + d^\dagger \times s)^{(2)} + \chi (d^\dagger \times \tilde{d})^{(2)}, \\
 \text{et} \quad Q_F^{(2)} &= \sum_{jj'} Q_{jj'} (a_j^\dagger \times a_{j'})^{(2)}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} T(E2) \\ Q_B^{(2)} \\ Q_F^{(2)} \end{aligned}} \right\} (9)$$

Avec une charge effective e_B tirée de l'étude des Sm et en prenant $e_F = e_B$ (des arguments microscopiques montrent que $e_F \approx e_B$), on obtient pour les transitions entre niveaux de parité positive dans ^{153}Eu les valeurs indiquées dans le Tableau I (tirées et adaptées de la Réf. 7).

En utilisant des opérateurs de transfert d'un nucléon assez compliqués⁷, mais dont les paramètres sont les mêmes que ceux de l'Hamiltonien donc déjà fixés, les facteurs spectroscopiques S pour les réactions $\text{Sm}(^3\text{He},d)\text{Eu}$ ont pu être calculés. Les résultats pour les transferts d 5/2 sont montrés dans la Figure 2.

Tableau I - Comparaison des valeurs expérimentales et théoriques des B(E2), en e²b², pour un certain nombre de transitions dans ¹⁵³Eu.

Transition	B(E2) exp. (moyenne)	B(E2) IBFM	
$7/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$	1,62	1,12	} fortes
$9/2_1^+ \rightarrow 7/2_1^+$	0,87	0,92	
$9/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$	0,45	0,33	
$5/2_2^+ \rightarrow 3/2_1^+$	0,75	1,07	} faibles
$3/2_1^+ \rightarrow 5/2_1^+$	0,007	0,06	
$3/2_1^+ \rightarrow 7/2_1^+$	0,007	0,076	
$5/2_2^+ \rightarrow 7/2_1^+$	0,0095	0,0014	

L'accord avec l'expérience est assez bon ; en particulier la force négligeable du transfert vers le niveau fondamental pour ¹⁵³Eu et ¹⁵⁵Eu est bien reproduite. Pour ¹⁵⁵Eu la force est cependant prédite trop haut en énergie et trop divisée.

De nombreux calculs de ce type voient le jour actuellement et une extension, IBFM-2, où on distingue comme dans IBM-2 des bosons de protons et des bosons de neutrons, est de plus en plus utilisée. Nous avons essayé de montrer les potentialités de ces calculs... il est clair qu'il y a aussi des problèmes, en particulier en ce qui concerne les réactions de transfert¹.

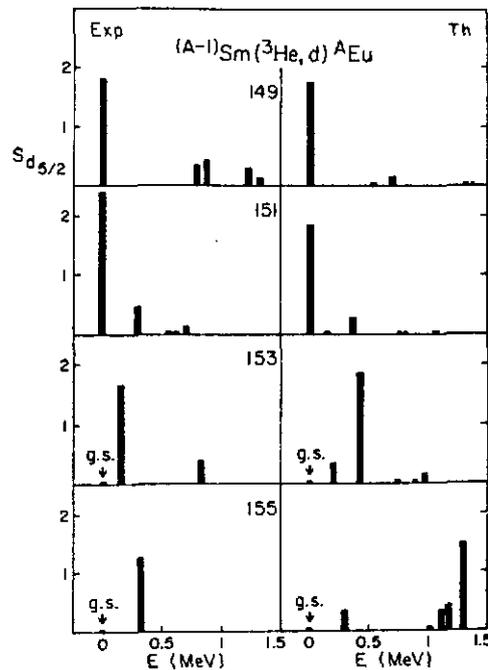


Figure 2 : Comparaison des valeurs, expérimentales et calculées dans le cadre du modèle IBFM, des facteurs spectroscopiques $S_{d_{5/2}}$ pour les réactions $\text{Sm}(^3\text{He},d)\text{Eu}$.

IV - LA VOIE DES GROUPES

IV.A Symétrie de Bose-Fermi

Il a été montré plus haut que les états des noyaux de A impair forment des représentations du groupe produit $U^B(6) \otimes U^F(\Omega)$. On peut, au lieu de choisir la voie des calculs sur ordinateurs, se poser la question :

"Est-il possible de trouver pour les noyaux de A impair une (ou plusieurs) symétrie(s) dynamique(s) ?"

Une telle symétrie serait appelée symétrie de Bose-Fermi (B-F).

Rappel : on a une symétrie dynamique quand :

- i) les états du système quantique considéré peuvent être classés au moyen d'un certain groupe G (H a une structure de groupe G).

Ici, G est : $U^B(6) \otimes U^F(\Omega)$.

- ii) H peut être écrit au moyen des seuls opérateurs invariants de Casimir d'une chaîne de sous-groupes de G (les 2 chaînes de sous-groupes, de $U^B(6)$ d'une part, de $U^F(\Omega)$ d'autre part, doivent être combinées de façon à former une chaîne commune unique de sous-groupes agissant à la fois sur les bosons et sur les fermions : $G \supset G' \supset G'' \dots$)

Il n'est pas possible de trouver une telle chaîne dans le cas général. Toutefois F. Iachello a montré^{6,8} que, si on considère un coeur bosonique $O(6)$ et un fermion sur une seule orbite $j = 3/2, (U^F(\Omega) \rightarrow U^F(4))$, il est possible de former une chaîne de sous-groupes Bosons-Fermions. En effet :

- pour $U^B(6)$:

$$U^B(6) \supset SO^B(6) \supset SO^B(5) \supset SO^B(3) \supset SO^B(2) \quad (10)$$

(36 géné.) 15 géné. 10 géné. 3 géné. 1 géné.

- pour $U^F(4)$, Flowers⁹ a montré qu'il existe une chaîne de sous-groupes :

$$U^F(4) \supset SU^F(4) \supset Sp^F(4) \supset SU^F(2) \supset SO^F(2) \quad (11)$$

(16 géné.) 15 géné. 10 géné. 3 géné. 1 géné.

Les groupes marqués l'un au-dessus de l'autre (à partir de $SO^B(6)$ et $SU^F(4)$) sont "isomorphes" : à chaque élément de l'un correspond un élément de l'autre et réciproquement. Ces groupes ont donc le même nombre, n , de générateurs. Ceci permet de former n nouveaux générateurs qui seront des combinaisons linéaires 2 à 2 des n anciens, les combinaisons étant choisies de manière à ce que la nouvelle algèbre soit fermée et définisse donc un groupe. Ceci va être montré de façon pratique sur un exemple et nous expliquerons ensuite à quoi peuvent servir les nouveaux groupes ainsi formés.

Les 15 générateurs de $SO^B(6)$ s'écrivent en notation de Racah (couplage à 1 bon moment angulaire λ , projection μ) :

$$\left. \begin{aligned} B_{\mu}^{(\lambda)} &= (d^{\dagger} \times \tilde{d})_{\mu}^{(\lambda)}, \lambda = 1, 3 & 10 \text{ géné.} \\ B_{\mu}^{(2)} &= (s^{\dagger} \times \tilde{d} + d^{\dagger} \times \tilde{s})_{\mu}^{(2)}, \lambda = 2 & 5 \text{ géné.} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

et, de même, les 15 générateurs de $SU^F(4)$ peuvent s'écrire :

$$A_{\mu}^{(\lambda)} = (a^{\dagger} \times \tilde{a})_{\mu}^{(\lambda)}, \lambda = 1, 2, 3 \quad 15 \text{ géné.} \quad (13)$$

Les générateurs $G_{\mu}^{(\lambda)}$, combinaisons linéaires données ci-dessous, des générateurs de ces deux groupes :

$$\left. \begin{aligned} G_{\mu}^{(1)} &= B_{\mu}^{(1)} - \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\mu}^{(1)}, & 3 \text{ géné.} \\ G_{\mu}^{(2)} &= B_{\mu}^{(2)} + A_{\mu}^{(2)}, & 5 \text{ géné.} \\ G_{\mu}^{(3)} &= B_{\mu}^{(3)} + \frac{1}{\sqrt{2}} A_{\mu}^{(3)}, & 7 \text{ géné.} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

forment aussi une algèbre fermée et sont les générateurs d'un groupe "spineur"¹⁰, Spin (6), qui est -naturellement- isomorphe à la fois de SO^B(6) et de SU^F(4). Les G⁽¹⁾ et G⁽³⁾ sont de même les générateurs d'un autre groupe : Spin (5), isomorphe de SO^B(5) et Sp^F(4) ; les G⁽¹⁾ sont les générateurs du groupe Spin (3), isomorphe de SO^B(3) et SU^F(2) et enfin G₀⁽¹⁾ est le générateur du groupe Spin (2), isomorphe de SO^B(2) et SO^F(2). On a donc :

$$\text{spin (6)} \supset \text{Spin (5)} \supset \text{Spin (3)} \supset \text{Spin (2)} \quad (15.a)$$

On peut montrer¹⁰ que chacun de ces groupes Spin () est un sous-groupe du produit des deux groupes de départ :

$$\begin{aligned} \text{SO}^{\text{B}}(6) \otimes \text{SU}^{\text{F}}(4) &\supset \text{Spin (6)} \\ \text{SO}^{\text{B}}(5) \otimes \text{S}_{\text{p}}^{\text{F}}(4) &\supset \text{Spin (5)}. \\ \text{SO}^{\text{B}}(3) \otimes \text{SU}^{\text{F}}(2) &\supset \text{Spin (3)} \end{aligned} \quad (15.b)$$

Que représentent ces groupes Spin () et à quoi vont-ils servir ? Il est possible de donner une image relativement claire dans le cas du groupe Spin (3). Dans la chaîne de U^B(6), SO^B(3) est le groupe des rotations à 3 dimensions correspondant au moment "orbital" \vec{L} des bosons (nombre quantique L) et agit sur l'espace ϵ_{B} des bosons. Dans la chaîne U^F(4), SU^F(2) est de même le groupe des rotations (3 générateurs) correspondant au moment angulaire \vec{j} des fermions (nombre quantique j) et agit sur l'espace ϵ_{F} des fermions.

Si nous considérons que l'Hamiltonien du système bosons + fermions est $H_0 = H_{\text{B}} + H_{\text{F}}$, l'espace ϵ correspondant est le produit des deux espaces ϵ_{B} et ϵ_{F} : $\epsilon = \epsilon_{\text{B}} \otimes \epsilon_{\text{F}}$ et le groupe correspondant est le produit direct $G = U^{\text{B}}(6) \otimes U^{\text{F}}(4)$ qui contient successivement ($G \supset G' \supset G'' \dots$) les autres produits des groupes des chaînes parallèles (10) et (11). Au niveau du produit $\text{SO}^{\text{B}}(3) \otimes \text{SU}^{\text{F}}(2)$, SO^B(3) agit seulement sur ϵ_{B} et SU^F(2) agit seulement sur ϵ_{F} : les groupes sont placés "l'un à côté de l'autre" et décrivent des rotations indépendantes des bosons et des fermions.

Si nous laissons agir l'interaction $V_{\text{B,F}}$ entre bosons et fermions, l'Hamiltonien total réaliste $H = H_0 + V_{\text{B,F}}$ n'est plus invariant dans les rotations indépendantes des fermions et des bosons, mais il l'est dans les rotations d'ensemble, de moment angulaire $\vec{J} = \vec{L} + \vec{j}$. Nous devons -comme c'était le cas¹ pour IBM.1 avec le groupe SO^B(3)- faire apparaître dans la chaîne le groupe des rotations d'ensemble du système bosons + fermions. Ce groupe est le groupe Spin (3). En contractant dans la fin de la chaîne le produit $\text{SO}^{\text{B}}(3) \otimes \text{SU}^{\text{F}}(2)$ en Spin (3) :

$$\left. \begin{aligned} \text{U}^{\text{B}}(6) \otimes \text{U}^{\text{F}}(4) &\supset \text{SO}^{\text{B}}(6) \otimes \text{SU}^{\text{F}}(4) \supset \text{SO}^{\text{B}}(5) \otimes \text{Sp}^{\text{F}}(4) \supset \\ \text{SO}^{\text{B}}(3) \otimes \text{SU}^{\text{F}}(2) &\supset \text{Spin (3)} \supset \text{Spin (2)} \end{aligned} \right\} (16)$$

le couplage bosons + fermions est imposé au niveau du moment angulaire, ce qui correspond à un modèle de couplage faible. Il est clair que si $V_{\text{B,F}}$ est compliqué et ne dépend pas seulement des moments angulaires, le couplage effectué ci-dessus est insuffisant. Sans se faire une image aussi précise que dans le cas des groupes des rotations, on comprend facilement que le noyau de A impair sera d'autant mieux décrit (meilleure base) que le couplage bosons + fermions sera imposé le plus en amont possible, ici au niveau du produit des deux premiers groupes iso-

morphes : $SO^B(6)$ et $SU^F(4)$, en introduisant le groupe Spin (6) et ses sous-groupes. On peut finalement écrire la chaîne de sous-groupes définissant la symétrie de Bose-Fermi Spin (6) :

$$U^B(6) \otimes U^F(4) \supset SO^B(6) \otimes SU^F(4) \supset Spin(6) \supset Spin(5) \supset Spin(3) \supset Spin(2) \quad (17)$$

Les nombres quantiques correspondant aux différents groupes sont indiqués dans le Tableau II.

Tableau II - Sous-groupes et nombres quantiques caractérisant la symétrie de Bose-Fermi Spin (6).

Groupe	Nombres quantiques
$U^B(6)$	N : nb. de bosons
$U^F(4)$	M : nb. de fermions
$SO^B(6)$	Σ
Spin (6)	$(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$
Spin (5)	(τ_1, τ_2)
Spin (3)	J
Spin (2)	M_J

L'Hamiltonien H peut être écrit en fonction des seuls opérateurs de Casimir de la chaîne complète de sous-groupes (17), mais ceci conduit à prendre certains paramètres égaux à 0 (ou à des valeurs bien définies) dans l'Hamiltonien général (5), ce qui implique en particulier une forme spécifique pour V_{BF} . Il est donc clair que la symétrie de Bose-Fermi ne peut être réalisée que dans des cas limites très particuliers, donc en principe dans des zones très étroites et peu nombreuses de la Table des Eléments. Il en est de même pour la supersymétrie dont nous allons parler dans la section IV.B.

Les énergies des niveaux d'un noyau de A impair peuvent maintenant s'écrire de façon très simple⁶, en fonction de 3 paramètres A, B et C et des nombres quantiques du Tableau II, sous la forme :

$$E(N, M, \Sigma, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \tau_1, \tau_2, \nu_\Delta, J, M) = - \frac{A}{4} [\sigma_1(\sigma_1 + 4) + \sigma_2(\sigma_2 + 2) + \sigma_3^2] + \frac{B}{6} [\tau_1(\tau_1 + 3) + \tau_2(\tau_2 + 1)] + C [J(J + 1)] \quad (18)$$

où les crochets sont les valeurs propres des opérateurs de Casimir des groupes Spin (6), Spin (5) et Spin (3). Il existe de même des formules analytiques simples⁶ pour les autres observables : B (E2), probabilités de transfert de particules...

La formule (18) peut être considérée comme une généralisation, englobant les noyaux de A impair particuliers considérés ici, de la formule obtenue¹ pour un noyau pair-pair dans la limite O(6) de IBM.1 :

$$E = -\frac{A}{4} \sigma(\sigma + 4) + \frac{B}{6} \tau(\tau + 4) + CL(L + 1) \quad (19)$$

On peut vérifier que pour $M = 0$, en prenant⁸ les nombres quantiques σ_2 , σ_3 et τ_2 égaux à 0, la formule (18) se réduit bien à la formule ci-dessus. (Si on considère un noyau de A impair avec un seul fermion célibataire, $M = 1$, on a⁸ : $\sigma_2 = \sigma_3 = \tau_2 = 1/2$). Ceci donne l'idée -puisque la même formule peut être appliquée à la fois aux noyaux pair-pairs et aux noyaux de A impair- qu'il serait peut-être possible de trouver une description unifiée pour les noyaux pair-pairs (spectres bosoniques) et les noyaux de A impair (spectres fermioniques).

IV.B Supersymétrie

La symétrie de Bose-Fermi décrit chaque noyau individuellement. Il est possible de rechercher une unification plus poussée dans laquelle les noyaux pair-pairs et de A impair seraient décrits simultanément. Ceci est réalisé en incluant les groupes de bosons et de fermions G^B , G^F , à l'intérieur d'un groupe plus étendu qui contient, dans une seule représentation irréductible, à la fois les spectres bosoniques et les spectres fermioniques. Ce groupe étendu ne peut pas être un groupe de Lie normal, mais un supergroupe ou groupe de Lie "gradé". La symétrie correspondante est appelée "supersymétrie"[†]. Dans le cas discuté ci-dessus, le supergroupe^{11,12} est :

$$U(6/4) \supset U^B(6) \otimes U^F(4) \quad (20)$$

Les nombres quantiques sont les mêmes que pour la symétrie de Bose-Fermi, mais il apparaît un nombre quantique supplémentaire, \mathcal{N} , qui est le nombre total de bosons et de fermions. Il est donc clair que N et M , qui précédemment étaient fixés indépendamment, ne sont plus libres mais sont liés par $\mathcal{N} = N + M$ avec $M < 4$. Une différence majeure entre la symétrie de Bose-Fermi discutée dans la Section précédente et la supersymétrie est que, dans le premier cas les noyaux pouvaient être traités séparément, c'est à dire que les paramètres A , B , C décrivant le spectre d'énergie pouvaient avoir des valeurs différentes pour chaque noyau, alors que dans le second cas, ces paramètres doivent être les mêmes pour tous les noyaux à l'intérieur d'un même supermultiplet. A titre d'exemple, les noyaux formant un supermultiplet avec $\mathcal{N} = 8$ sont indiqués dans le Tableau III pour les noyaux avec 116 neutrons (5 bosons de neutrons). Les divers supermultiplets correspondant à 116 et 118 neutrons sont représentés dans la Figure 3.

[†] Ce nom a été suggéré par F. Iachello en raison de l'analogie avec la supersymétrie proposée en physique des particules et de l'utilisation des supergroupes (voir section I.B.3). Il faut toutefois toujours garder à l'esprit qu'en physique nucléaire les bosons du modèle IBM ne sont pas des particules fondamentales, mais consistent au niveau microscopique en paires corrélées de fermions.

Tableau III - Caractéristiques du supermultiplet $\mathcal{N}^{\sigma} = 8$, avec 116 neutrons. 2 q - p indique un état avec deux quasiparticules, etc.

N	M	Noyau
8	0	^{192}Os
6	2	$^{194}\text{Pt}(2 \text{ q-p})$
4	4	$^{196}\text{Hg}(4 \text{ q-p})$
7	1	^{193}Ir
5	3	$^{195}\text{Au}(3 \text{ q-p})$

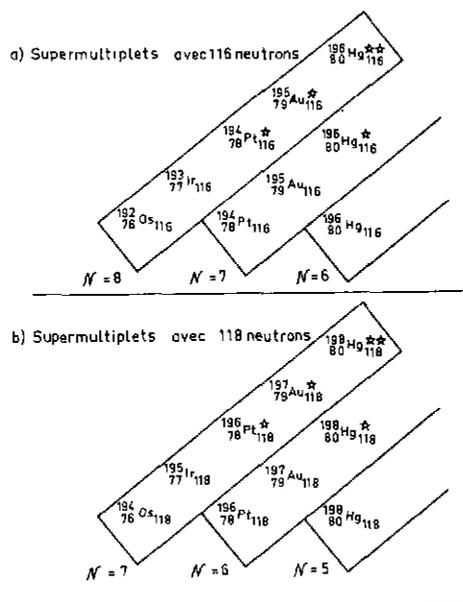


Figure 3 : Supermultiplets correspondant à 116 et 118 neutrons. Dans le cas où $M = 2, 3$ ou 4 , les noyaux correspondants se trouvent, non dans l'état fondamental, mais dans des états excités à deux, trois (une étoile dans la figure) ou quatre quasi-particules (deux étoiles).

IV.C Tests de la symétrie de Bose-Fermi et de la supersymétrie

Les modèles décrits ci-dessus ont été testés en détails dans les noyaux de la région des Pt. Dans cette région les noyaux pair-pairs sont bien décrits par la symétrie $O(6)$ et, dans les noyaux de Z impair, le proton occupe une orbite relativement isolée avec $j = 3/2$.

IV.C.1 Spectres d'énergie

Il apparaît que les spectres d'énergie de plusieurs paires de noyaux de cette région peuvent en fait être décrits par la formule analytique (18). Un exemple est donné dans la Figure 4. Un bon test de la supersymétrie est l'égalité des paramètres A, B, C de la formule d'énergie pour les membres pair et impair, d'un même supermultiplet. Ce test, effectué récemment, montre⁸ qu'au moins dix noyaux de la région Os, Ir, Pt, Au (cinq paires de noyaux adjacents) sont raisonnablement décrits par la formule (18), avec les mêmes paramètres. Des tests quantitatifs, effectués pour les supermultiplets $\mathcal{N} = 9$ et $\mathcal{N} = 8$, montrent que l'écart par rapport à la supersymétrie, défini par :

$$R_E = \frac{\sum_i |E_i^{th} - E_i^{exp}|}{\sum_i E_i^{exp}}$$

est inférieur à 20 % dans ces cas.

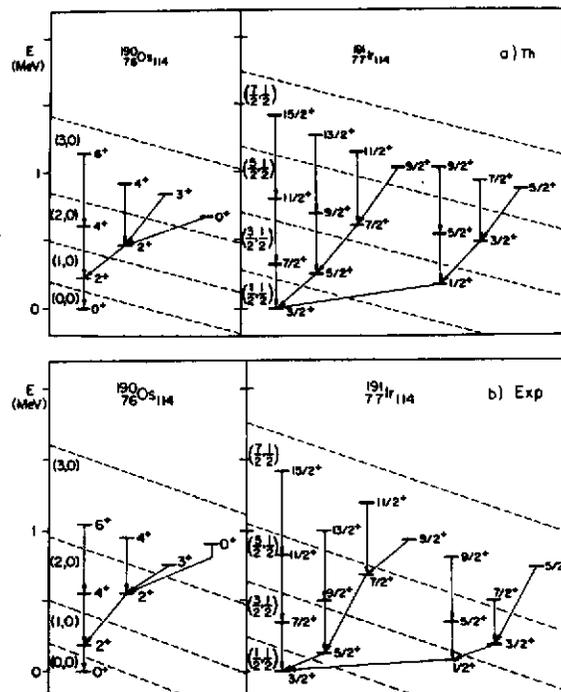


Figure 4 : Comparaison des spectres expérimentaux avec ceux calculés en utilisant les formules analytiques de la supersymétrie :

- a) Spectres théoriques,
- b) Spectres expérimentaux.

Les nombres quantiques indiqués entre parenthèses sont τ_1, τ_2 .

IV.C.2 Probabilités des transitions électromagnétiques

Un test, en principe plus fin, est fourni par les probabilités des transitions électromagnétiques. Des études effectuées dans la même région montrent que les règles de sélection de la symétrie de Bose-Fermi sont raisonnablement respectées. Nous ne considérerons ici que les transitions E2. L'opérateur généralement utilisé dans ce cas (par analogie avec l'opérateur : $T(E2) = \alpha_2 \cdot B_{\mu}^{(2)}$ utilisé¹ dans le cas de la limite 0 (6) de IBM.1, où $B_{\mu}^{(2)}$ est un générateur du groupe SO (6)) est l'opérateur :

$$T(E2) = \alpha_2 \cdot G_{\mu}^{(2)} \quad (21)$$

où $G_{\mu}^{(2)}$ est un des générateurs du groupe Spin (6).

. Le Tableau IV montre la comparaison des B(E2) expérimentaux et théoriques pour la paire $^{193}\text{Ir} - ^{194}\text{Pt}$. Il s'agit d'une comparaison qualitative, mais l'accord d'ensemble est assez satisfaisant : les transitions prévues fortes sont globalement observées fortes, les transitions interdites sont faibles expérimentalement. Il faut remarquer qu'un schéma de couplage faible prévoit une transition relativement importante pour le niveau $3/2_2^+$.

Tableau IV - Comparaison des B(E2 \uparrow) expérimentaux et théoriques (normalisés à 1,0 pour la transition correspondant au niveau 2_1^+), pour les premiers niveaux des noyaux de la paire $^{193}\text{Ir} - ^{194}\text{Pt}$.

	J^{π} final	Modèle	Expérience
^{194}Pt	2_1^+	1,0	1,0
	2_2^+	<u>0</u>	0,005
^{193}Ir	$1/2_1^+$	0,11	0,07
	$5/2_1^+$	0,33	0,44
	$3/2_2^+$	<u>0</u>	0,05
	$7/2_1^+$	0,44	0,3
	$7/2_2^+$	<u>0</u>	0,05

. De façon plus quantitative, il est possible de définir une mesure de l'écart par rapport à la supersymétrie par :

$$R_Y = \frac{\sum_i |B(E2)_i^{th} - B(E2)_i^{exp}|}{\sum_i B(E2)_i^{exp}}$$

Cet écart est de l'ordre de 20 % pour l'ensemble des B(E2) du Tableau IV et du même ordre pour les 12 B(E2) de la paire $^{192}\text{Os} - ^{193}\text{Ir}$. Dans certains cas moins favorables, l'écart peut atteindre¹¹ 40 %.

. Une analyse¹¹ ne considérant, dans le noyau pair-pair que la transition $2_1^+ \rightarrow 0_1^+$, et dans le noyau de A impair que les transitions des niveaux $1/2_1^+$, $5/2_1^+$, $7/2_1^+$ vers le niveau fondamental $3/2_1^+$, a montré (voir Figure 5) que le paramètre α_2 est le même pour les noyaux pair-pairs et de A impair. Ceci est un test de la supersymétrie, qui apparaît comme satisfait à mieux que 5 %. Il faut remarquer que ce test va plus loin, puisqu'il montre que le paramètre α_2 est le même pour toute la région considérée, de ^{190}Os à ^{198}Hg .

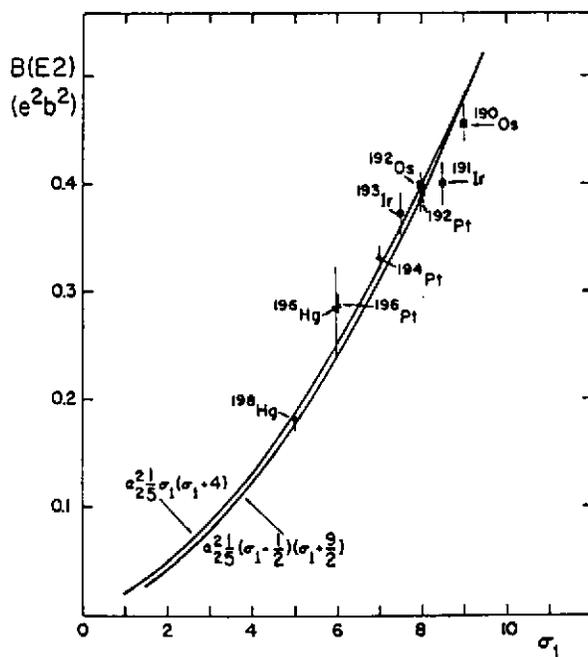


Figure 5 : Valeurs absolues des B(E2) dans la région Os-Hg en fonction du nombre quantique σ_1 de Spin (6). Les lignes sont les prévisions théoriques, avec le même paramètre α_2 , pour les noyaux pair-pairs (au-dessus) et de A impair (au-dessous). Les points sont les valeurs expérimentales (voir Réf. 11 pour plus de détails).

IV.C.3 Transferts de particules

D'autres tests sont fournis par les intensités des réactions de transfert de 2 nucléons. Ce sont des tests indirects car l'opérateur approprié relie des noyaux qui n'appartiennent pas à un même supermultiplet. Les formules¹ conduisent à prévoir des intensités égales, à quelques % près, pour les réactions peuplant les niveaux fondamentaux des noyaux pair-pairs et de A impair ayant le même nombre de neutrons. L'égalité expérimentale des intensités fondamental → fondamental pour des paires adjacentes, par exemple $^{194}\text{Pt}(t,p)^{196}\text{Pt}$ et $^{193}\text{Ir}(t,p)^{195}\text{Ir}$, est un test¹³ de la symétrie de Bose-Fermi. C'est une condition nécessaire, plutôt que suffisante, pour l'existence de la symétrie, car le modèle de couplage faible prévoit le même résultat.

En principe, un des meilleurs tests de la symétrie de Bose-Fermi et de la supersymétrie devrait être fourni par les intensités des réactions de transfert d'un nucléon. Le test suppose que ces réactions procèdent essentiellement par un mécanisme direct. Une discussion des mécanismes de réactions étant en dehors du cadre du présent exposé, nous ferons simplement, sans la discuter, cette hypothèse raisonnable¹³ dans la suite.

- Réactions pair-pair → A impair -

Dans le cadre des modèles discutés dans ce chapitre, il est admis que le noyau pair-pair est décrit par la limite $O(6)$ du modèle IBM.1 et que le noyau de A impair est obtenu en couplant à ce coeur un (ou des) nucléon(s) dans l'orbite $j = 3/2$. Le test se décompose donc en 2 parties :

- a) - vérifier que les transferts du noyau pair-pair vers les niveaux du noyau de A impair décrits par les modèles Spin (6) et U (6/4) sont : $l = 2, j = 3/2$
- b) - vérifier, pour ces transferts, que les règles de sélection et les rapports d'embranchement sont en accord avec les prévisions théoriques.

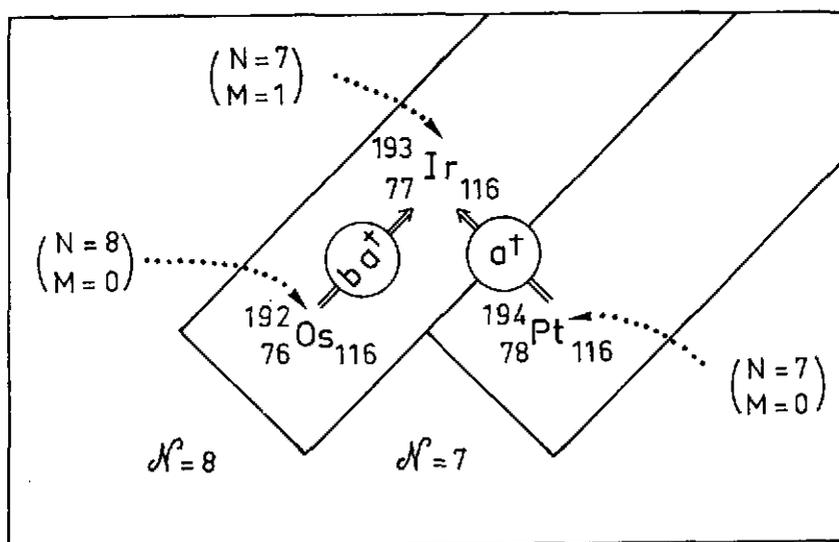


Figure 6 : Représentation schématique des opérateurs de transfert les plus simples pour les réactions aboutissant aux niveaux de ^{193}Ir .

Les opérateurs de transfert les plus simples possibles sont illustrés de façon évidente dans la Figure 6 pour les réactions aboutissant aux niveaux de ^{193}Ir (c'est un agrandissement d'une partie de la Figure 3.a, complétée par les valeurs de N et M du Tableau III). En pratique, on utilise :

$$\left. \begin{aligned} T_{S.S} &= \theta \cdot (b \times a^\dagger)_\mu^{(3/2)} \\ T_{B.F} &= \xi \cdot a^\dagger \end{aligned} \right\} (22)$$

θ et ξ étant des paramètres, $T_{S.S}$ agissant à l'intérieur d'un supermultiplet, $T_{B.F}$ entre deux supermultiplets différents (voir Fig. 6). Ces opérateurs ont des règles de sélection reliées à leur caractère tensoriel⁸ par rapport aux groupes Spin (6) et Spin (5) :

$$\begin{aligned} \Delta\sigma &= \pm 1/2 \\ \Delta\tau &= \pm 1/2 \end{aligned} \quad (23)$$

Les interdictions résultant des règles (23) et les rapports d'embranchement calculés dans le cadre des modèles discutés ici sont résumés dans la Figure 7. Les résultats

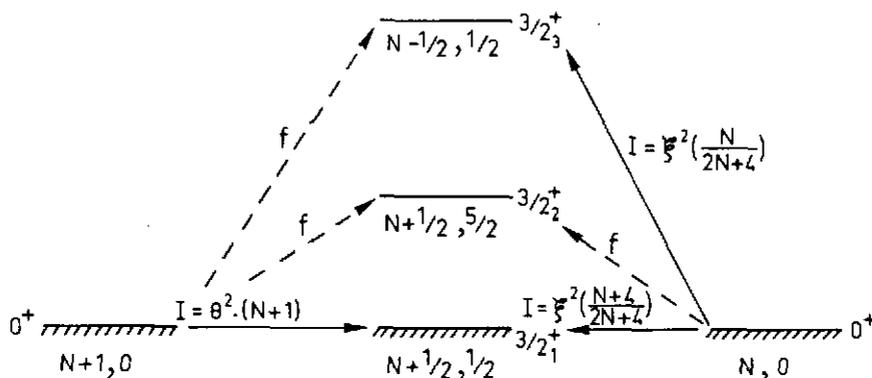


Figure 7 : Règles de sélection et rapports d'embranchement pour les réactions illustrées dans la Fig. 6 (et plus généralement pour les réactions pair-pair \rightarrow A impair). Sous chaque niveau sont indiquées les valeurs de σ , τ .

expérimentaux correspondants (voir Réf. 1 et 13 pour plus de détails et des références) sont illustrés dans la Figure 8. Ils sont en tous points conformes aux prévisions et constituent une remarquable confirmation du modèle Spin (6), et même du modèle U (6/4) pour la réaction $^{192}\text{Os} \rightarrow ^{193}\text{Ir}$ à l'intérieur d'un même supermultiplet. On peut définir un écart par rapport aux modèles par :

$$R_S \approx \sum_i |s_i^{\text{exp.}} - s_i^{\text{th.}}| / \sum_i s_i^{\text{exp.}}$$

pour les réactions de pick-up (pour les réactions de stripping on remplace le facteur spectroscopique S par la force G).

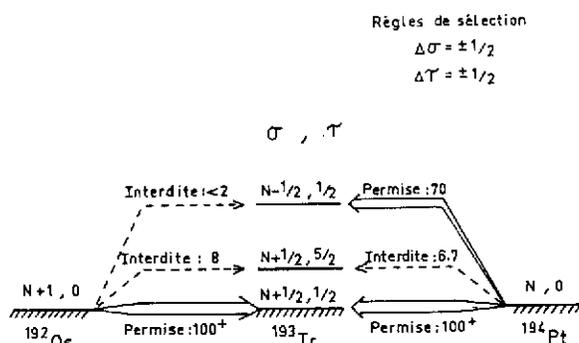


Figure 8 : Vérification expérimentale de la validité des règles de la symétrie de Bose-Fermi et de la supersymétrie dans les réactions aboutissant aux niveaux $J^\pi = 3/2^+$ de ^{193}Ir . La classe (permise ou interdite) et l'intensité expérimentale de la transition sont indiquées à côté des flèches. Les intensités ont été normalisées à 100 pour les transitions aboutissant à l'état fondamental.

Pour la réaction $^{192}\text{Os} \rightarrow ^{193}\text{Ir}$: $R_S \approx 9,0 \%$

Pour la réaction $^{194}\text{Pt} \rightarrow ^{193}\text{Ir}$: $R_S \approx 7,5 \%$.

C'est le meilleur exemple connu. Pour d'autres cas étudiés, R_S est de l'ordre de 40 %. La règle de sélection : $\lambda = 2, j = 3/2$ (Test a) est assez généralement violée, les niveaux $1/2_1^+$ et $5/2_1^+$ étant peuplés de façon appréciable, même dans l'exemple discuté ci-dessus ($\approx 30 \%$ de la force correspondant au niveau fondamental).

- Réactions A impair + pair-pair -

Ces réactions ont été principalement étudiées à Orsay¹³. Les modèles prévoient que seuls les niveaux 0_1^+ et 2_1^+ doivent être peuplés. La première réaction étudiée, $^{193}\text{Ir} \rightarrow ^{194}\text{Pt}$, est illustrée dans la Figure 9. La forte population des niveaux 2_2^+ et 0_2^+ est une claire violation des règles de sélection des modèles ($R_S = 44 \%$). Les autres cas étudiés montrent des violations généralement du même ordre.

IV.C.4 Sommaire

La symétrie de Bose-Fermi Spin (6) et le modèle de supersymétrie U (6/4) semblent fournir une description raisonnable (violations de 20 à 40 % en moyenne, plus faibles dans quelques cas) des énergies et des probabilités des transitions électromagnétiques pour un certain nombre de noyaux de la région Os, Ir, Pt, Au. Des violations plus importantes sont observées dans certains cas pour les réactions de transfert d'un nucléon (niveaux 2_2^+ des noyaux pair-pairs en particulier). Il y a aussi des difficultés en ce qui concerne les transitions M1.

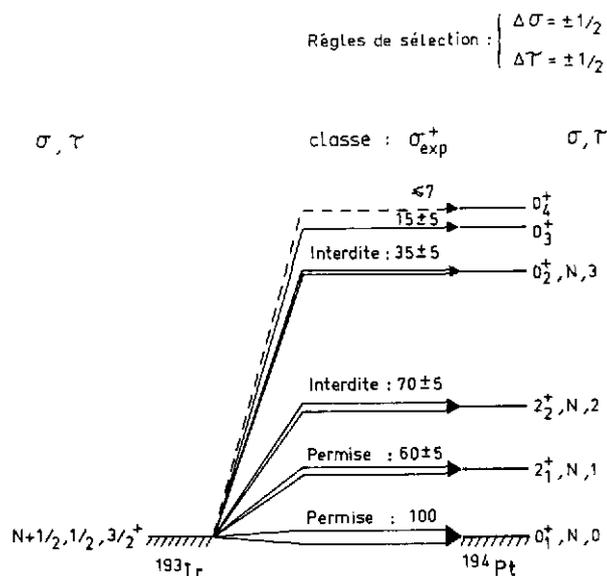


Figure 9 : Mise en évidence expérimentale d'une violation importante des règles de sélection de la symétrie de Bose-Fermi dans la réaction $^{193}Ir(^3He,d)^{194}Pt$. L'intensité a été normalisée à 100 pour la transition aboutissant à l'état fondamental.

Pour expliquer les difficultés rencontrées, en particulier dans le cas des réactions de transfert, deux raisons principales ont été suggérées :

- .i) Il n'est pas raisonnable de considérer une seule orbite pour les fermions, les modèles devraient être étendus à $j = 1/2, 3/2, 5/2$. Ceci a été fait et sera discuté brièvement dans la suite.
- .ii) L'opérateur (de transfert ou autre) est trop simple et devrait être amélioré..... jusqu'ici, ceci est demeuré un souhait, non encore réalisé, mais répété avec conviction dans toutes les conférences traitant du sujet. (Dernière en date : "Nuclear Structure, Reactions and Symmetries", Dubrovnik, juin 86).

V - MODELES PLUS RECENTS

La supersymétrie U(6/4) a été proposée en 1980 et les premiers tests expérimentaux datent de 1981... Ce modèle a été décrit de façon un peu détaillée ici parce qu'il est le premier et le plus simple et qu'il permet de faire comprendre la notion de supersymétrie en physique nucléaire. D'autres modèles ont été développés depuis et continuent à se développer. Une revue récente de ces modèles, nouveaux ou extensions des modèles anciens, peut être trouvée dans la Référence 13. Nous ne traiterons ici -et ce assez brièvement- que des trois modèles (ou extensions) les plus importants.

V.A Le modèle "multi-j" U (6/12)

Ce modèle¹⁴ présente deux avantages essentiels par rapport au modèle U(6/4) :

- a) - Il n'est pas limité au coeur O(6), mais peut utiliser des coeurs correspondants aux trois limites O(6), U(5), SU(3), du modèle IBM.1.
- b) - Il n'est pas limité à l'orbite j = 3/2 mais permet d'élargir l'espace accessible aux fermions.

On procède de la façon suivante : j, j', j'' étant les moments angulaires des orbites individuelles sur lesquelles peuvent se trouver les fermions, il est toujours possible de décomposer chacun de ces moments en un pseudo-spin $s = 1/2$ et un pseudo-moment orbital k entier (qui ne coïncide pas nécessairement avec le vrai moment orbital). Si la, ou les diverses valeurs de k se trouvent appartenir à une représentation irréductible du groupe G^B (ou de l'un de ses sous-groupes), il est alors possible de combiner les groupes de fermions G^F et de bosons G^B dans un cadre théorique unique.

V.A.1 Coeur O(6), particules sur les orbites j = 1/2, 3/2, 5/2

Ce cas a été le premier traité et servira à illustrer la procédure utilisée. On peut dire que la décomposition pour j = 1/2, 3/2, 5/2 aboutit à k = 0,2 et que ces valeurs appartiennent à une représentation irréductible unique de U(6) et O(6). On peut aussi écrire les deux chaînes de sous-groupes comme nous l'avons fait dans le cas de $U^B(6) \otimes U^F(4)$. Le groupe décrivant les fermions sur les orbites j = 1/2, 3/2, 5/2 est $U^F(12)$ et la décomposition décrite plus haut peut s'écrire :

$$U^F(12) \supset U^F(6) \otimes SU^F(2).$$

Alors :

$$\begin{array}{ccccccc}
 \boxed{\begin{array}{c} U^B(6) \\ \otimes \\ U^F(6) \end{array}} & \supset & \boxed{\begin{array}{c} SO^B(6) \\ \otimes \\ SO^F(6) \end{array}} & \supset & \boxed{\begin{array}{c} SO^B(5) \\ \otimes \\ SO^F(5) \end{array}} & \supset & \boxed{\begin{array}{c} SO^B(3) \\ \otimes \\ SO^F(3) \end{array}} & (24) \\
 \otimes SU^F(2) & & \otimes SU^F(2) & & \otimes SU^F(2) & & \otimes SU^F(2) &
 \end{array}$$

Les groupes placés dans les boîtes, l'un au-dessus de l'autre, sont clairement isomorphes (c'est la clé de la méthode) et leur produit direct peut être "contracté" en un groupe B + F, isomorphe des groupes de départ, par exemple :

$$SO^B(3) \otimes SO^F(3) \supset SO^{B+F}(3),$$

les générateurs de ces groupes B + F étant construits de façon analogue à celle décrite pour les groupes Spin. La chaîne ainsi obtenue peut alors être insérée dans le supergroupe correspondant U (6/12). On a alors la chaîne de sous-groupes caractérisant le modèle Bose-Fermi $SO^{B+F} (6)$ et la supersymétrie U (6/12) avec coeur 0 (6) :

$$\begin{aligned}
 U (6/12) \supset U^B (6) \otimes U^F (12) \supset U^B (6) \otimes U^F (6) \otimes SU^F (2) \supset U^{B+F} (6) \otimes SU^F (2) \supset \\
 SO^{B+F} (6) \otimes SU^F (2) \supset SO^{B+F} (5) \otimes SU^F (2) \supset SO^{B+F} (3) \otimes SU^F (2) \supset \\
 \text{Spin} (3) \supset \text{Spin} (2)
 \end{aligned} \tag{25}$$

Les nombres quantiques correspondant¹⁴ aux différents groupes sont indiqués dans le Tableau V.

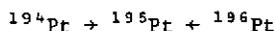
Tableau V - Sous-groupes et nombres quantiques caractérisant la supersymétrie U (6/12) correspondant à la limite 0 (6) de IBM.1.

Groupe	Nombres quantiques
U (6/12)	\mathcal{N}
$U^B (6)$	N
$U^F (12)$	M
$U^{B+F} (6)$	N_1, N_2
$O^{B+F} (6)$	$\sigma_1, \sigma_2, (\sigma_3 = 0)$
$O^{B+F} (5)$	τ_1, τ_2
$O^{B+F} (3)$	\mathcal{L}
$SU^F (2)$	Δ
Spin (3)	J
Spin (2)	M_J

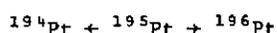
\mathcal{L} est le moment angulaire du système résultant du couplage du moment angulaire L des bosons, et du pseudo-moment orbital \mathcal{l} des fermions : $\mathcal{L} = \vec{L} + \vec{\mathcal{l}}$, Δ est le pseudo-spin et J le moment angulaire total :

$$\vec{J} = \vec{\mathcal{L}} + \vec{\Delta}.$$

Le schéma de supersymétrie a également été testé de façon détaillée¹³ au moyen des réactions de transfert. Pour l'ensemble des réactions : pair-pair \rightarrow A impair :



On obtient $R_S \approx 16\%$ pour 22 transitions. (Il faut remarquer que les valeurs théoriques dépendent ici dans chaque cas considéré de 3 paramètres, reliés aux probabilités d'occupation des 3 orbites considérées, alors que les résultats de U (6/4) ne dépendaient que d'un paramètre). La situation est moins bonne pour les réactions : A impair \rightarrow pair-pair :



où on obtient $R_S = 33\%$ pour 8 transitions (l'écart provenant pour une part importante de la forte population du niveau 2_2^+ : $R_S \approx 20\%$ si on néglige le désaccord pour ce niveau).

V.A.2 Coeur U(5), mêmes orbites

Le modèle Bose-Fermi $U^{B+F}(5)$, pour lequel nous ne donnerons ici ni chaîne de sous-groupes, ni formules analytiques (voir la Réf. 13) a été appliqué aux schémas de niveaux des noyaux impairs de Hg ($193 < A < 199$). Des travaux effectués à Orsay en réactions de transfert ont montré¹³ :

- a) - que les noyaux pair-pairs sont raisonnablement décrits par la limite U(5)
- b) - que le meilleur candidat de A impair pour une symétrie Bose-Fermi est ^{197}Hg , avec $R_S < 22\%$ pour 5 transitions dans la réaction $^{198}\text{Hg}(p,d)^{197}\text{Hg}$.

V.A.3 Coeur SU(3) - Mêmes orbites

Les noyaux pair-pairs déformés sont bien décrits par la limite SU(3). Parmi les noyaux de A impair de cette région, le meilleur candidat pour la symétrie Bose-Fermi $SU^{B+F}(3)$ est ^{185}W .

V.A.4 Conclusion concernant U(6/12)

Dans le sens où il agrandit l'espace accessible aux fermions et où il permet de traiter les trois coeurs de IBM.1 avec succès, le modèle U(6/12) est une amélioration du modèle U(6/4). Dans la région des Pt, où le modèle U(6/4) avait déjà été utilisé, U(6/12) donne un bon accord en ce qui concerne les énergies des niveaux des noyaux de A impair et un accord acceptable pour les réactions de transfert aboutissant au ^{195}Pt . Toutefois, il continue à y avoir des difficultés dans le cas des réactions A impair \rightarrow pair-pair.

V.B Extension de la supersymétrie aux noyaux impair-impairs

Si le coeur pair-pair n'est plus décrit par le modèle IBM.1, mais par le modèle IBM.2, où les degrés de liberté des protons et des neutrons sont considérés séparément, le groupe $U^B(6)$ est remplacé par :

$$U^B(6) \rightarrow U_V^B(6) \otimes U_\pi^B(6) \quad (27)$$

De même, il est possible d'étendre de façon naturelle la notion de supersymétrie aux noyaux pair-pairs, de A impair (impairs en proton : isotones et impairs en neutron : isotopes) et aux noyaux impair-impairs, l'ensemble étant décrit par le produit de deux supergroupes :

$$U_{\nu} (6/12) \otimes U_{\pi} (6/4) \tag{28}$$

On peut montrer¹⁵ que dans le cas d'un coeur "0 (6)" (on retrouve¹ dans IBM.2 les symétries de IBM.1) pour les bosons, la chaîne de sous-groupes, un peu simplifiée ici, se présente comme

$$\begin{aligned} U_{\nu} (6/12) \otimes U_{\pi} (6/4) &\supset U_{\nu}^F (12) \otimes U_{\nu}^B (6) \otimes U_{\pi}^B (6) \otimes U_{\pi}^F (4) \supset \\ &SU_{\nu}^F (2) \otimes U_{\nu}^F (6) \otimes U_{\nu+\pi}^B (6) \otimes SU_{\pi}^F (4) \supset SU_{\nu}^F (2) \otimes U_{\nu+\pi}^{B+F} (6) \otimes SU_{\pi}^F (4) \\ &\supset SU_{\nu}^F (2) \otimes O_{\nu+\pi}^{B+F} (6) \otimes SU_{\pi}^F (4) \supset SU_{\nu}^F (2) \otimes O_{\nu+\pi}^{B+F} (6) \\ &\supset SU_{\nu}^F (2) \otimes O_{\nu+\pi}^{B+F} (5) \supset SU_{\nu}^F (2) \otimes O_{\nu+\pi}^{B+F} (3) \\ &\supset Spin(3) \end{aligned} \tag{29}$$

Nous n'avons donné cette chaîne que pour montrer la complexité accrue due au fait que les bosons sont séparés en deux classes : les bosons π et les bosons ν . Cependant la formule donnant les énergies des niveaux ne dépend que de six paramètres.

Dans cette supersymétrie étendue, un supermultiplet est en fait un "quartet" contenant : un noyau pair-pair, les 2 noyaux de A impair adjacents et le noyau impair-impair. Le quartet proposé dans le travail original¹⁵ est indiqué dans la Figure 11. Un autre quartet a été proposé dans la Réf. 13.

197 Au 79 118	198 Au 79 119
196 Pt 78 118	197 Pt 78 119

Figure 11 : Quartet de noyaux proposés¹⁵ comme bons candidats pour la supersymétrie étendue aux noyaux impair-impairs : $U_{\nu} (6/12) \otimes U_{\pi} (6/4)$.

Cette extension unificatrice de la supersymétrie, élégante et séduisante, est très récente et les tests expérimentaux ont à peine commencé. Les premiers¹⁶ apparaissent comme encourageants. On peut envisager une extension plus générale sous la forme : $U_V(6/12) \otimes U_\pi(6/12)$, qui élargirait l'espace des protons aux trois orbites $j = 1/2, 3/2, 5/2$.

V.C Extension de la notion même de supersymétrie (en guise de conclusion)

La supersymétrie $U(6/4)$, puis ses extensions $U(6/12)$, puis $U_V(6/12) \otimes U_\pi(6/4)$, ont toujours été liées très étroitement à l'existence de symétries dynamiques et de chaînes de sous-groupes. Ceci a limité leurs applications à des régions peu nombreuses et étroites de la Table des Eléments. (Ceci a été souligné au Chapitre IV, fin de la section IV.A). La très grande majorité des noyaux pair-pairs de masses moyennes et lourdes -qui sont des noyaux de transition intermédiaires entre les limites de IBM.1- et des noyaux impairs de ces régions n'ont pu, jusqu'à présent, être traités dans ce cadre.

Il a été suggéré très récemment¹⁶ que la validité de la notion de supersymétrie peut être considérée comme indépendante de la forme particulière de l'Hamiltonien IBM utilisé pour la description du noyau pair-pair, donc de la réalisation d'une symétrie dynamique particulière.

L'Hamiltonien IBM le plus général peut s'écrire¹⁷, en fonction des opérateurs de Casimir $C_n(G)$ des divers sous-groupes considérés¹ dans la chaîne $U^B(6)$, sous la forme ($n = 1$: linéaire, $n = 2$: quadratique) :

$$H = k_1 C_1(U^B(6)) + k_2 C_2(U^B(6)) + k_3 C_1(U^B(5)) + k_4 C_2(U^B(5)) + k_5 C_2(O^B(6)) + k_6 C_2(SU^B(3)) + k_7 C_2(O^B(5)) + k_8 C_2(O^B(3)) \quad (30)$$

Si nous considérons, comme dans le modèle multi-j, que l'espace accessible aux fermions consiste en l'ensemble des trois orbites $j = 1/2, 3/2, 5/2$, la chaîne commune de groupes pour le noyau de A impair est :

$$\begin{aligned} U^B(6) \otimes U^F(12) \supset U^B(6) \otimes U^F(6) \otimes SU^F(2) \\ \supset U^{B+F}(6) \otimes SU^F(2) \supset \left. \begin{array}{l} SO^{B+F}(6) \otimes SU^F(2) \dots \\ SU^{B+F}(3) \otimes SU^F(2) \dots \\ U^{B+F}(5) \otimes SU^F(2) \dots \end{array} \right\} \quad (31) \end{aligned}$$

qui se divise, comme dans le cas des noyaux pair-pairs, en 3 chaînes de sous-groupes.... De façon tout à fait analogue à ce qui a été fait pour le noyau pair-pair (Eq. 30), on peut écrire l'Hamiltonien le plus général pour le noyau de A impair en utilisant tous les opérateurs de Casimir des chaînes indiquées ci-dessus :

$$H = k'_1 C_1(U^{B+F}(6)) + k'_2 C_2(U^{B+F}(6)) + k'_3 C_1(U^{B+F}(5)) + k'_4 C_2(U^{B+F}(5)) + k'_5 C_2(O^{B+F}(6)) + k'_6 C_2(SU^{B+F}(3)) + k'_7 C_2(O^{B+F}(5)) + k'_8 C_2(O^{B+F}(3)) + k'_9 C_2(\text{Spin}(3)) \quad (32)$$

(la forme précise des opérateurs de Casimir peut être trouvée dans la Réf. 14 : Van Isacker et al.). La forme des Hamiltoniens (30) et (32) est très semblable (comme c'était le cas pour les Hamiltoniens (18) et (19)...) et ceci conduit à l'idée d'une supersymétrie générale qui impose alors des relations simples entre les paramètres :

$$\begin{aligned} k_i &= k'_i \quad (i = 1 \text{ à } 7) \\ k_8 &= k'_8 + k'_9 \end{aligned} \tag{33}$$

Cette supersymétrie générale, qui inclut le groupe $U^B(6) \otimes U^F(12)$ à l'intérieur du supergroupe $U(6/12)$, ne suppose pas que les noyaux pair-pair et de A impair, soient décrits chacun par une chaîne particulière de sous-groupes. L'existence d'une supersymétrie est ainsi déconnectée de l'existence d'une symétrie dynamique particulière et la supersymétrie peut donc s'appliquer de façon générale aux noyaux de transition.

Cette présentation est évidemment très schématique et les tests expérimentaux à leur début, mais l'idée est séduisante car le modèle survolé ci-dessus (même si son utilisation pratique doit être plus compliquée et le nombre des paramètres plus grand) inclut les autres supersymétries décrites dans cet exposé comme des exemples particuliers et limités d'un phénomène qui pourrait être plus général.

Une symétrie, même brisée, peut être belle.

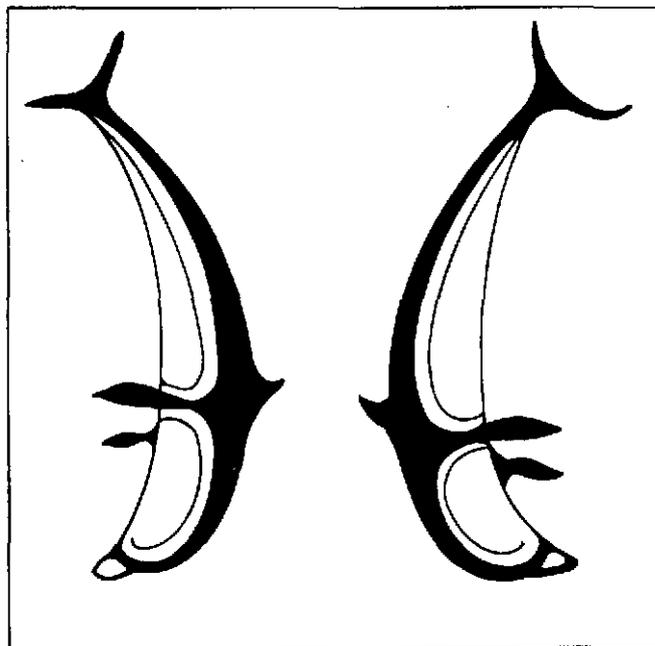


Figure 12 : Cette mosaïque grecque donne un exemple de symétrie dans l'art[†]. Un examen attentif montre de nombreuses différences (brisures) entre les 2 côtés... l'impression globale est cependant celle de symétrie !

[†] Les lecteurs intéressés par des idées générales sur la symétrie et la supersymétrie en physique et dans le domaine artistique consulteront avec profit les références 18.

BIBLIOGRAPHIE

- 1 - Voir par exemple :
M. Vergnes et F. Iachello, Annales de Physique 8 (1983)583, et références incluses
- 2 - E. Wigner, Phys. Rev. 51 (1937)106
- 3 - M. Gell-Mann, Phys. Rev. 125 (1962)1067
Y. Ne'eman, Nucl. Phys. 26 (1961)222
- 4 - A. Messiah, "Mécanique Quantique", Dunod, Paris, (1959), Chap. XIV
- 5 - H.E. Haber and G.L. Kane, "Is Nature Supersymmetric ?", Scientific American 254 (1986)6
- 6 - F. Iachello, Physica 15D (1985)85 et références incluses
- 7 - O. Scholten, Ph. D. Thesis, Université de Groningen, Pays-Bas (1980)
O. Scholten and N. Blasi, Nucl. Phys. A380 (1982)509
- 8 - F. Iachello, Phys. Rev. Letters 44 (1980)772
F. Iachello and S. Kuyucak, Ann. Phys. (N-Y) 136 (1981)19 et références incluses
- 9 - B.H. Flowers, Proc. Royal Soc. (London) A212 (1952)248
- 10 - R. Gilmore, "Lie groups, Lie algebras and some of their applications" Wiley (N-Y)1974
- 11 - A.B. Balantekin, I. Bars and F. Iachello, Nucl. Phys. A370 (1981)284 and Phys. Rev. Letters 47 (1981)19
- 12 - P.G.D. Freund and I. Kaplanski, J. Math. Phys. 17, (1976)228
- 13 - M. Vergnes, "Interacting Boson-Boson and Boson-Fermion Systems", ed. by O. Scholten, World Scientific (Singapour)p. 91-103, et références incluses
M. Vergnes, Proceedings of "International Conference on Nuclear Structure, Reactions and Symmetries", Dubrovnik, Yougoslavie (à paraître : World Scientific). Pré-tirage : Rapport Interne Orsay IPNO-DRE 86-08.
- 14 - A.B. Balantekin, I. Bars, R. Bijker and F. Iachello, Phys. Rev. C27 (1983)1761
R. Bijker, Ph. D. Thesis, Université de Groningen, Pays-Bas (1984)
P. Van Isacker, A. Frank and H.Z. Sun, Annals of Physics 157, (1984)183
- 15 - P. Van Isacker, J. Jolie, K. Heyde and A. Frank, Phys. Rev. Letters 54 (1985)653
- 16 - P. Van Isacker, Proceedings of "International Conference on Nuclear Structure, Reactions and Symmetries", Dubrovnik, Yougoslavie (à paraître : World Scientific)
- 17 - O. Castaños, E. Chacón, A. Frank and M. Moshinsky, J. Math. Phys. 20 (1979)35
- 18 - F. Iachello, "The mysterious world of Symmetry in Physics" Yale Report YNT 86-08
F. Iachello, "Supersymmetry in Nuclei", American Scientist 70 (1982)294

LA DECROISSANCE DOUBLE β^- :
INTRODUCTION, MOTIVATIONS ET RECENTS RESULTATS

Ph. HUBERT

Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux

Résumé : La recherche du processus de la décroissance double β^- , désexcitation directe d'un noyau (Z,A) vers un noyau $(Z+2,A)$, a toujours été considérée comme un test très sensible de la non-conservation du nombre leptonique, et au-delà, des propriétés du neutrino. Après un rappel des principales définitions et des principales motivations, cet exposé fait une brève revue des différentes expériences actuellement en cours et donne les récents résultats expérimentaux.

Abstract : The double β decay process is the direct desexcitation from a nucleus (Z,A) to a nucleus $(Z+2,A)$. Since long time ago, study of this process has been recognized as a very sensitive test of the lepton number non-conservation and therefore the double β decay process is strongly connected to the neutrino properties. This review starts with the main definitions and main motivations for such studies. Then the different experiments actually running and the most recent experimental results are exposed.

I - DEFINITIONS

La double décroissance β^- est la désexcitation directe d'un noyau (A, Z) vers un noyau $(A, Z+2)$, suivant le schéma représenté figure 1. Cette désexcitation est accompagnée de l'émission spontanée soit de deux

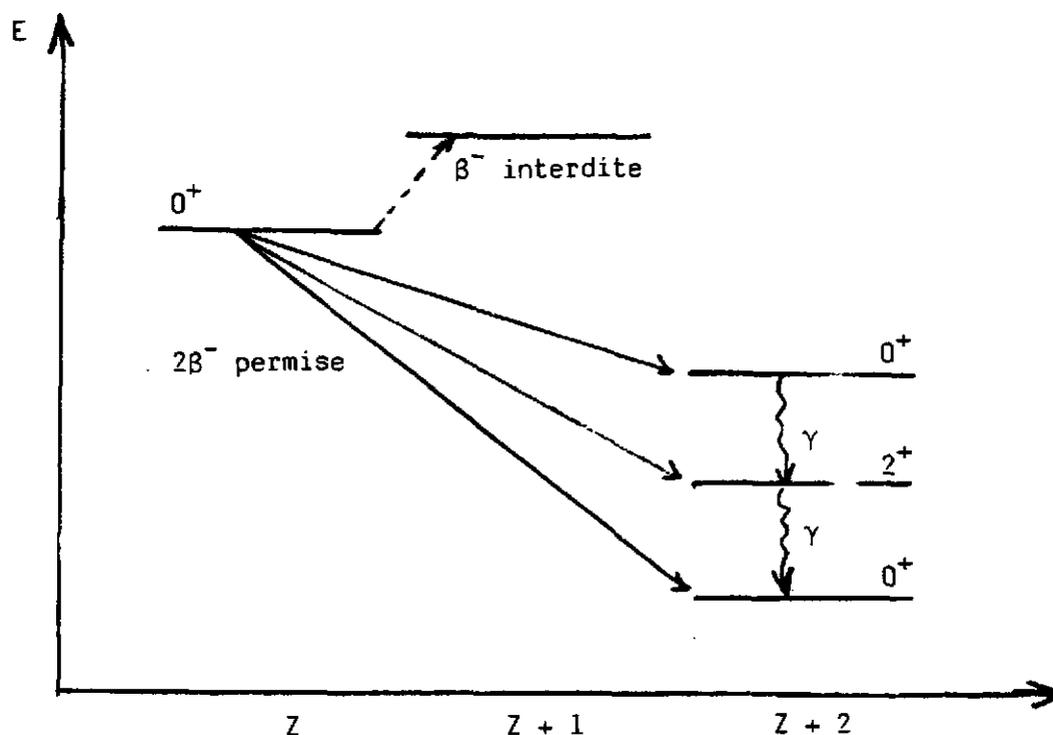
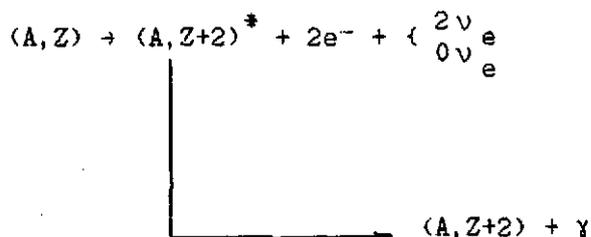


Fig. 1

Schéma d'énergie pour la désexcitation double β^-

électrons et deux antineutrinos [processus appelé $\beta\beta(2\nu)$], soit de deux électrons uniquement [processus $\beta\beta(0\nu)$]. Dues aux forces d'appariement entre nucléons, les transitions $2\beta^-$ ne sont énergétiquement possibles que pour un certain nombre de noyaux pairs-pairs tels que : ^{48}Ca , ^{76}Ge , ^{82}Se , $^{128,130}\text{Te}$, ^{100}Mo , ^{150}Nd , etc..., les cas les plus importants étant en général, ceux pour lesquels les différences des énergies de masse, ou $Q_{2\beta}$, sont les plus grandes possibles ($Q_{2\beta} \approx 2$ à 4 MeV). Outre les transitions fondamentales ($J^\pi = 0^+$) \rightarrow fondamentales (0^+), la

double décroissance β^- peut également se produire vers un état excité du noyau final :

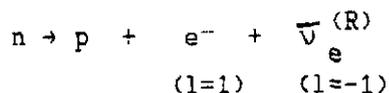


lequel se désexcite par émission d'un photon γ . Nous verrons que l'observation de ce photon peut être utile dans certains dispositifs expérimentaux.

Notons que la double décroissance β est également possible pour les processus suivants : $\beta^+\beta^+$, capture électronique + β^+ ou double capture électronique. Toutefois, pour les transitions énergétiquement possibles, les énergies mises en jeu dans ces trois processus sont faibles (≈ 1 MeV) et par suite les probabilités de décroissances peu probables. Nous ne considérerons donc, dans la suite de cet exposé, que les décroissances $\beta-\beta^-$.

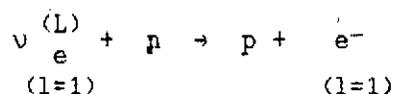
II - RAPPELS THEORIQUES ET DOUBLE DECROISSANCE β^-

Rappelons tout d'abord quelques propriétés de la décroissance β^- :



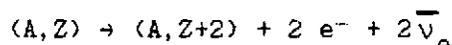
Dans la théorie de Fermi, ou dans le modèle standard de Glashow-Weinberg et Salam, on associe, par convention, un nombre leptonique $l=+1$ à l'électron émis, et un nombre leptonique $l=-1$ à l'antineutrino, de telle façon que le nombre leptonique total soit conservé ($\Delta(L) = 0$,

différence entre la somme des nombres leptoniques avant et après la décroissance). De plus, on sait, par expérience, que l'antineutrino émis possède une polarisation (ou hélicité) droite. Examinons maintenant le cas de la réaction inverse :

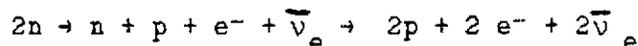


Seule la capture d'un neutrino (l=1, hélicité gauche) par le neutron est théoriquement possible.

Dans un mécanisme simple à deux nucléons, la double décroissance β^- avec émission de neutrinos :

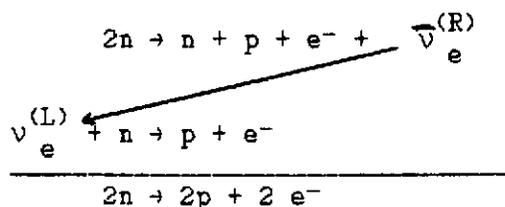


peut alors être considérée comme la désexcitation simultanée de deux neutrons :



La règle de conservation du nombre leptonique ($\Delta(L)=0$) est alors respectée et ce processus $\beta^-\beta^-$ est permis. Par suite, la probabilité de transition (ou la période $T_{1/2}$) peut être calculée au second ordre des perturbations de l'hamiltonien de l'interaction faible.

Dans le même mécanisme la double décroissance β^- sans émission de neutrinos $(A, Z) \rightarrow (A, Z+2) + 2e^-$ peut être considérée comme un processus à deux étapes :



Tout d'abord une décroissance β^- simple d'un premier neutron, suivie de l'absorption du neutrino émis par un deuxième neutron. Il est bien

évident que plusieurs conditions sont nécessaires pour qu'un tel processus ait lieu :

- i) Violation du nombre leptonique puisque $\Delta(L) = 2$
- i') $\nu \equiv \bar{\nu}$ c'est-à-dire que le neutrino et l'antineutrino sont indiscernables. On parle alors de neutrino de type Majorana (Notons que si le neutrino est de Majorana, le nombre leptonique ne peut être défini et les conditions i et i' sont étroitement liées).
- ii) Changement d'hélicité. Cette condition de changement d'hélicité ne peut être réalisée que si le neutrino possède une masse non nulle, et/ou, s'il existe des courants droits, (termes $V + A$), dans l'interaction faible.

La figure 2 (Réf.1) montre les diagrammes de $\beta\beta(0\nu)$ pour les transitions induites respectivement par le terme de masse et par le

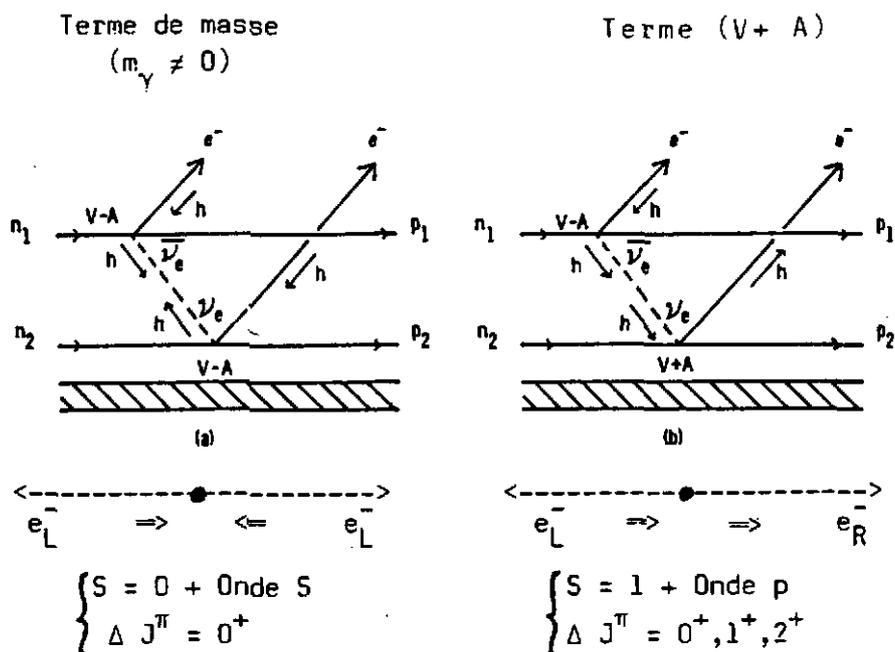


Fig. 2 : Diagrammes pour les deux modes de décroissance double β^- dans le mécanisme à deux nucléons.

terme (V+A). Les flèches correspondent aux hélicités des leptons émis ou absorbés aux différents vertex. En général les états 1^+ ou J^- du noyau final sont d'énergies élevées, donc ne sont pas peuplés dans la transition $\beta\beta(0\nu)$. Par suite on obtient les règles de sélection suivantes :

- i) Les transitions $0^+ \rightarrow 0^+$ peuvent être induites à la fois par le terme de masse et/ou le terme (V+A).
- ii) Les transitions $0^+ \rightarrow 2^+$ ne peuvent être induites que par le terme (V+A)

D'autres mécanismes pour la décroissance $\beta\beta(0\nu)$ ont été envisagés, tels que l'échange de neutrino entre les quarks d'un même nucléon (mécanisme N^*), l'émission d'un Majoron, ou l'échange de bosons de Higgs. L'importance relative de ces différents mécanismes a été étudiée récemment par Doi et al.¹ et Haxton et Stephenson² qui font une revue complète du processus de double décroissance β .

III - HAMILTONIENS ET PERIODES DE DECROISSANCE

L'hamiltonien le plus général utilisé dans la description du processus $\beta^-\beta^-$ est donné par l'expression suivante ^{1,2} :

$$H = - \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} [j_L(J_L^{++} + n_{LR}J_R^+) + j_R(n_{LR}J_L^+ + n_{RR}J_R^+)] + h.c.$$

dans laquelle :

$$j_{L(R)} = \begin{cases} j_{L(R)} = e^- \gamma_\mu (1 \pm \gamma_5) \nu_{L(R)} & \text{est le courant leptonique} \\ j_{L(R)} = \begin{cases} u \gamma_\mu (1 \mp \gamma_5) d \\ \psi_p \gamma_\mu (1 \mp \gamma_5) \psi_n \end{cases} & \text{est le courant hadronique} \end{cases}$$

e^- , ν , u et d , ψ_p et ψ_n représentent respectivement les champs des électrons, neutrinos, quarks, nucléons. L,R définissent respectivement les courants gauche et droit.

Dans cet hamiltonien, si les paramètres de couplages sont annulés ($\eta = 0$) et si la masse du neutrino est nulle ($m_\nu = 0$) on obtient l'hamiltonien standard (V - A) de Glashow-Weinberg et Salam. Pour cet hamiltonien, la décroissance $\beta\beta(0\nu)$ est interdite.

Une première description simple et qualitative du processus $\beta^-\beta^-$ peut s'obtenir en posant: $\eta_{LR} = \eta_{RR} = 0$ et $\eta_{RL} = \eta$. On obtient alors l'hamiltonien de Primakoff et Rosen^{3,4} qui conduit aux périodes suivantes pour les différents processus :

1) processus $\beta\beta(2\nu)$

$$T_{1/2} \approx \frac{3 \cdot 10^{20} \times [\text{coul}] \times [\text{M.E.}]^{-2}}{f_{2\nu}(\epsilon_0)} \approx 10^{18-22} \text{ ans}$$

La demi-vie s'exprime donc en fonction d'un terme coulombien, d'un terme d'espace de phase $f_{2\nu}$ qui ne dépend que l'énergie ϵ_0 disponible dans la transition et d'un élément de matrice nucléaire :

$$M_{\beta\beta} = \langle 0_r^+ || 1/2 \sum_{i,j} \vec{\sigma}(i) \cdot \vec{\sigma}(j) \tau_+(i) \tau_+(j) || 0_i^+ \rangle$$

dans lequel les σ sont les matrices de Pauli et les τ_+ les opérateurs d'isospin. L'évaluation de cet élément de matrice nucléaire représente la plus grande incertitude dans l'expression de la demi-vie, bien que de nombreux calculs, basés sur différents modèles nucléaires, ont récemment été effectués.

Notons que les estimations donnent des périodes de l'ordre de $10^{20 \pm 2}$ ans suivant les cas étudiés.

2) Processus $\beta\beta(0\nu)$; Transition $0_f^+ \rightarrow 0_f^+$ (ou $0_f^+ \rightarrow 0_f^+$ excité)

$$T_{1/2} \approx \frac{2.1 \cdot 10^{15} \times [\text{Coul}] \times [\text{M.E.}]^{-2}}{f_{0\nu}(m_\nu, \eta, \epsilon_0)} \approx 10^{22-24} \text{ ans}$$

on obtient une expression similaire au cas de la décroissance $\beta^-\beta^-$ avec émission de neutrinos. Toutefois, le terme d'espace de phase dépend maintenant des valeurs de la masse du neutrino et du paramètre décrivant le mélange courant droit-courant gauche.

$$f_{0\nu} = m_\nu^2 f_{m_\nu} + m_\nu \eta f_{m_\nu \eta} + \eta^2 f_\eta$$

\downarrow
 terme de
masse

\downarrow
 interférence

\downarrow
 terme (V+A)

Les fonctions f_{m_ν} , $f_{m_\nu \eta}$ et f_η ne dépendent que de l'énergie ϵ_0 de la transition. Ainsi, l'extraction de la valeur de m_ν dépend des valeurs du ou des paramètres η , ainsi que de l'élément de matrice nucléaire. Les estimations conduisent à des demi-vies de l'ordre de 10^{22-24} ans pour une masse de neutrino $m_\nu \approx 3$ eV.

Processus $\beta\beta(0\nu)$; transition $0^+ \rightarrow 2^+$

Comme attendu, l'expression de la demi-vie :

$$T_{1/2} \approx \frac{2.2 \cdot 10^{15} \times [\text{coull}] \times [\text{M.E.}]^{-2}}{\eta^2 f(\epsilon_0)} \approx 10^{22-24} \text{ ans}$$

ne dépend que du paramètre de mélange η .

Ces expressions qualitatives des périodes des différents processus montrent que, du point de vue expérimental, il faut essayer de rechercher les trois décroissances :

- Décroissance $\beta\beta(2\nu)$:

Sa mise en évidence apporte des renseignements importants sur le calcul des éléments de matrice nucléaire. Nous verrons par exemple que dans le cas du ^{82}Se il existe un désaccord d'environ un ordre de grandeur entre l'expérience et les prévisions théoriques.

- *Décroissance $\beta\beta(0\nu)$; transition $0^+ \rightarrow 2^+$:*

Sa mise en évidence implique immédiatement le caractère Majorana du neutrino et l'existence de courants droits dans l'interaction faible.

- *Décroissance $\beta\beta(0\nu)$; transition $0^+ \rightarrow 0^+$:*

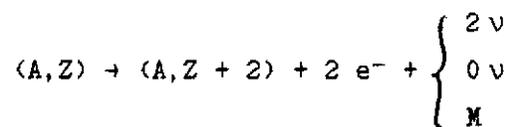
Egalement, sa mise en évidence implique immédiatement le caractère Majorana du neutrino, et donne des contraintes sur la masse du neutrino et les paramètres de mélange courants droit/gauche.

En conclusion, la recherche du processus de décroissance $\beta^-\beta^-(0\nu)$ est tout d'abord un test de la règle de conservation du nombre leptonique. Au-delà, plusieurs questions fondamentales peuvent être abordées :

- i) Est-ce que le neutrino a une masse ? Si oui, pourquoi sa masse est-elle faible par rapport aux autres leptons (e, μ ...) ?
- ii) Les neutrinos sont-ils Dirac ou Majorana ? Y-a-t-il mélanges (voir Réf. 1) entre les neutrinos ?
- iii) Pourquoi la nature favorise-t-elle les courants faibles gauches ? Existe-il une énergie (élevée?) pour laquelle le courant droit apparaît ?

IV - ASPECT EXPERIMENTAL

Nous avons vu que la double décroissance β^- peut se produire essentiellement selon trois processus :



émission de deux neutrinos, sans émission de neutrino, ou émission d'une nouvelle particule, le Majoron. Dans tous les cas, le seul paramètre accessible à l'expérience est l'énergie cinétique des deux électrons. On obtient alors les spectres présentés figure 3. L'émission de deux neutrinos (ou d'un Majoron) conduit à un spectre continu difficile à extraire du bruit de fond expérimental. Par contre, la décroissance

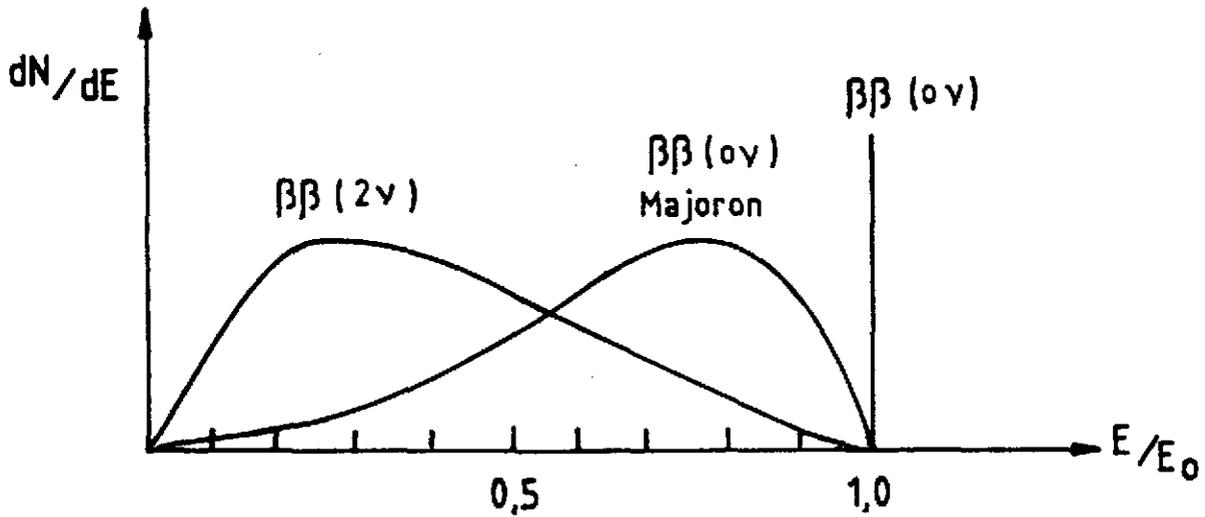


Fig. 3 : Spectres en énergie des deux électrons émis dans les trois processus de double β^- : émission de 2ν , d'un Majoron et sans émission de ν . E est l'énergie cinétique totale des $2 e^-$, E_0 l'énergie maximale disponible.

sans émission de neutrino conduit à une raie discrète, donc à priori plus favorable d'un point de vue expérimental. Toutefois, la période attendue est d'environ trois ordres de grandeur supérieure à la période du processus $\beta^-\beta^-$ avec émission de neutrinos.

Avant d'examiner les différentes expériences, il est important de connaître quelques ordres de grandeur. Examinons le cas de la décroissance ${}^{76}\text{Ge} \rightarrow {}^{76}\text{Se} + 2 e^- + 0\nu$, transition fondamentale ${}^{76}\text{Ge} (0^+) \rightarrow$ fondamentale ${}^{76}\text{Se} (0^+)$:

une période mesurée $T_{1/2} \approx 10^{23}$ ans correspond à $m_\nu \approx 3 \text{ eV}$
 et/ou $\eta \approx 10^{-5}, 10^{-6}$

De plus m_ν et η varient en $1/\sqrt{T_{1/2}}$

C'est-à-dire qu'un gain d'un ordre de grandeur sur la mesure de la période $T_{1/2}$ correspond à un gain d'un facteur ≈ 3 sur les valeurs des paramètres.

Les différentes expériences peuvent être classées en deux catégories :

- 1) les méthodes géochimiques et radiochimiques
- 2) les mesures directes utilisant soit les détecteurs à électrons soit les compteurs gamma.

IV - A. Les méthodes géochimiques

Le principe des méthodes géochimiques est d'extraire d'un échantillon de minerai d'âge connu ($\approx 10^8$ ans) et contenant un certain nombre de noyaux émetteurs $\beta^-\beta^-$ (^{82}Se , $^{128,130}\text{Te}$), la quantité de noyaux fils produits (^{82}Kr , $^{128,130}\text{Xe}$) depuis la formation de ce minerai. Les techniques mises en jeu vont des analyses chimiques à la spectrométrie de masse, laquelle peut atteindre, dans le cas des gaz rares, une grande précision (10^5 à 10^6 noyaux/g d'échantillon).

Les méthodes géochimiques présentent toutefois un certain nombre d'inconvénients. Tout d'abord ce sont des mesures inclusives, c'est-à-dire que l'on mesure la somme des divers processus 2ν , 0ν , états excités, Majoron, etc... La période de décroissance est directement proportionnelle à l'âge du minerai, ce qui implique une détermination précise de cet âge. Il est nécessaire de bien connaître l'histoire du minerai qui peut avoir subi des alterations hydrothermiques ou des phénomènes de recristallisation. Enfin, il faut estimer l'effet du rayonnement cosmique, des neutrons, etc... sur le minerai.

Néanmoins, de nombreuses mesures sur différents minerais ont été réalisées depuis environ quarante ans et la compilation des résultats montre une évidence pour le processus $\beta^-\beta^-(2\nu + \dots)$ dans le cas des isotopes ^{82}Se et ^{130}Te .

Les résultats les plus récents sont donnés dans le tableau 1.

Transition	Heidelberg Réf. 5	Missouri Réfs. 6,7
$^{82}\text{Se} \rightarrow ^{82}\text{Kr}$	$(1.30 \pm 0.05)10^{20}$	$1.5 \cdot 10^{20}$
$^{130}\text{Te} \rightarrow ^{130}\text{Xe}$	$(1.63 \pm 0.14)10^{21}$	$(1.0 \pm 0.3)10^{21}$
$^{128}\text{Te} \rightarrow ^{128}\text{Xe}$	$\geq 8 \cdot 10^{24}$	$2 \cdot 10^{24}$

Un avantage intéressant des techniques géochimiques est de pouvoir mesurer le rapport des probabilités de décroissance des deux isotopes du Te, le 128 et le 130. On peut alors écrire :

$$R = \frac{\lambda(^{130}\text{Te})}{\lambda(^{128}\text{Te})} = \frac{\lambda(0\nu) + \lambda(2\nu)}{\lambda'(0\nu) + \lambda'(2\nu)} = \frac{\lambda(2\nu)}{\lambda'(2\nu)} \times \left[\frac{1 + \lambda(0\nu)/\lambda(2\nu)}{1 + \lambda'(0\nu)/\lambda'(2\nu)} \right]$$

\uparrow \uparrow
 R (Exp) R (Théorie)

Toute déviation du rapport expérimental comparé au rapport théorique calculé en supposant une décroissance $\beta^-\beta^-(2\nu)$ est alors une évidence de l'existence du processus $\beta\beta(0\nu)$. Cette procédure minimise les erreurs systématiques dans l'expérience et minimise les effets des éléments de matrice nucléaires (on suppose en fait que $|M_{GT}|^{128} = |M_{GT}|^{130}$). Les rapports théoriques attendus sont :

$$R_{Th} \approx 5000 \quad \text{si } \beta^-\beta^-(2\nu) \text{ uniquement}$$

$$R_{Th} \approx 25 \quad \text{si } \beta\beta(0\nu) \text{ uniquement}$$

A l'heure actuelle les deux rapports expérimentaux :

$$R_{Exp} \geq 4900 \quad \text{Heidelberg} \quad \text{Réf. 5}$$

$$R_{Exp} \geq 2000 \quad \text{Missouri} \quad \text{Réfs. 6,7}$$

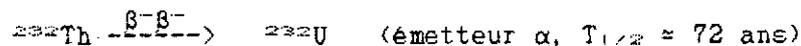
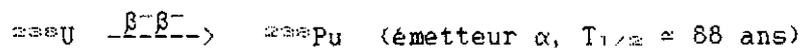
sont contradictoires, le résultat de Heidelberg semblant exclure l'existence du processus de $\beta\beta(0\nu)$.

L'ensemble de ces mesures géologiques, compte tenu des incertitudes sur les éléments de matrice nucléaires, implique une contrainte sur la masse du neutrino :

$$m_{\nu} < 9 \text{ eV} \quad (\text{si } n = 0)$$

IV - B. Mesures radiochimiques

Des études de faisabilité d'expériences radiochimiques sur les décroissances suivantes :



ont été publiées par Haxton et al. en 1983 (Réf. 8). Mais jusqu'à présent aucun résultat n'a été publié.

IV - C. Expériences utilisant les compteurs β^-

Toutes les expériences utilisant les compteurs β^- sont basées essentiellement sur le même principe : une source, constituée d'une feuille très mince de matériel enrichi (^{62}Se , ^{100}Mo , ^{150}Nd , ^{130}Te) placée en sandwich entre deux détecteurs β^- . Le groupe de Baksan utilise des scintillateurs plastiques, le groupe d'Osaka des détecteurs Si(Li). L'expérience la plus sensible semble être actuellement celle de Moe et al.^{9,10} utilisant une chambre TPC placée dans un champ magnétique (voir fig. 4) et remplie d'un mélange d'hélium et de propane. La source est une feuille de 14 g de ^{62}Se enrichi à 97 %. La résolution spatiale est d'environ 5 mm, la résolution en énergie de l'ordre de 13 %. L'ensemble est entouré d'une chambre proportionnelle 4π contre le rayonnement cosmique, et d'un blindage de 10 cm de Pb contre la radioactivité naturelle. L'intérêt de cette technique est de pouvoir visualiser les événements et de reconstruire, à partir du vertex de désintégration, les hélices correspondant aux trajectoires des électrons. Bien que quelques problèmes de bruit de fond restent à résoudre, le dernier résultat publié¹⁰ $T_{1/2} > 1.0 \cdot 10^{20}$ ans est

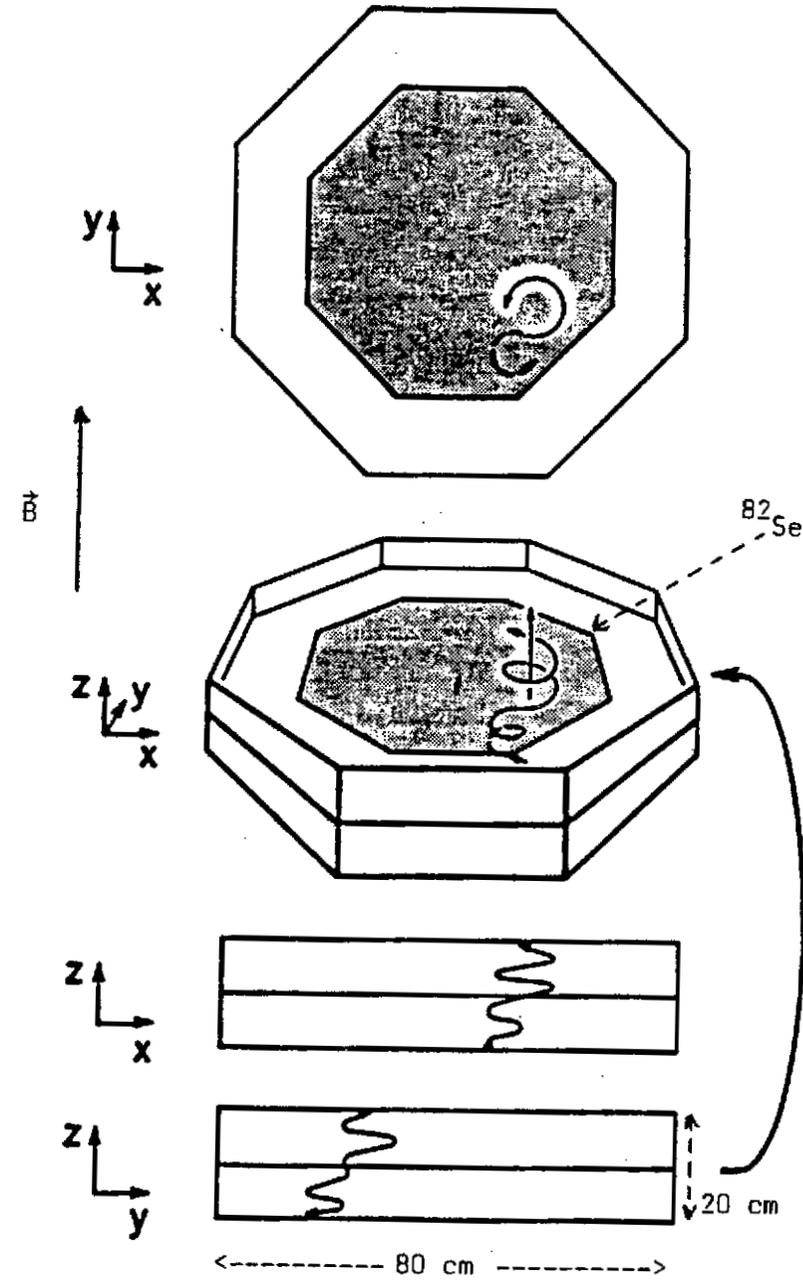


Fig. 4 : Dispositif expérimental utilisé par Moe et al. (Réfs. 9,10)

particulièrement intéressant puisqu'il est maintenant en accord avec les mesures géochimiques ($T_{1/2}(2\nu) \approx 1.3 \cdot 10^{26}$ ans). Pendant longtemps un désaccord d'environ un facteur 10 existait entre les mesures directes et les mesures géochimiques, et par suite rendait très difficile toute comparaison avec les éléments de matrices nucléaires. Pour la décroissance $\beta\beta^-$ $^{76}\text{Se} \rightarrow ^{76}\text{Kr}$, ces éléments de matrice ont été calculés à partir de différents modèles nucléaires et les résultats prédisent une période $T_{1/2} \approx 1,5$ à $3,3 \cdot 10^{26}$ ans. Si les prédictions théoriques semblent maintenant compatibles entre elles, il reste encore un désaccord d'un facteur 5 à 10 avec les résultats expérimentaux. Notons que l'expérience de Moe et al. permet également, en regardant les événements d'énergie voisine du $Q_{\beta\beta}$, de mettre une limite sur le processus $\beta\beta^-(0\nu)$: $T_{1/2}(0\nu) > 7 \cdot 10^{21}$ ans, ce qui conduit à une limite d'environ 10 eV sur la masse du neutrino.

V - EXPERIENCES UTILISANT LES DETECTEURS Ge : CAS DU ^{76}Ge

Actuellement, la plupart des mesures directes sont basées sur les propriétés d'un cristal de Germanium qui peut à la fois être émetteur $\beta\beta^-$ et détecteur d'électrons. Dès 1972 le groupe de Milan réalisait une première expérience avec un détecteur Ge et donnait une limite $T_{1/2} > 5 \cdot 10^{21}$ ans pour le processus $\beta\beta(0\nu)$. L'idée de base est donc d'utiliser un cristal de Ge comme calorimètre pour les deux électrons émis, comme schématisé figure 5. Le germanium naturel contient 7,8 % de

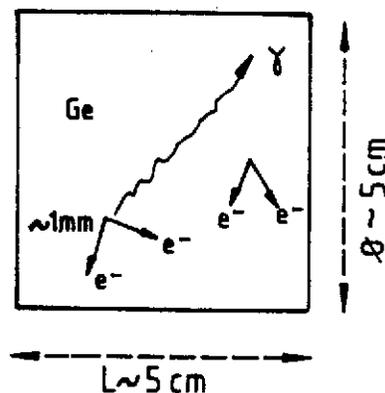


Fig. 5 : Caractéristiques d'un cristal standard de Ge, et schématisation du processus $2\beta(0\nu)$ avec ou sans émission de photon.

^{76}Ge qui est émetteur $\beta\text{-}\beta^-$ selon le schéma de la fig. 6. Rappelons pour fixer les idées, qu'un cristal de Ge naturel de 100 cm^3 contient environ $3,5 \cdot 10^{23}$ noyaux de ^{76}Ge . Si l'on veut atteindre une période de 10^{23} ans, cela correspond à $\approx 2,5$ désintégrations $\beta\text{-}\beta^-$ (0V) par an !

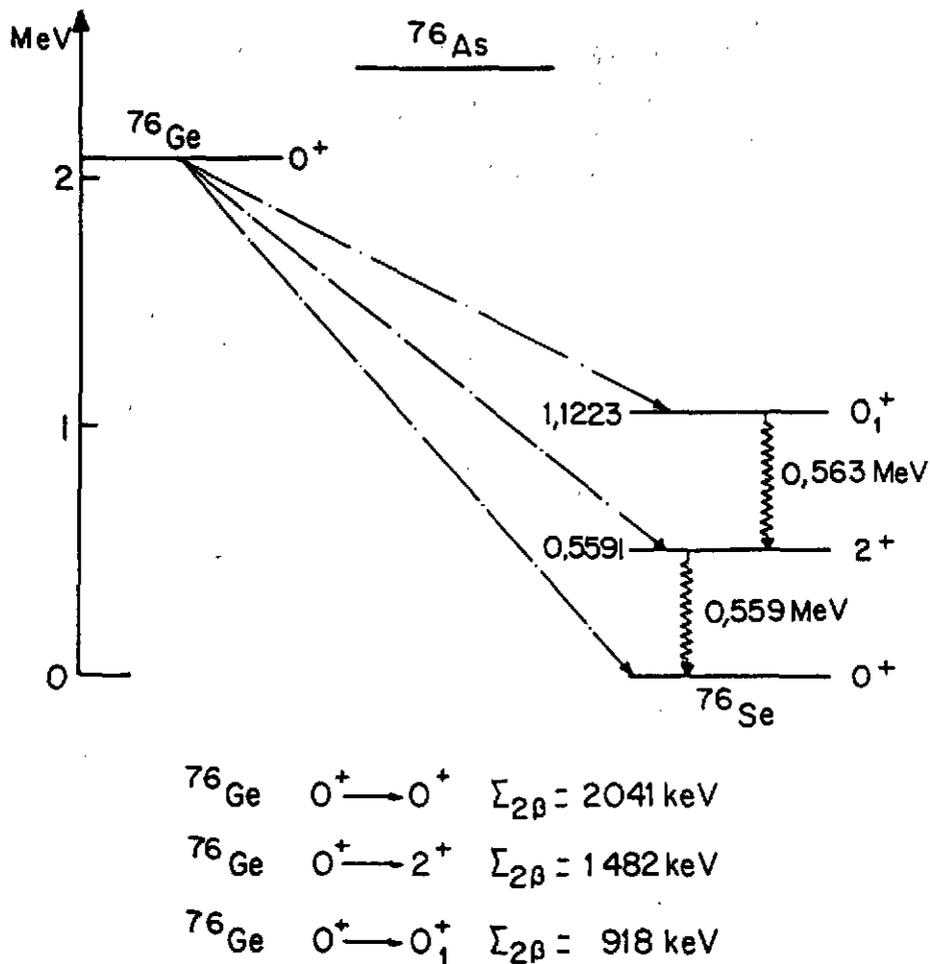


Fig. 6 : Schéma de désexcitation 2β du noyau ^{76}Ge

Les principaux avantages des expériences basées sur le ^{76}Ge sont d'une part la très bonne résolution en énergie ($\Delta E/E \approx 2\text{ keV}$ à $1,33\text{ MeV}$) et d'autre part une efficacité de détection des β^- émis strictement égale à 1. En contre partie, ces expériences sont à très faible taux de comptage (quelques événements par an pour $T_{1/2} \approx 10^{23}$ ans) et le pic

associé à la désexcitation $\beta\beta(0\nu)$, d'énergie 2,041 MeV, est mélangé avec le fond continu produit par la radioactivité naturelle et le rayonnement cosmique. Rappelons que si un cristal de Ge est un excellent détecteur d'électrons, c'est également un très bon détecteur de rayonnements gamma.

IV - A. Détecteurs Ge en direct

Une première série d'expériences utilise les détecteurs Ge en direct. Vu le très faible taux de comptage attendu, il s'ensuit une étude très poussée des sources de bruit de fond. La figure 7 montre un spectre typique d'un détecteur Ge "standard" (non bas bruit de fond) enregistré au niveau de la mer, sans blindage extérieur, en quelques heures de statistique. On remarque tout d'abord, à haute énergie, un fond continu essentiellement produit par le rayonnement cosmique, puis différentes raies γ qui, par effet Compton, donnent également un fond continu très important. Par exemple, le signal attendu à 2,041 MeV, de quelques événements/an, est complètement noyé dans le fond mesuré (voir encart fig. 7) de quelques dizaines d'événements/heures ! Ces raies proviennent de la radioactivité naturelle (chaînes d'U, Th et du ^{40}K) et de la radioactivité artificielle (^{60}Co , ^{137}Cs).

Pour gagner en sensibilité, les solutions généralement adoptées sont tout d'abord de réaliser l'expérience dans un laboratoire souterrain afin de diminuer ou supprimer le flux de rayonnement cosmique (et les neutrons associés), de placer le détecteur Ge dans un blindage passif (en général Cu + Pb) et enfin de sélectionner tous les matériaux entrant dans la composition du détecteur et du blindage pour leur absence ou leur très faible taux de radioactivité naturelle. La figure 8 montre une série de spectres Ge directs obtenus par le groupe¹² d'Avignone dans différentes conditions expérimentales. On peut tout de suite remarquer qu'à l'énergie attendue pour la raie $\beta\beta(0\nu)$ (≈ 2 MeV), le fond a été diminué d'environ 4 ordres de grandeur.

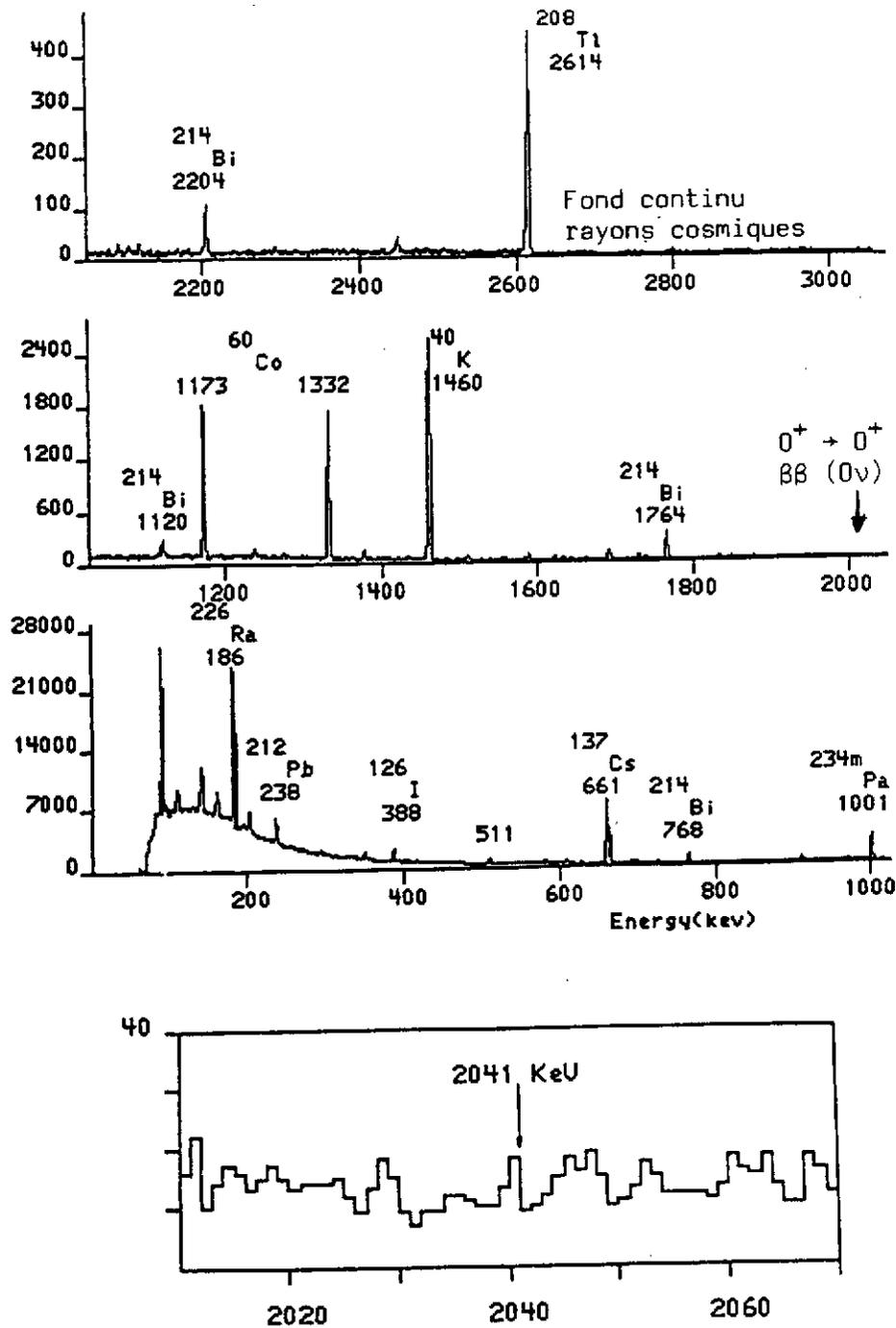


Fig. 7 Spectre de bruit de fond d'un Ge standard; sans blindage extérieur, enregistré dans un laboratoire situé "au niveau de la mer". Statistique \approx 6 heures. En encart et représenté le bruit de fond dans la région de 2041 keV où le signal 2β est attendu.

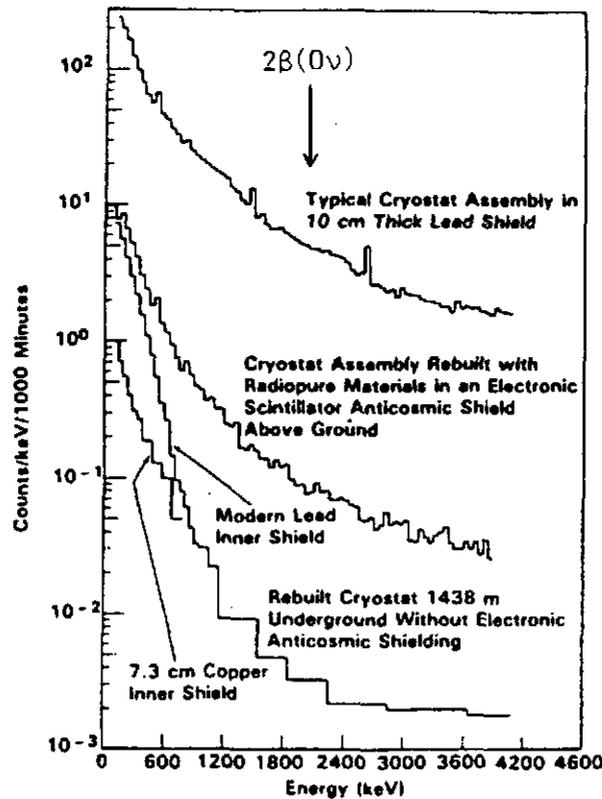


Fig. 8 Spectres directs de détecteurs Ge mesurés par le groupe de Battelle-Carolina^{1,2} dans différentes conditions de blindage et pour différents cryostats.

Jusqu'à présent, aucune raie n'a été observée à $E_{BB} \approx 2041$ keV correspondant à la transition ${}^{76}\text{Ge}(0^+) \rightarrow {}^{76}\text{Se}(0^+)$. Les limites obtenues sur la période sont $T_{1/2} > 10^{23}$ ans et impliquent les contraintes suivantes :

$$m_\nu \leq 5 \text{ eV}$$

$$\eta \leq 3 \cdot 10^{-6}$$

Notons que le meilleur rapport signal/bruit obtenu est $\approx 1/3$ et des mesures de caractérisation des matériaux sont toujours en cours pour améliorer ce rapport.

Remarque 1

La figure 9, extraite d'une analyse effectuée par la collaboration Battelle-Carolina, montre les spectres obtenus dans six expériences

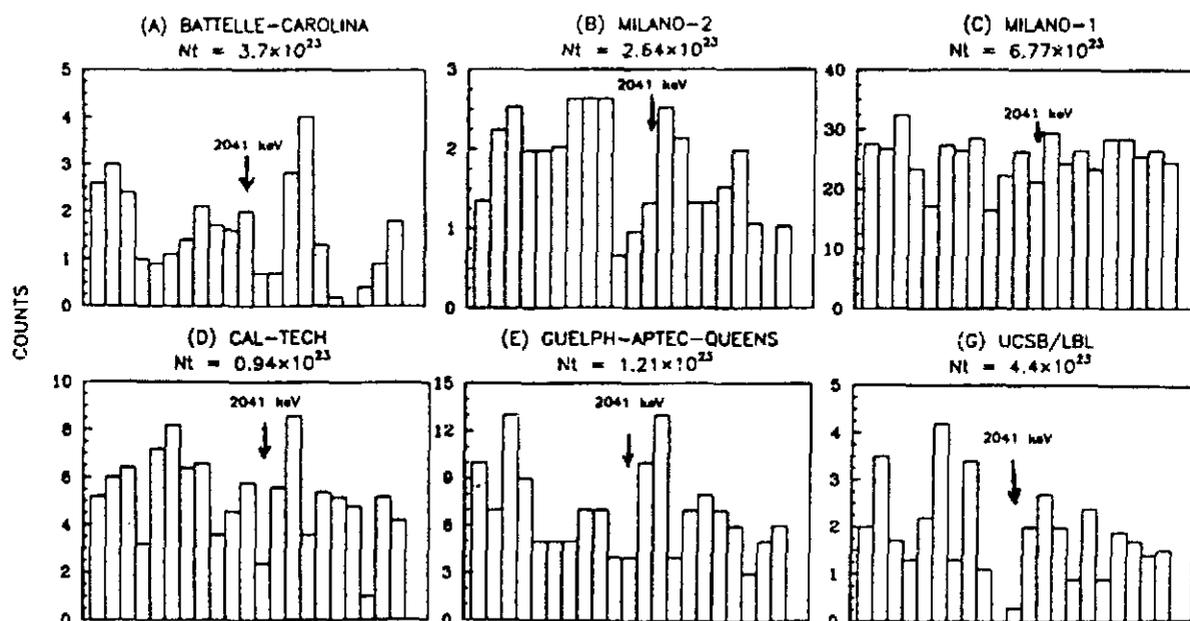


Fig. 9 Spectres Ge directs obtenus dans 6 expériences récentes et ajustés à 1 keV par canal. Figure extraite de la réf. 12.

récentes au voisinage du signal de $\beta\beta(0\nu)$. Si aucune raie n'est visible à l'énergie 2041 keV, on peut se demander s'il n'existe pas un pic à une énergie légèrement supérieure, c'est-à-dire vers 2045 keV ?

Remarque 2

Par déconvolution des spectres Ge (c'est-à-dire par soustraction des pics et des fonds Compton associés), on peut obtenir une limite sur le processus $\beta\beta(2\nu)$. La valeur obtenue, $T_{1/2} > 8 \cdot 10^{20}$ ans se rapproche des estimations théoriques situées entre 2 et 20 10^{20} ans.

On peut également mettre une limite sur la décroissance $\beta\beta^-$ avec émission de Majoron. La valeur obtenue, $T_{1/2} > 6 \cdot 10^{20}$ ans permet d'en déduire une limite $< 10^{-3}$ sur le couplage neutrino-Majoron.

V - B. Détecteur Ge en coïncidence avec des scintillateurs NaI

L'idée principale de ces expériences est d'étudier les désexcitations $\beta\beta^-$ vers les états excités du noyau final ^{76}Se (voir fig. 6) en réalisant une coïncidence entre les deux électrons émis, détectés par le cristal de Ge, et le photon γ de désexcitation, détecté par une couronne extérieure de scintillateurs NaI. La condition de coïncidence avec

sélection en énergie sur le photon émis permet d'améliorer le rapport signal/bruit.

Le dispositif expérimental utilisé par la collaboration Bordeaux-Saragosse-Strasbourg est schématisé fig. 10. Il comprend un ensemble de

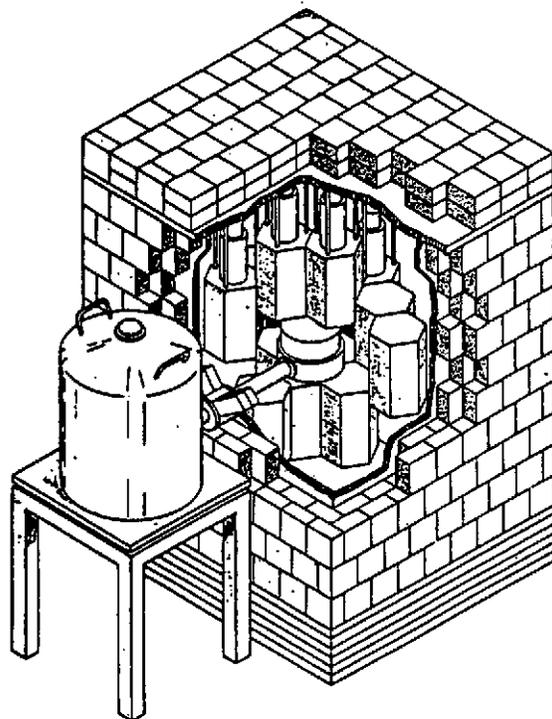


Fig. 10 Dispositif expérimental de la Collaboration Bordeaux-Saragosse-Strasbourg.

4 détecteurs Ge de 100 cm^3 chacun placés dans un même cryostat et entourés, dans une géométrie 4π , par 19 scintillateurs NaI de gros volume (ϕ 135 cm x L 204 cm). Le tout est placé dans un blindage passif de 2,5 cm de Cu (OFHC) et de 10 cm de Pb, et situé dans le Laboratoire Souterrain de Modane (couverture de ≈ 1800 m de roches).

Pour la transition $\beta\beta(0^-)$, $^{76}\text{Ge}(0^+) \rightarrow ^{76}\text{Se}(2^+)$, aucune raie n'a été observée à l'énergie attendue $E_{22}(2^+) = Q_{22} - E_x = 1481.6 \text{ keV}$. Les limites obtenues par les groupes utilisant la technique des coïncidences sont :

Bordeaux-Saragosse-Strasbourg	$T_{1/2} > 3,6 \cdot 10^{22} \text{ ans}$ (4270 h. - 400 cm^3)
Osaka ¹⁴	$T_{1/2} > 6 \cdot 10^{22} \text{ ans}$ (8000 h. - 171 cm^3)
LBL- Santa Barbara ¹⁵	$T_{1/2} > 8 \cdot 10^{22} \text{ ans}$ (5000 h. - 990 cm^3)

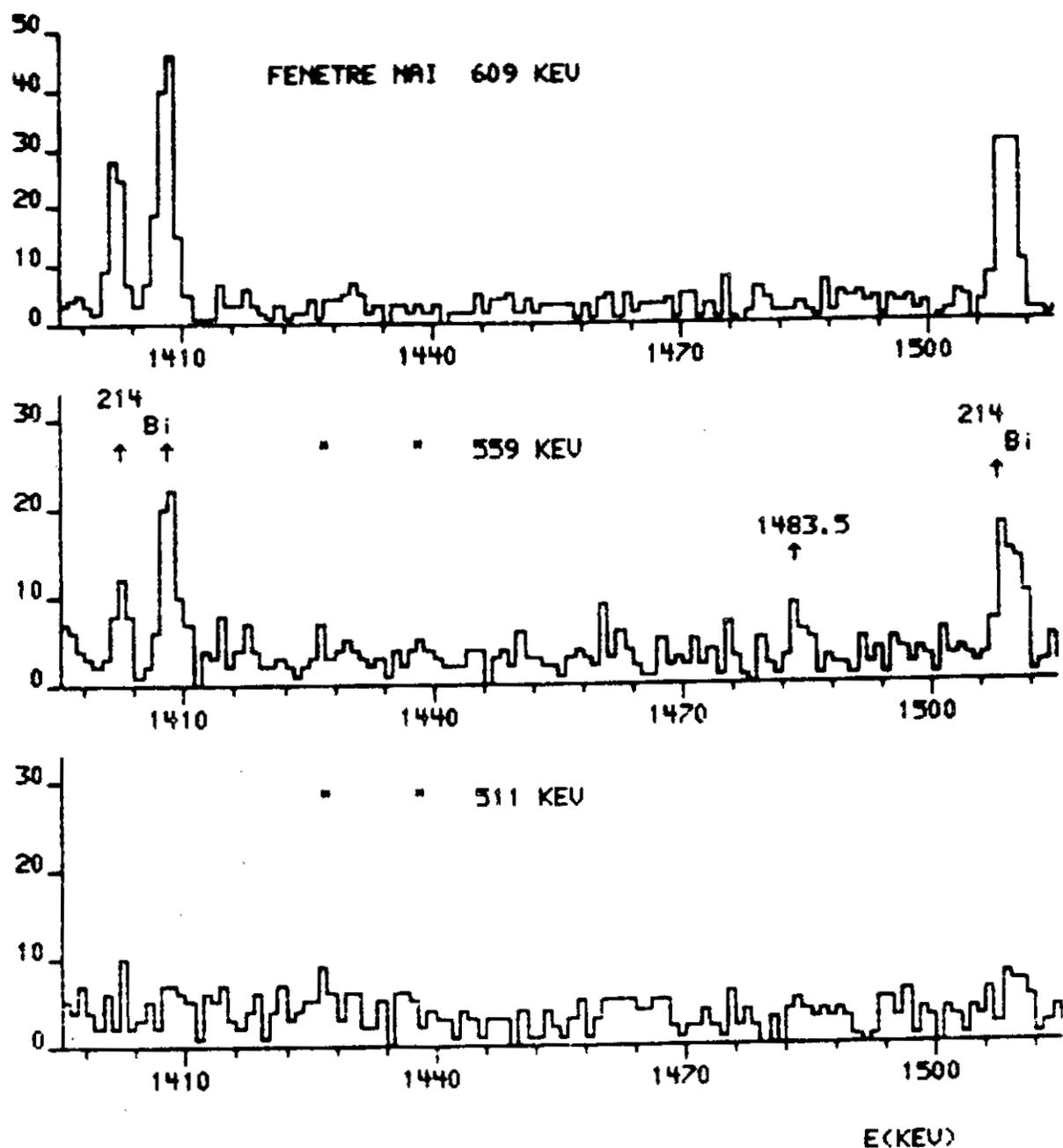


Fig. 11 Spectres partiels du quadridétecteur Ge en coincidence avec les scintillateurs NaI. Trois différentes fenêtres en énergie sur les NaI sont montrées, respectivement 609 keV, 559 keV et 511 keV. La largeur des fenêtres NaI est de 70 keV.

La figure 11 montre les spectres partiels (temps de statistique = 4270 h.) des détecteurs Ge en coïncidence avec trois différentes fenêtres en énergie sur les compteurs NaI. Le spectre Ge correspondant à la fenêtre NaI centrée à 559 keV (énergie du photon γ $2^+ \rightarrow 0^+$ du ^{76}Se) montre nettement une "accumulation" d'événements à l'énergie $E_\gamma = 1483,5$ keV, "accumulation" qui disparaît sur les spectres Ge en coïncidence avec les fenêtres NaI centrées à des énergies voisines, respectivement 511 et 609 keV. Jusqu'à présent, aucune explication n'a pu être trouvée sur l'existence d'une cascade γ $1483,5 \pm 0,5 - 559 \pm 20$ keV autre qu'un signal $\beta\beta(0\nu)$. Toutefois, l'énergie $1483,5 \pm 0,5$ keV est supérieure de 1,9 keV à l'énergie attendue $1481,6 \pm 0,5$ keV calculée à partir de la valeur $Q_{2\beta}$ mesurée au spectromètre de masse par Ellis et al.¹⁶. Ces résultats doivent encore être considérés comme préliminaires, l'expérience étant toujours en cours d'acquisition et d'analyse.

V - C. Améliorations des expériences Ge

La sensibilité (ou rapport signal/bruit) des expériences Ge peut s'exprimer comme :

$$S \approx \frac{\epsilon \times \lambda N \times T}{2 \times \Delta E \times B \times T}$$

où : λN est l'activité $\beta\beta(0\nu)$, T le temps de statistique ,
 ϵ l'efficacité de détection, ΔE la résolution (FWHM) en énergie du détecteur Ge ($\approx 2 \Delta E$ la largeur à la base du pic analysé) et B le bruit de fond en coups/keV x h.

Pour la transition $0^+ \rightarrow 0^+$ l'efficacité est constante, égale à 1. Pour la transition vers l'état excité $J^\pi = 2^+$, l'efficacité de détection (≈ 20 % dans notre expérience) est limitée par l'autoabsorption du photon de 559 keV dans le cristal de Ge, et par l'absorption de ce photon dans les différents matériaux situés entre le cristal de Ge et

les scintillateurs NaI. Une efficacité de détection de l'ordre de 30 % devrait pouvoir s'obtenir par un choix de matériaux de faible Z.

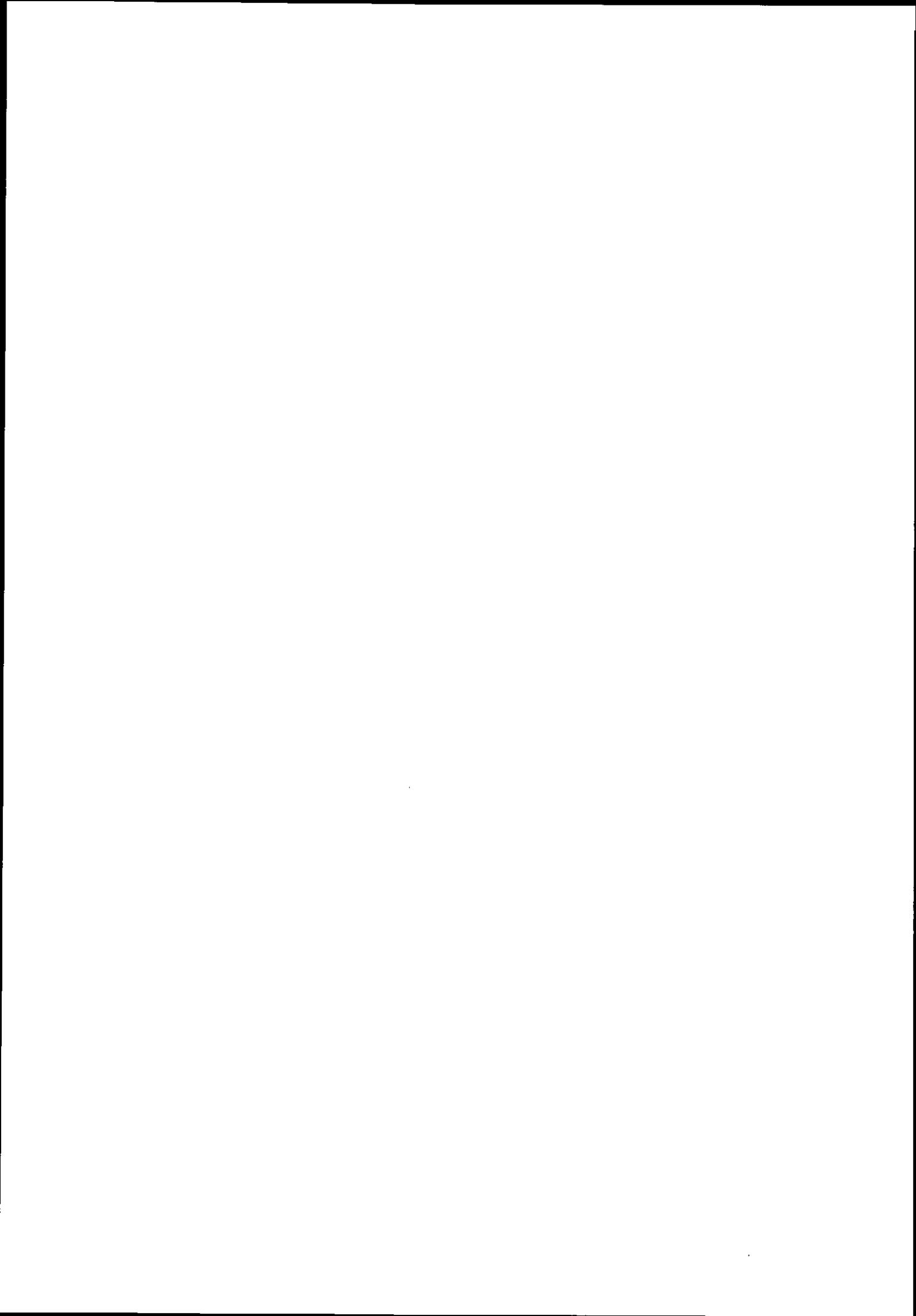
- L'activité λN dépend du nombre et du volume des détecteurs Ge. Un gain d'environ un facteur 2 est envisageable (par exemple 8 détecteurs Ge de 100 cm³ chacun), mais complique toutefois les problèmes de géométrie et d'absorption.
- La résolution en énergie est un paramètre important, actuellement de 2,4 keV pour un photon de 1,5 MeV, et devrait pouvoir être maintenue à ≈ 2 keV, même sur une période de statistique très longue (≈ 12 mois).
- Enfin, le paramètre le plus important est le bruit de fond. L'effet du rayonnement cosmique apparaît être négligeable si l'expérience est placée dans un laboratoire souterrain suffisamment profond. L'effet de la radioactivité naturelle est plus délicat à résoudre puisqu'il implique un choix des différents matériaux, donc des mesures très longues. De nouvelles composantes de bruit de fond peuvent également apparaître telles que : i) la radioactivité α au niveau des contacts électrique sur le cristal de Ge, découverte lors des premiers essais de bruit de fond au Laboratoire Souterrain de Modane, ii) les rayonnements γ radiogéniques, c'est-à-dire produits par le rayonnement cosmique sur différents matériaux avant leur utilisation dans un laboratoire souterrain. Une étude très poussée de ces phénomènes devrait pouvoir faire gagner un à plusieurs ordres de grandeur sur le bruit de fond.
- Une amélioration évidente serait de réaliser un détecteur à partir de Ge enrichi (70 à 90 %) en isotope 76. Un tel détecteur augmente le signal d'un ordre de grandeur pour un bruit de fond similaire au détecteur en Ge naturel.

VI - AUTRES PROJETS

De nombreuses expériences $\beta\beta^-$ sont actuellement en cours d'étude ou de réalisation. Citons rapidement les compteurs proportionnels à Xe, les chambres TPC à Xe, un détecteur à Xe solide, une expérience d'ionisation résonnante par laser, et la calorimétrie à basse température. Une description détaillée de ces expériences peut être trouvée dans les "Proceedings International Conference on Nuclear Beta Decays and Neutrino, Osaka, 1986".

Références

- 1) Doi et al. - Progress of Theor. Phys., Suppl. N° 83 (1985)
- 2) W.C. Haxton and G.J. Stephenson - Prog. in Part. and Nucl. Phys 12(1984) 409
- 3) H. Primakoff and S.P. Rosen - Phys. Rev. 184 (1969) 1925
- 3) S.P. Rosen - Proceedings ATP Conference, Science Underground, Los Alamos, 1982
- 5) T. Kirsten et al. - Proceedings Internat. Conf. on Nuclear Beta Decays and Neutrino, Osaka, 1986
- 6) W.J. Lin et al. - Nucl. Phys. A 457 (1986) 285
- 7) O.K. Manuel - Proceedings Internat. Conf. on Nuclear Beta Decays and Neutrino, Osaka, 1986
- 8) W.C. Haxton et al. - Phys. Rev. C 28 (1983) 467
- 9) M.K. Moe - Proceedings Internat. Conf. on Nuclear Beta Decays and Neutrino, Osaka, 1986
- 10) S.R. Elliot et al. - Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 2582
- 11) E. Fiorini et al. - Nuovo Cimento 13A (1973) 747
- 12) F.T. Avignone et al. - Phys. Rev. C 34 (1986) 666
- 13) A. Morales et al. - Proceedings Internat. Conf. on Nuclear Beta Decays and Neutrinos, Osaka, 1986
- 14) H. Ejiri et al. - to be published
- 15) D.O. Caldwell - Proceedings Internat. Conf. on Nuclear Beta Decays and Neutrino, Osaka, 1986
- 16) R.J. Ellis et al. - Phys. Lett. 136B (1984) 146
Nucl. Phys. A 435 (1985) 34
- 17) Ph. HUBERT et al. - Nucl. Instr. and Meth. A 252 (1986) 87



PHYSIQUE DES PARTICULES : LA QUETE DE LA SYMETRIE

G. GIRARDI

LAPP, Annecy-le-Vieux

Nous présentons un panorama de l'utilisation des symétries de jauge en physique des particules. L'exposé a été volontairement débarrassé des aspects techniques. Nous mettons l'accent sur la démarche logique conduisant aux concepts de grande unification et de supersymétrie qui sont développés aux sections 2 et 3. Dans la dernière section nous entrouvrons la porte aux théories de Kaluza-Klein, formulées dans des espaces à plus de quatre dimensions et qui pourraient conduire à La Théorie Unifiée.

We present an overview of the use of gauge symmetries in particle physics. The lecture was, deliberately, cleared of technical aspects. We emphasize the logical steps which lead to the concepts of Grand Unification and Supersymmetry which are developed in sections 2 and 3. In the final section, we set ajar the door to Kaluza-Klein theories, formulated in spaces with more than 4 dimensions and might lead to The Unified Theory.

1. INTRODUCTION

Les symétries physiques, la théorie des groupes et la physique des particules sont très étroitement liées dans l'approche moderne d'une théorie unificatrice des interactions fondamentales. Le rôle des symétries est crucial car toute invariance d'un système physique conduit à des quantités conservées et à des relations entre "constantes" physiques, ce qui simplifie la description et augmente le pouvoir prédictif du modèle théorique pour le système en question. Ainsi l'invariance (géométrique) de Poincaré conduit à la conservation de l'impulsion-énergie et du moment angulaire, de même l'invariance (Dynamique) sous un groupe de jauge produit un certain nombre de courants (et donc de charges quantiques) conservés associés aux générateurs du groupe qui sont non-brisés. Dans le même ordre d'idées, quand on constate une loi de conservation approchée, la démarche naturelle est d'y associer une symétrie brisée ; le paramètre de brisure étant une perturbation de la situation symétrique. Une telle situation est illustrée par la classification $SU(3)$ des hadrons : ceux-ci se rangent bien dans des représentations irréductibles du groupe, formant des multiplets. Mais, à l'intérieur de chaque multiplet, la dégénérescence en masse est levée par la brisure de la symétrie $SU(3)$.

Notre description du monde des particules a connu ces quinze dernières années un grand bouleversement qui a culminé en 1983 avec la découverte des bosons intermédiaires W^{\pm} et Z^0 au collisionneur du CERN. Jusqu'aux environs de 1970, les interactions faibles et fortes étaient décrites de façon phénoménologique à l'aide de "modèles". La construction des théories de jauge locales et la preuve de la renormalisabilité de leur développement perturbatif ont érigé le principe de l'invariance de jauge locale en dogme. De fait, il apparaît aujourd'hui que la description des interactions faibles et électromagnétiques par une symétrie de jauge de $SU(2) \times U(1)$ soit très proche de la réalité. Pour les interactions fortes la situation a été radicalement changée par la découverte de la liberté asymptotique. On s'est en effet aperçu que dans les théories renormalisables les constantes de couplage ne sont pas constantes, mais évoluent lentement avec l'énergie du processus étudié. Plus remarquable, on a montré que si le groupe était non abélien, les couplages diminuaient quand on augmente l'énergie. La chromodynamique quantique basée sur le groupe $SU(3)$ de couleur entre parfaitement dans ce cadre et la propriété de liberté asymptotique - couplage faible à haute énergie - justifie à posteriori le modèle des partons et un traitement perturbatif de l'interaction forte dans les collisions "dures". En outre, cette évolution des couplages permet d'envisager d'unifier à très haute énergie des forces qui, à basse énergie, se caractérisent par des couplages très différents.

Les théories de jauge locales sont également très esthétiques, car l'invariance locale implique l'existence de champs de jauge (champs vectoriels) de masse nulle qui sont les médiateurs de l'interaction. Ainsi l'invariance locale de l'Electrodynamique Quantique sous les transformations de jauge $U(1)$ (rotation par une phase $e^{i\alpha(x)}$) introduit naturellement le

champ du photon et le couplage minimal de la matière au champ électromagnétique

$$\begin{aligned} \partial_\mu &\rightarrow \partial_\mu - ieA_\mu \\ p_\mu &\rightarrow p_\mu - eA_\mu \end{aligned} \tag{1.1}$$

Dans le cas d'un groupe non abélien, on obtient autant de bosons de jauge de masse nulle qu'il y a de générateurs du groupe (n^2-1 pour $SU(n)$). En chromodynamique quantique qui décrit l'interaction forte comme théorie de jauge locale de groupe de structure $SU(3)$, on a ainsi un octet de gluons qui sont les vecteurs de l'interaction entre les quarks qui sont des triplets de couleur. Fait notable, les gluons étant colorés ils peuvent se coupler entre eux, ce qui n'est pas le cas du photon qui est de charge nulle et ne peut pas se coupler à d'autres photons directement. Cette situation est générale, pour les groupes de jauge non abéliens le Lagrangien contient des termes d'interaction entre bosons de jauge.

Les expériences conduites à PETRA et les évidences pour les couplages à 3 gluons sont une confirmation éclatante de la démarche adoptée.

2. GRANDE UNIFICATION

2.1 Le modèle standard

Jusqu'aux énergies du collisionneur du CERN ($E \sim 500$ GeV) le modèle $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ donne une description très correcte de ce qui est observé, pour les interactions fortes et électrofaibles. Les champs de matière connus (particules élémentaires) se rangent de façon harmonieuse en 3 "familles" qui ont la composition suivante :

$$(u, d, e, \nu_e) \quad (c, s, \mu, \nu_\mu) \quad (t, b, \tau, \nu_\tau)$$

Sous le groupe $G = SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ chaque famille admet la décomposition suivante : quarks et leptons gauches sont des doublets sous $SU(2)$ alors que leurs partenaires droits sont des singlets de ce groupe. Pour le groupe de couleur $SU(3)$, les quarks gauches et droits sont des triplets et des antitriplets alors que les leptons sont des singlets. (On notera L et R l'hélicité gauche ou droite). Pour une famille

$SU(2)$	$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^1$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^2$	$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L^3$
	e_R^-	u_R^1 d_R^1	u_R^2 d_R^2	u_R^3 d_R^3
		$SU(3)$		

Pour résumer le contenu d'une famille en $SU(3) \times SU(2)$ (on n'indique pas l'hypercharge du $U(1)$)

$$(3,2) + 2(\bar{3},1) + (1,2) + (1,1)$$

$$q_L \quad q_R \quad l_L \quad \nu_L \quad l_R$$

soit 15 états d'hélicité.

A côté des champs de matière nous trouvons des champs de jauge associés aux groupes de symétrie et des bosons de Higgs décrivant la brisure de $SU(2) \times U(1)$ en $U_{em}(1)$. On a respectivement 8 gluons pour $SU(3)$ couleur, 3 bosons vecteurs faibles W_1, W_2, W_3 et un boson intermédiaire jaugeant l'hypercharge, B , pour $SU(2) \times U(1)$. Tous sont sans masse tant que les symétries sont exactes. La brisure du $SU(2) \times U(1)$ se fait spontanément par l'introduction d'un doublet de particules de Higgs. Les bosons W_1, W_2 deviennent massifs (états physiques W^\pm) et les W_3 et B se mélangent pour donner le photon ($m=0$) et le Z_0 ($m_Z = m_W / \cos\theta_W$) - l'angle θ_W est l'angle de mélange entre les états W_3 et B , c'est ici un paramètre, il n'est pas fixé par la théorie. Donc en ce qui concerne les interactions électrofaibles, on a un cadre unificateur mais pas de réelle unification car la structure en produit direct $SU(2) \times U(1)$ implique 2 couplages indépendants. La découverte des bosons Z^0 et W^\pm au SPS du CERN a fourni une confirmation éclatante de la description des interactions électrofaibles par le modèle de G-W-S.^{*} De la même façon, la Chromodynamique Quantique décrit de façon très correcte les collisions "dures" entre hadrons. Cependant il y a encore trop de paramètres libres dans le modèle $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, environ une vingtaine (3 couplages, 10 masses, 3 angles de mélange de quarks, 1 phase CP et 2 angles θ non perturbatifs). La situation n'est pas celle attendue pour une théorie. La démarche de la grande unification est d'incorporer $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ dans un groupe simple G , de façon à n'avoir qu'un seul couplage. En pratique l'évolution des couplages avec l'énergie permet d'espérer une telle unification - Fig. 1. Si on laisse évoluer les couplages on constate qu'ils

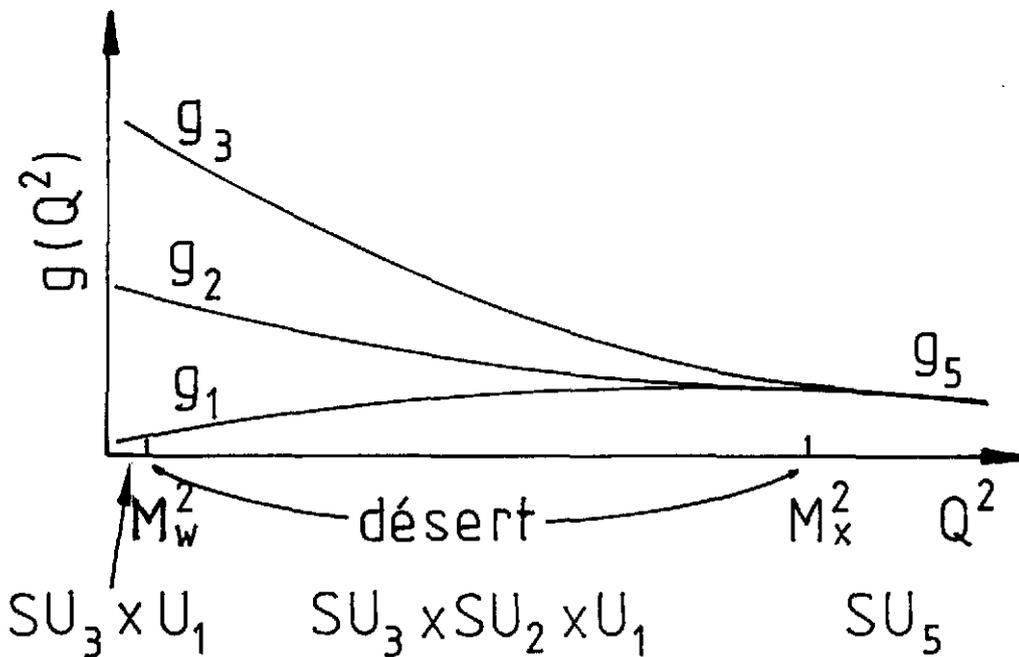


Fig. 1

*Glashow-Weinberg-Salam

se rencontrent pour une valeur de l'énergie considérable $E_u \sim 10^{15}$ GeV (Fig. 1), il sera donc très difficile de faire des tests directs aux accélérateurs de la grande unification. L'énormité de l'échelle est liée à la lenteur de la dépendance des couplages en fonction de l'énergie ($\alpha \sim \ln Q^2$). Ayant constaté que l'unification est possible (s'il ne se passe rien entre 100 GeV et 10^{15} GeV qui vienne perturber cette évolution paisible), on peut envisager le scénario suivant.

2.2 Un modèle SU(5)

$$G_u \xrightarrow{M_X \sim 10^{15} \text{ GeV}} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \xrightarrow{M_W \sim 10^2 \text{ GeV}} SU(3) \times U(1)_{em} \quad (2.1)$$

où la grande symétrie est brisée en 2 étapes pour aboutir à la symétrie de basse énergie couleur \times électromagnétisme.

Il reste à choisir le groupe unificateur qui doit satisfaire certaines exigences : contenir $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$, ne pas avoir d'anomalies (pour préserver la renormalisabilité) et avoir des représentations complexes (pour obtenir des fermions de faible masse). Les solutions les plus simples sont alors $G_u = SU(5)$, $SO(10)$ et E_6 , et nous allons considérer uniquement $SU(5)$, car $SO(10)$ et E_6 le contiennent comme sous-groupe. En un sens $SU(5)$ est le groupe d'unification minimal. Les fermions de matière sont rangés, pour chaque famille, dans deux représentations irréductibles $\bar{5}$ et 10 , de la façon suivante :

$$\bar{5} = \begin{pmatrix} \bar{d}_1 \\ \bar{d}_2 \\ \bar{d}_3 \\ e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}_L = (\bar{3}, 1) \oplus (1, 2) \quad (2.2)$$

$$10 = \begin{bmatrix} 0 & \bar{u}_1 & -\bar{u}_2 & u_3 & d_3 \\ -\bar{u}_1 & 0 & \bar{u}_3 & u_2 & d_2 \\ \bar{u}_2 & -\bar{u}_3 & 0 & u_1 & d_1 \\ -u_3 & -u_2 & -u_1 & 0 & e^+ \\ -d_3 & -d_2 & -d_1 & -e^+ & 0 \end{bmatrix}_L = (3, 2) \oplus (\bar{3}, 1) \oplus (1, 1) \quad (2.3)$$

où on a indiqué la réduction en représentations de $SU(3) \times SU(2)$.

On a 24 bosons de jauge, dont la répartition est la suivante :

$$24 = (3, 2) \oplus (\bar{3}, 2) \oplus (8, 1) \oplus (1, 3) \oplus (1, 1) \quad (2.4)$$

(X_i, Y_i) (\bar{X}_i, \bar{Y}_i) gluons W_j B

les bosons de jauge X_i et Y_i sont des triplets de couleur et des doublets d'isospin faible de charge $4/3$ et $1/3$, les autres sont ceux de $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$.

La brisure de G_u en deux étapes nécessite l'introduction de deux représentations de champs de

Higgs, une 24 et une 5, prenant des valeurs moyennes dans le vide, ce qui engendre la brisure spontanée

$$\langle \psi \rangle_{24} = v_{24} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & & \\ 0 & 1 & 0 & | & & 0 \\ 0 & 0 & 1 & | & & \\ \hline & & & | & -3/2 & 0 \\ 0 & & & | & 0 & -3/2 \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

où $v_{24} \sim 10^{15}$ GeV et donc pour $E \sim v_{24}$ $SU(5) \rightarrow SU(3) \times SU(2) \times U(1)$. Les bosons X et Y prennent une masse de l'ordre de v_{24} alors que les autres sont toujours sans masse. Une nouvelle brisure intervient pour $E < v_5 \sim 100$ GeV

$$\langle \psi \rangle_5 = v_5 \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

à ce stade $SU(3) \times SU(2) \times U(1) \rightarrow SU(3) \times U(1)_{em}$, apparaissent alors les W^\pm et le Z_0 massifs, les gluons et le photon sans masse. Il faut noter ici que l'on a imposé $v_5 \sim 10^{-13} v_{24}$, un rapport aussi faible est non naturel et pose quelques problèmes. Mais voyons d'abord ce que prédit un tel scénario.

2.3 Prédictions du SU(5) minimal

a) La charge électrique est quantifiée. La charge électrique est une combinaison de générateurs du groupe G_u .

b) $Q_p = -Q_{e^-}$: en effet dans une représentation irréductible $\sum Q_i = 0$, donc pour la 5

$$3Q_d + Q_{e^-} = 0 \implies Q_d = -\frac{1}{3}, \quad Q_u = +\frac{2}{3} = Q_d + 1 \quad (2.7)$$

$$Q_p = 2Q_u + Q_d = -Q_{e^-} \quad (2.8)$$

c) L'angle de Weinberg est fixé. A la limite où SU(5) est exact, on a

$$\sin^2 \theta_W (E = 10^{15}) = 3/8 \quad (2.9)$$

Pour comparer aux valeurs expérimentales mesurées à basse énergie, il faut tenir compte de l'évolution des couplages. Des calculs détaillés donnent

$$\sin^2 \theta_W (M_W) \text{ (théorique)} \sim 0.214 \quad (2.10)$$

$$\sin^2 \theta_W (M_W) \text{ (expérimental)} \sim 0.215 - 0.226$$

l'accord est excellent.

d) Masses des fermions : quarks et leptons étant dans des multiplets communs on a à la limite SU(5) exact

$$m_e = m_d ; m_\mu = m_s ; m_b = m_\tau \quad (2.11)$$

Ces égalités deviennent à basse énergie

$$m_b \sim 3m_\tau \quad (2.12)$$

$$\frac{m_d}{m_s} = \frac{m_e}{m_\mu} \quad (2.13)$$

(2.12) est en accord avec l'observation, alors que (2.13) n'est pas vérifiée. On peut néanmoins au prix de quelques acrobaties rendre (2.13) compatible avec ce que l'on sait des masses des fermions.

e) La désintégration du proton : Les bosons X, Y couplent aux quarks et aux leptons et rendent possibles les processus suivants (Fig. 2) qui peuvent engendrer la désintégration du proton. C'est

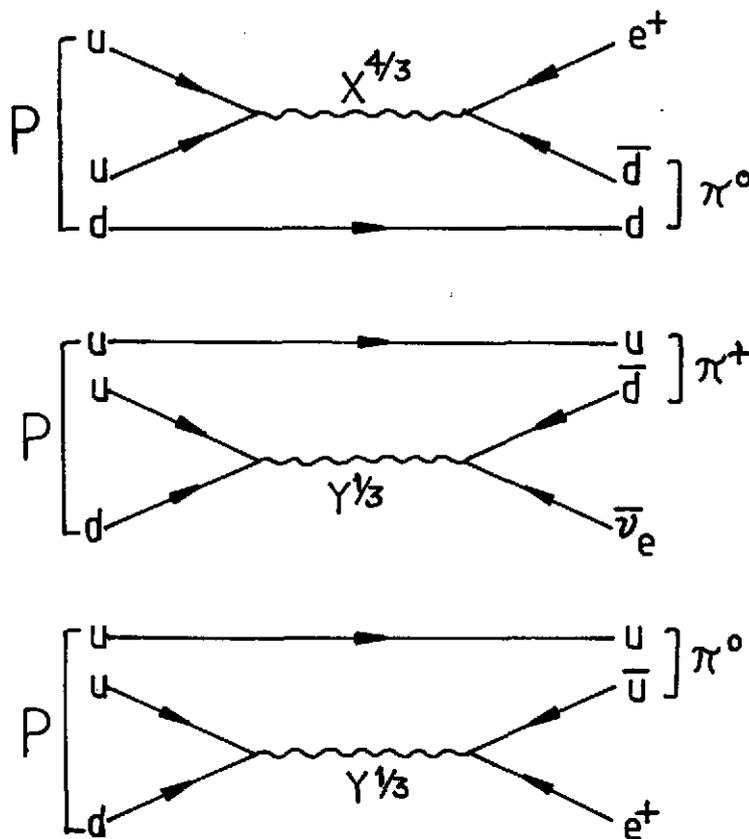


Fig. 2

un processus très lent car $M_{X,Y} \sim 10^{15}$ GeV et donc à basse énergie on a un couplage effectif à 4 fermions du même type que le couplage de Fermi G_F pour les interactions faibles ($G_F \sim M_W^{-2}$), mais extrêmement petit

$$G_{GU} \sim M_X^2 ; \quad G_{GU} \sim G_F \times 10^{-26} ! \quad (2.14)$$

Le calcul du temps de vie du nucléon (proton ou neutron libre) requiert un modèle en termes de quarks et donc souffre de quelques incertitudes (modèle de sac, quarks non relativistes,...), l'ordre de grandeur généralement avancé est

$$\tau_N \sim 10^{30 \pm 2} \text{ années} \quad (2.15)$$

Ce chiffre peut paraître décourageant mais si on se rappelle qu'un gramme de matière contient $\sim 6 \cdot 10^{23}$ nucléons, 1000 tonnes nous donnent $\sim 6 \cdot 10^{32}$ nucléons, un échantillon permettant d'espérer observer le phénomène. Cette prédiction a suscité de nombreuses expériences encore en cours, qui n'ont jusqu'à présent aucun candidat sérieux pour une désintégration du proton. Dans le modèle SU(5) minimal les canaux de désintégration favorisés sont $p \rightarrow e^+ \pi^0, e^+ \omega, \bar{\nu} \pi^+$. Le positron a une bonne signature dans les détecteurs actuels et l'absence de signal indique un temps de vie supérieur à $10^{31} - 10^{32}$ années. De ce point de vue la plus étonnante prédiction de la grande unification semble mise à mal.

f) La violation du nombre baryonique dans ce modèle, ainsi que la violation de C et CP par certaines interactions permet de "résoudre" qualitativement un problème latent en cosmologie : l'univers ne semble fait que de matière, l'antimatière observée n'étant qu'un sous-produit des collisions de rayons cosmiques dans la haute atmosphère. Dans le schéma Grand Unifié, on peut démarrer avec un univers symétrique ($B_{\text{total}} = 0$) et à cause des violations de nombre baryonique, ne terminer qu'avec des baryons; il suffit pour cela d'engendrer un surplus relatif de baryons de l'ordre de 10^{-8} ($\frac{n_B - n_{\bar{B}}}{n_B} \sim 10^{-8}$), les autres B et \bar{B} s'annihilent. Des calculs élaborés montrent que les modèles grand unifiés permettent d'obtenir le bon ordre de grandeur $n_B/n_Y \sim 10^{-10} - 10^{-8}$.

Tout bien pesé les modèles de grande unification sont séduisants et répondent à un certain nombre de questions mais ils en soulèvent d'autres : en particulier le nombre de paramètres est du même ordre que dans le modèle standard. La structure du secteur de Higgs peut être extrêmement compliquée et ajustée de façon ad hoc pour résoudre un problème particulier. En outre on ne répond pas à la question : que sont les familles, d'où vient cette structure répétitive ? De ce point de vue la grande unification n'a pas un statut de "théorie" avec un très petit nombre de paramètres. Ces défauts ont conduit à chercher plus loin dans les symétries et un nouveau type de symétrie s'est imposé rapidement : la supersymétrie. Pour comprendre son avènement en grande unification, il faut examiner le problème de la "hiérarchie" : on a vu que la brisure du $SU(2) \times U(1)$ impose l'introduction de champs de Higgs φ_5 de masse $m_5 \sim 10^2$ GeV or l'échelle naturelle de la théorie est $M_X \sim m_{24} \sim 10^{15}$ GeV. On a donc $m_5 \sim 10^{-13} m_{24}$, ce qui demande un ajustement très précis de certains paramètres. En outre en théorie quantique des champs, les corrections radiatives aux masses comportent des divergences quadratiques, on s'attend donc à une correction de masse

$$\delta m_5^2 \sim \sigma(\alpha^n) M_x^2$$

Donc pour maintenir m_5 léger il faudra ajuster 26 décimales à chaque ordre des perturbations !

Les diagrammes responsables de ces divergences sont les suivants :

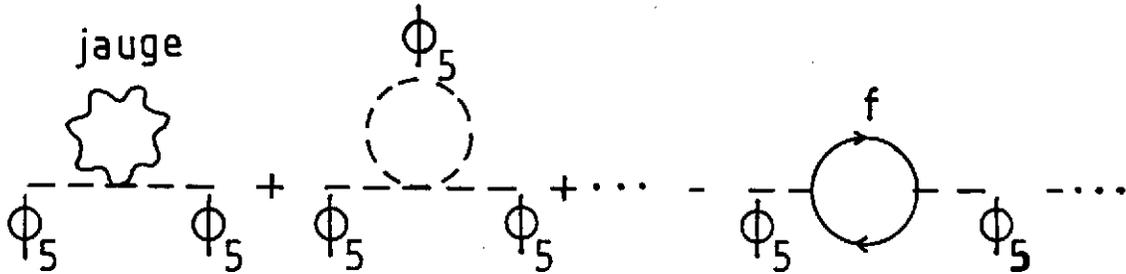


Fig. 3

On peut simplement compenser chaque diagramme en se souvenant qu'une bouche de fermion a le signe opposé d'une bouche de boson ; donc si à chaque fermion (boson) on a associé un boson (fermion) de même masse, couplages ..., les corrections seront annulées. Utiliser cette méthode signifie qu'on utilise une théorie supersymétrique : chaque particule est remplacée par un supermultiplet fait d'un boson et d'un fermion. Expérimentalement on n'a observé aucun signe de supersymétrie dans la nature et si la supersymétrie existe, elle doit être violemment brisée. Cette brisure quelque violente qu'elle soit, n'invalide en aucun cas la procédure proposée plus haut : les divergences sont toujours compensées et seules apparaissent des corrections finies. On a donc la possibilité d'un ψ_5 relativement léger malgré tout.

Sur le plan théorique et esthétique, la supersymétrie est extrêmement attrayante et il est peut-être nécessaire d'en expliciter les aspects formels avant de replonger dans les modèles.

3. LA SUPERSYMETRIE (SUSY)

La supersymétrie est par définition une symétrie entre bosons et fermions et donc relie des particules de spins différents. A ce titre, elle doit réaliser une extension du groupe de Poincaré pour lequel la masse et le spin sont des invariants. Une théorie des champs qui l'incorpore décrit de façon unifiée la matière (spin 1/2) et l'interaction (spin 1). Si de plus on demande que l'invariance sous la supersymétrie soit locale, on obtient une théorie de la gravitation (Poincaré local) supersymétrique : la supergravité. De ce point de vue, la supersymétrie fournit un cadre théorique pour l'unification de toutes les interactions y compris la gravitation, problème laissé de côté par la grande unification. La théorie de gravitation est bien expliquée et formulée dans le domaine macroscopique par la relativité générale d'Einstein qui fournit une très bonne description des phénomènes astrophysiques. Malheureusement, dans le domaine microscopique, on n'a jamais réussi à formuler une théorie quantique de la gravitation qui ne soit submergée de divergences de tous ordres. Comme on l'a vu plus haut, la supersymétrie permet des compensations "miraculeuses"

qui seraient bienvenues pour la gravité. En outre la force gravitationnelle est toujours attractive et couplée au tenseur énergie impulsion ce qui se traduit par un échange de quantum de spin 2, le graviton. Une vraie unification devra donc être capable de réunir dans un même multiplet des particules de spin 2, 1, 1/2 et cela la supersymétrie peut le faire. C'est cette perspective unificatrice qui pousse si fort les théoriciens vers la supersymétrie même en l'absence de tout signal expérimental en sa faveur.

3.1 Pourquoi super-symétrie ?

Le physicien des particules a affaire à deux types de symétries : une symétrie géométrique, l'invariance de Poincaré, reliée à l'espace temps où nous vivons, et des symétries internes liées à des degrés de liberté de la particule sans relation à priori avec l'espace physique. On peut se poser la question : est-il possible d'unifier l'invariance de Poincaré avec des symétries internes ? La réponse est contenue dans le théorème de Coleman-Mandula : dans le cadre de la théorie quantique des champs il est impossible d'unifier symétries internes et invariance relativiste. En tant qu'Algèbre de Lie on a toujours $\mathcal{P} \oplus \mathcal{J}$. Ceci signifie qu'opérations de \mathcal{P} et de \mathcal{J} commutent entre elles et donc un multiplet irréductible de symétrie ne peut contenir de particules de spin ou de masse différentes. Cependant, si au lieu d'imposer des relations de commutation on introduit des opérateurs ayant des relations d'anticommutation, on contourne le théorème précédent. Qui dit anticommutation, dit fermion ; avec des générateurs fermioniques qui vont alors changer le spin on peut unifier invariance relativiste et symétries internes. La structure algébrique où à côté de commutateurs on a aussi des anticommutateurs, est une Super-algèbre de Lie, ou Algèbre de Lie graduée, d'où Supersymétrie. Le théorème de Haag-Lopuszański-Sohnius nous dit qu'en théorie quantique des champs, la seule solution est une théorie supersymétrique, c'est-à-dire où le générateur fermionique Q_α permet des sauts de spin d'une demi-unité

$$Q|s\rangle = |s + 1/2\rangle \quad (3.1)$$

Ainsi dans le cas le plus simple où l'on a un seul générateur Q un supermultiplet contient un boson et un fermion dont les spins diffèrent de $\hbar/2$. Une propriété importante est que l'Hamiltonien d'une théorie supersymétrique n'a pas de valeurs propres négatives, on a donc positivité de l'énergie. On peut montrer en particulier que

$$\sum_Q \{Q, Q^\dagger\} \propto H \text{ (Hamiltonien)} \quad (3.2)$$

c'est-à-dire que pour l'état du vide $|0\rangle$

$$E|0\rangle = 0 \iff Q|0\rangle = Q^\dagger|0\rangle = 0 \quad \forall Q \quad (3.3)$$

l'état d'énergie nulle est invariant par supersymétrie. A contrario on voit que si le fondamental d'une théorie supersymétrique n'est pas d'énergie strictement nulle, la supersymétrie est brisée

spontanément. Egalement un état à une particule n'est pas invariant par supersymétrie, il lui faut un partenaire \Rightarrow supermultiplet.

3.2 Réalisation de la supersymétrie

On peut considérer un cas plus général avec N générateurs fermioniques $Q_{\alpha i}$ ($i = 1, \dots, N$), ceux-ci se transformant comme la représentation N d'un groupe de symétrie interne - le groupe le plus grand permis est $U(N)$. L'algèbre de supersymétrie étendue prend alors la forme suivante:

i) Super-Poincaré

$$[P_\mu, P_\nu] = 0 \quad (3.4)$$

$$[P_\mu, M_{\nu\rho}] = i(g_{\mu\nu}P_\rho - g_{\mu\rho}P_\nu) \quad (3.5)$$

$$[M_{\mu\nu}, M_{\rho\sigma}] = i(g_{\nu\rho}M_{\mu\sigma} - g_{\nu\sigma}M_{\mu\rho} - g_{\mu\rho}M_{\nu\sigma} + g_{\mu\sigma}M_{\nu\rho}) \quad (3.6)$$

$$[Q_{\alpha i}, P_\mu] = [\bar{Q}_{\dot{\alpha} i}, P_\mu] = 0 \quad (3.7)$$

$$[Q_{\alpha i}, M_{\mu\nu}] = \frac{1}{2} (\sigma_{\mu\nu})_\alpha^\beta Q_{\beta i} \quad (3.8)$$

$$\{Q_{\alpha i}, \bar{Q}_{\dot{\beta} j}\} = 2\delta_i^j (\sigma^\mu)_{\alpha\dot{\beta}} P_\mu \quad (3.9)$$

ii) Symétrie interne

$$[T_i, T_j] = if_{ij}^k T_k \quad (3.10)$$

iii) Mélange symétrie interne - Super-Poincaré

$$[T_i, P_\mu] = [T_i, M_{\mu\nu}] = 0 \quad (3.11)$$

$$[Q_{\alpha i}, T_k] = (T_k)_i^j Q_{\alpha j} \quad (3.12)$$

Les équations (3.4) à (3.12) s'interprètent de la façon suivante :

(3.4) à (3.6) : c'est l'algèbre usuelle de Poincaré.

(3.7) indique que dans un même supermultiplet, les masses sont les mêmes pour tous les états. Le générateur $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}^i = (Q_{\alpha i})^\dagger$ [les notations avec des indices pointés et non pointés sont usuelles dans le formalisme du groupe de Lorentz - $SL(2, \mathbb{C})$ - ($\alpha, \dot{\alpha} = 1, 2$)].

(3.8) nous dit que $Q_{\alpha i}$ se transforme comme la représentation $(1/2, 0)$, spin 1/2, $\bar{Q}_{\dot{\alpha}}^i$ lui appartient à $(0, 1/2)$. Signalons que

$$(\sigma^{\mu\nu})_\alpha^\beta = \frac{i}{2} (\sigma^{\mu\bar{\nu}} - \sigma^{\nu\bar{\mu}})_\alpha^\beta ; \quad \sigma^{\mu\dot{\alpha}\alpha} = \epsilon^{\alpha\beta} \epsilon^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} \sigma_{\dot{\beta}\beta}^\mu \quad (3.13)$$

(3.9) exprime simplement que

$(1/2, 0) \otimes (0, 1/2) = (1/2, 1/2)$ représentation des 4 vecteurs.

(3.10) représente l'algèbre du groupe de symétrie interne dont les constantes de structure sont f_{ij}^k .

(3.11) contient le théorème de Coleman-Mandula pour des commutateurs.

Enfin (3.12) dit que les $Q_{\alpha i}$ se transforment comme une représentation du groupe de symétrie interne, $(T_k)_i^j$ sont les éléments des matrices représentant les générateurs dans cet espace.

La superalgèbre présentée plus haut n'est pas la plus générale, et dans le cas de la supergravité, où la symétrie est locale, on peut inclure des groupes de symétrie interne non compacts. Arrivés à ce point nous pouvons expliciter quelques représentations de l'algèbre de supersymétrie, pour les états à 1 particule. Il est clair que l'espace de représentation contiendra un secteur bosonique et un secteur fermionique communicant par l'action des $Q_{\alpha i}$. Pour les représentations usuellement choisies, ces deux secteurs ont même "dimension" c'est-à-dire le même nombre de degrés de liberté. Dans le cas de particules de masse nulle, à partir de l'état fondamental $|E_0, \lambda_0\rangle$, on peut par application successive des \bar{Q}_{1i} ($\Delta\lambda_0 = 1/2$) engendrer une série d'états

$$\begin{aligned} \bar{Q}_1^i |E_0, \lambda_0\rangle &\propto |E_0, \lambda_0 + 1/2, i\rangle \\ \bar{Q}_1^i \bar{Q}_1^j |E_0, \lambda_0, i\rangle &\propto |E_0, \lambda_0 + 1, ij\rangle \dots \\ \vdots & \\ \bar{Q}_1^1 \dots \bar{Q}_1^N |E_0, \lambda_0\rangle &\propto |E_0, \lambda_0 + N/2, 12\dots N\rangle \end{aligned} \tag{3.14}$$

On s'arrête là, car les états étant construits par des générateurs fermioniques doivent être anti-symétriques dans les indices i, j, \dots , et pour N facteurs il n'y a qu'un tenseur totalement anti-symétrique $\propto \epsilon_{12\dots N}$. On a le spectre suivant

hélicité	λ_0	$\lambda_0 + 1/2$	$\lambda_0 + 1$	$\lambda_0 + N/2$	
nombre d'états	1	$\binom{N}{1} = N$	$\binom{N}{2} = \frac{N(N-1)}{2}$	$\binom{N}{N} = 1$	(3.15)

Deux exemples importants sont $N = 4$, $\lambda_0 = -1$ (multiplet de Yang Mills) et $N = 8$, $\lambda_0 = -2$ (multiplet de supergravité).

N = 4	hélicité	-1	-1/2	0	1/2	1	
	états	1	4	6	4	1	(3.16)

N = 8	hélicité	-2	-3/2	-1	-1/2	0	1/2	1	3/2	2	
		1	8	28	56	70	56	28	8	1	(3.17)

On peut noter que le nombre d'états d'hélicité entière et demi-entière est le même dans (3.16) et (3.17). $N = 4$ pourrait être un candidat unificateur pour les théories de Yang Mills (spin 0,

1/2 et 1) alors que $N = 8$ s'accomode du graviton et de tous les autres spins (2, 3/2, 1, 1/2, 0). Le prix à payer est ici l'introduction de particules de spin 3/2, "les gravitinos".

On peut à partir de l'algèbre de supersymétrie construire des représentations des champs et aboutir à des modèles de Lagrangien invariants. Ainsi, partant d'un champ scalaire $A(x)$, l'action de Q_α produit un champ de spineur ψ_α . Il y a toutefois des difficultés techniques, qui nécessitent l'introduction d'un champ scalaire F pour clore l'algèbre. Ce champ dit auxiliaire, complète le supermultiplet qui est (A, ψ_α, F) et peut s'éliminer car son équation du mouvement est algébrique [pas de dérivées, donc F ne se propage pas]. Des techniques sophistiquées utilisant des superchamps et un superspace (espace + 2 coordonnées spinorielles) permettent de rendre algébriquement les manipulations aisées et feraient l'objet d'un cours ; mais ceci est une autre histoire ...

3.3 Grande Unification et Supersymétrie

Nous allons donner un aperçu très restreint de la construction des modèles grand unifiés supersymétriques, les articles sur ce sujet se chiffrant par milliers! On a vu précédemment que la supersymétrie était une issue de secours dans le problème de la hiérarchie; comment l'introduire ?

A chaque particule on associe un supermultiplet. En général on choisit $N = 1$ donc chaque particule aura un partenaire dont le spin diffère d'une demi-unité

Particule	Spin	S-Particule	Spin
quark (L,R) q	1/2	squark (1,2) \tilde{q}	0
lepton (L,R) ℓ	1/2	slepton (1,2) $\tilde{\ell}$	0
photon γ	1	photino $\tilde{\gamma}$	1/2
gluons g	1	gluino \tilde{g}	1/2
W^\pm	1	Winos \tilde{W}	1/2
Higgs H	0	Higgsinos, Shiggs \tilde{H}	1/2

On a en quelque sorte doublé le zoo de départ car on n'a pas trouvé de partenaires déjà connus à d'autres particules connues. Sur le plan conceptuel ceci n'est pas gênant, on a des supermultiplets en même nombre que les particules traditionnelles, dans le même ordre d'idée on peut dire qu'on a π^+, π^-, π^0 ou un triplet d'isospin. Les symétries qu'on introduit sont là pour regrouper les objets en multiplets plus fondamentaux. L'expérience nous apprend donc que l'on n'a pas observé de Sparticules de masse inférieure à 20 GeV/c, c'est-à-dire que le sélectron est très lourd comparé à son partenaire l'électron, donc on doit briser assez fort la supersymétrie. Une brisure spontanée peut être obtenue si l'on choisit astucieusement le potentiel de telle sorte

que l'état fondamental ne soit pas d'énergie nulle (cf.(3.3)). Tout ceci peut être réalisé en utilisant les techniques de superchamps évoquées plus haut. Sans entrer dans les détails techniques voyons un peu comment l'introduction de la supersymétrie modifie les prédictions de la Grande Unification "standard".

a) La présence de Sparticules modifie l'évolution des couplages, ce qui donne une masse d'unification

$$m_X \sim 10^{16} \text{ GeV} \quad (3.18)$$

b) L'angle de Weinberg calculé est tel que

$$\sin^2 \theta_W (M_W) \sim 0.235 \quad (3.19)$$

ce qui peut paraître trop haut comparé aux valeurs expérimentales. Toutefois les Sparticules peuvent affecter également l'extrapolation entre la valeur mesurée à basse énergie et M_W . Tout ce que l'on peut dire à ce stade est que l'on est proche de la réalité.

c) Le rapport de masse m_τ/m_D reste correct, mais également reste le problème de $m_d/m_s = m_e/m_\mu$.

d) La désintégration du proton est affectée car il y a de nouvelles interactions possibles, le temps de vie reste comparable à l'estimation standard (de 10^{30} à 10^{32} années) mais les canaux favorisés sont radicalement différents

$$N \rightarrow k\bar{\nu} \gg \bar{\nu}\pi \gg \mu^+\pi \dots \gg e^+\pi^0 \quad (3.20)$$

La signature de tels canaux dans les détecteurs actuels étant problématique, on est un peu plus confortable que dans le cas standard.

Un nouveau degré de sophistication peut être franchi en considérant des modèles basés sur la supergravité $N = 1$. On a alors le scénario suivant: à côté de la matière usuelle, se trouve un secteur caché très lourd, responsable de la brisure de la supersymétrie locale et globale. On peut alors engendrer dynamiquement toutes les échelles de masse de la théorie à partir de la masse de Planck $M_p \sim 10^{19} \text{ GeV} = \sqrt{G_N^{-1}}$, telles que $M_W, m_{\tilde{q}}, m_{\tilde{\chi}} \dots$. De tels modèles (no-scale) sont extrêmement séduisants mais leur construction est loin d'être simple et certaines hypothèses sont ad hoc. Ils représentent néanmoins un progrès incontestable car ils relient enfin des effets gravitationnels à la physique des particules, d'autant qu'il semble qu'une théorie de basse énergie, venant des supercordes, implique une telle structure.

Pour conclure cette section, il faut signaler que l'émergence d'échelles d'énergie colossales a forcé les théoriciens à étudier la cosmologie du "Big Bang" qui est le seul "endroit" où cette énergie fut un jour disponible. Cette ouverture vers la cosmologie a été extrêmement fructueuse

et a permis d'aller plus en arrière dans l'histoire de l'univers, vers $t \sim 10^{-40}$ secondes!

4. AU DELA DE LA QUATRIEME DIMENSION

4.1 Pourquoi ?

Dans la recherche de l'unification on peut aller encore plus loin et tenter d'englober les symétries internes comme symétries géométries d'un espace à plus de 4 dimensions. Après tout $d = 4$ est un fait expérimental et s'il y avait autour de nous des dimensions supplémentaires enroulées sur elles-mêmes (compactifiées) avec un rayon $R \sim 10^{-16} - 10^{-33}$ cm, celles-ci seraient difficiles à voir à moins que l'on n'excite certains modes résonnants (comme pour un instrument à cordes). Ce saut dans l'inconnu a été inauguré par Kaluza en 1921, qui juste après la théorie de la relativité d'Einstein, proposa une unification avec l'électromagnétisme utilisant une 5ème dimension. O. Klein a également travaillé sur cette idée originale et les théories dans un espace temps étendu sont appelées théories de Kaluza-Klein. Après la mise en évidence de nouvelles forces, la faible et la forte, il paraissait difficile de n'utiliser qu'une dimension supplémentaire et à part quelques originaux, le sujet a connu peu d'adeptes pendant 50 ans. Les choses ont maintenant bien changé et pour les théoriciens il paraît même difficile d'échapper à une évasion dans l'au-delà! Cette familiarisation avec $d > 4$ est venue du modèle des cordes hadroniques qui n'admettait de formulation cohérente qu'à $d = 26$ (10) dans leur version bosonique (fermionique). Il était supposé que $(d-4)$ dimensions se compactifiaient spontanément pour nous ramener sur "terre". Ce phénomène de compactification spontanée intervient également dans l'étude des supergravités $N = 2, 4, 8$ (les plus prometteuses) à $d = 4$ qui peuvent être naturellement obtenues à partir de supergravités $N = 1$ respectivement à $d = 6, 10, 11$. L'avènement des théories de supercordes a encore développé le sujet.

4.2 Comment ?

Voyons simplement le cas historique $d = 5$, les autres situations généralisant ce qui sera observé ici. Soit l'espace temps

$$x^M = (x^0, x^1, x^2, x^3, x^4) \quad (4.1)$$

où x^4 est une coordonnée sur un cercle de rayon R (c'est la version la plus simple de la compactification). L'espace temps est alors un 4-cylindre plongé dans un espace à 5 dimensions (Fig. 4). Si l'on met un champ scalaire de masse nulle, son équation d'onde

$$\partial^2 \phi = 0 \quad (4.2)$$

a des solutions d'ondes planes

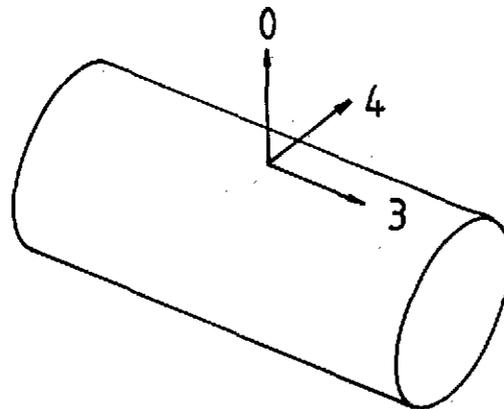


Fig. 4

$$\varphi(x) = e^{ikx} \quad ; \quad k^2 = 0 \tag{4.3}$$

Mais étant donné la périodicité de x^4 , k^4 est quantifié

$$k^4 = n/R \tag{4.4}$$

soit

$$E = k_0 = \sqrt{\vec{k}^2 + (n/R)^2} \tag{4.5}$$

et on peut interpréter n/R comme les valeurs quantifiées de la masse de la particule associée au champ. Pour $d > 5$, la quantification de la masse dépend du type de variété formée par les directions compactifiées et est donnée par les valeurs propres des fonctions propres sur la variété - pourvu que l'on ait séparation des variables. Un parallèle peut être fait avec le cas classique d'une équation d'onde où l'on sépare variable radiale (non compacte) et variables angulaires (compactes), on a des solutions du type

$$\varphi(x) \sim e^{-ikr} Y_{\ell m}(\theta, \varphi) \tag{4.6}$$

les valeurs propres des $Y_{\ell m}$ donnant la quantification du moment angulaire.

L'extension de ce phénomène pour les champs de spin demi-entier, requière une étude détaillée de l'algèbre de Dirac pour $d \neq 4$. Ce qu'il faut retenir c'est que tant que l'on n'est pas capable d'exciter des masses de l'ordre de R^{-1} , on n'a pas d'évidence pour ces extra-dimensions ; mais une fois passé le seuil, on doit trouver une infinité de particules de masses $\sim nR^{-1}$.

La recette pour construire une théorie de Kaluza-Klein est donc la suivante :

- a) Soit un espace temps à $d = 4 + k$ dimension dans lequel on a la gravitation - i.e. une métrique \hat{g}_{MN} ($M, N = 1, \dots, d$) et de la matière $\hat{\phi}$, le tout décrit par une action d'Einstein généralisée

$$S = \int d^d x \sqrt{\det \hat{g}} \hat{R} \quad (4.7)$$

(\hat{R} scalaire de courbure dans le grand espace).

b) On cherche des solutions des équations de champs, telles qu'au minimum d'énergie

$$\langle \hat{g}_{MN} \rangle_0 = \begin{bmatrix} g_{\mu\nu}^0(x) & 0 \\ 0 & g_{mn}^0(y) \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

où $x \in M^4$ et $y \in K$ (espace compact de dimension k). Cette mise en bloc de la métrique a factorisé l'espace $E^{(k+4)} \rightarrow M^4 \times K$. Par exemple, dans le cas de la supergravité $N = 1$ à $d = 11$ (équivalente à $N = 8$ et $d = 4$), on a une compactification en $M^4 \times S^7$, mais d'autres configurations sont possibles. Si on exige que M^4 retienne le maximum de symétrie de la symétrie (relativité générale) du grand espace, on n'a que 3 solutions possibles qui sont des espaces à courbure constante

$$R_{\mu\nu}^0 = \Lambda g_{\mu\nu}^0 \quad (4.9)$$

ainsi pour $\Lambda = 0$ on obtient l'espace de Minkowski usuel avec sa symétrie de Lorentz.

c) Le spectre de masse de la théorie à 4 dimensions s'obtient comme on l'a vu plus haut. On étudie les solutions des équations du mouvement, autour du fondamental classique, qui se mettent sous la forme $\psi_{\mu\nu\dots}(x) \cdot Y_{mn\dots}(y)$ où les $Y_{mn\dots}(y)$ sont des fonctions propres de l'opérateur de masse

$$M^2 Y_{mn\dots}^{(i)}(y) = m_i^2 Y_{mn\dots}^{(i)}(y) \quad (4.10)$$

La détermination de $Y_{mn\dots}(y)$ relève de l'analyse harmonique sur la variété K . La compactification produit gratuitement une théorie effective à $d = 4$ contenant une infinité d'états massifs, la masse étant quantifiée en termes de R^{-1} (taille de K). Evidemment ce que l'on appelle taille de K est une notion à clarifier si la variété est un peu tordue. A côté des états massifs, on a également des états de masse nulle et pour peu que $R^{-1} \sim M_p \sim 10^{19}$ GeV on peut, dans la théorie effective, écarter les modes massifs et ne retenir que les modes "zéros" comme particules de basse énergie.

d) Et les symétries de jauge ? Celles-ci peuvent être obtenues si la variété K admet un groupe de symétrie G , alors les états de masse nulle contiennent des champs de jauge de Yang-Mills associés au groupe G . Ainsi dans le travail original de Kaluza où $K = S^1$, le cercle, on obtient un champ vectoriel de masse nulle, que l'on identifie avec le photon !

En résumé, une théorie de la relativité générale couplée à la matière dans un espace à $4 + k$ dimensions produit par compactification une théorie effective contenant la gravitation à

4 dimensions et un groupe de symétrie interne, à la Yang Mills, dont la nature dépend très précisément de la compactification. Si un modèle réaliste pouvait être construit de cette façon, nous serions bien près d'une théorie du TOUT. Heureusement, il y a encore beaucoup de chemin à parcourir et de travail à faire pour aboutir, si jamais...

Pour terminer sur une note euphorique, signalons que dans les théories de supercordes formulées à 10 dimensions, les groupes de jauge admissibles sont $SO(32)$ et $E_8 \times E_8$ qui ont 496 générateurs et donc 496 bosons de jauge. Si l'on voulait décrire cette théorie à la Kaluza-Klein, il faudrait alors partir de $496 + 10 = 506$ dimensions ! Savoir qu'il y a peut-être 502 dimensions autour de nous est sans doute fascinant, et peut-être inquiétant !

REFERENCES

Nous ne donnons que des cours, des revues ou des livres en référence, une bibliographie par article étant impossible.

- Voir les volumes de l'Ecole de Gif de 1974 à nos jours, pour les sections 1, 2, 3.

Section 1

- E.S. Aber & B.W. Lee, Phys. Rep. 9 (1973) 1.
- I.J.R. Aitchinson & A.J.G. Hey, "Gauge Theories in Particle Physics" (A. Hilger Ltd, Bristol 1982).
- H.D. Politzer, Phys. Rep. 14 (1974) 129.

Section 2

- P. Langacker, Phys. Rep. 72 (1981) 185.
- R.L. Slanski, Phys. Rep. 79 (1981) 1.
- A. Billoire & A. Morel, Rapport CEA (1980).
- G.G. Ross "Grand Unified Theories" (Frontiers in Physics, Benjamin 1984).

Section 3

- M.F. Sohnius, Phys. Rep. 128 (1985) 39.
- P. Fayet & S. Ferrara, Phys. Rep. 32 (1977) 249.
- P. Van Nieuwenhuizen, Phys. Rep. 68 (1981) 189.
- J. Wess & J. Bagger, "Supersymmetry and Supergravity" (Princeton University Press, 1983).
- H.P. Nilks, Phys. Rep. 110 (1984) 1.
- J. Ellis, preprint CERN.TH.3878 (1984) (sur les modèles "no-scale").

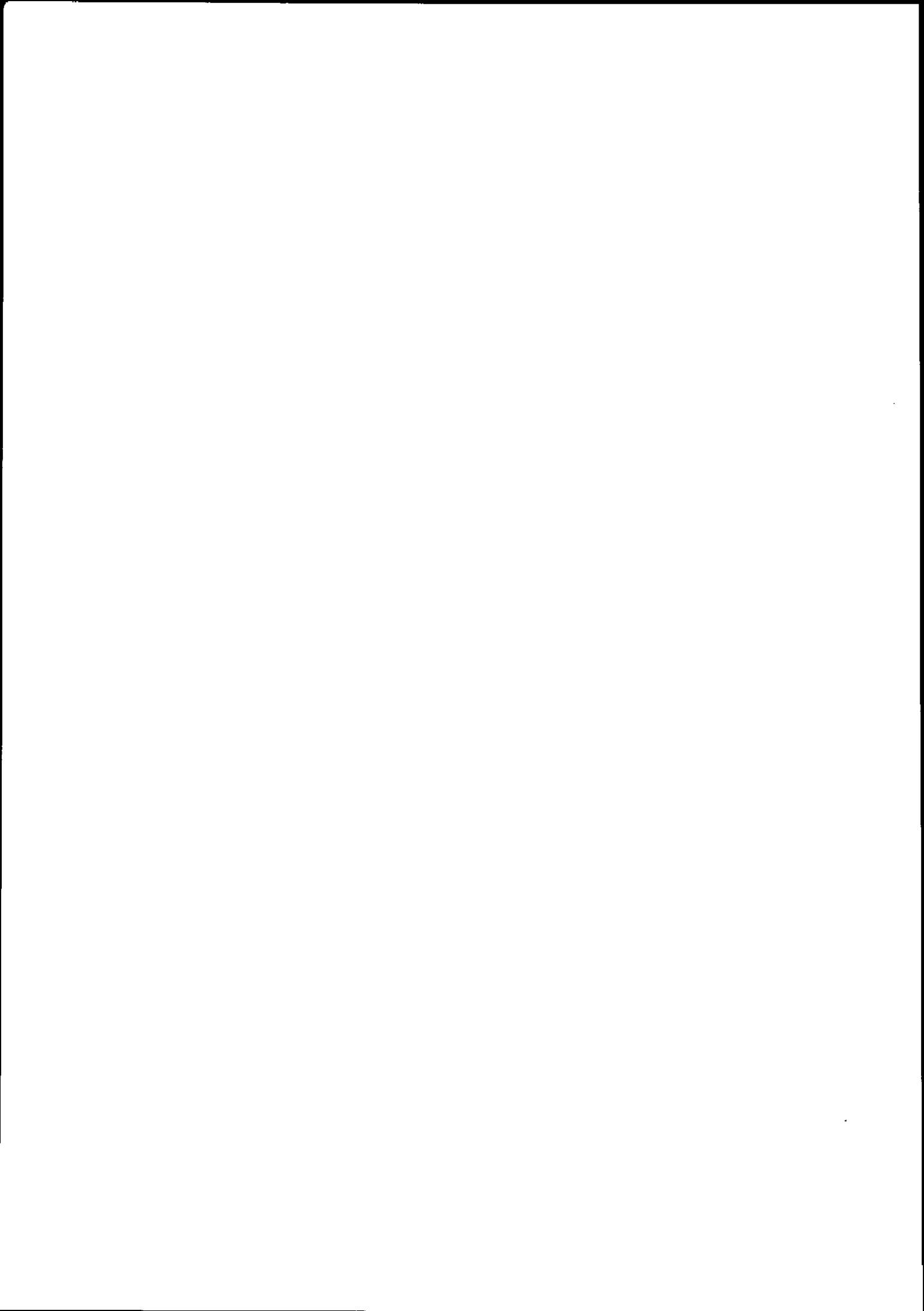
Section 4

a) Kaluza Klein :

- M.E. Peskin, preprint SLAC-PUB-3909 (1986).
- M.J. Duff, B.E.W. Nilsson & C.N. Pope, Phys. Rep. 130 (1986) 1.

b) Supercordes :

- J. Schwarz, Phys. Rep. 89 (1982) 223.



LE NUCLEON ET L'INTERACTION NUCLEON-NUCLEON
DANS UN MODELE DE SYMETRIE CHIRALE

B. LOISEAU

Division de Physique Théorique, IPN Orsay
et
LPTPE, Université P. et M. Curie, Paris

RESUME

Nous montrons comment à partir du modèle de Skyrme, modélisation à basse énergie de QCD, possédant la symétrie chirale, on peut décrire le nucléon et l'interaction nucléon-nucléon. Nous indiquons succinctement les récents développements pour construire la physique hadronique à basse énergie à partir de lagrangiens effectifs.

ABSTRACT

We show how from the Skyrme model, which is modelling QCD at low energy and which is chiral symmetric, one can describe the nucleon and the nucleon-nucleon interaction. We briefly outline the latest extensions to build low energy hadron physics from effective lagrangians.

I) INTRODUCTION

La physique des hautes énergies nous a démontré que les hadrons étaient composés de quarks et que la théorie des champs de quarks et de gluons, la chromodynamique quantique (QCD), était un très bon candidat comme théorie des interactions fortes¹. Rappelons très brièvement quelques propriétés de base de QCD :

1) C'est une théorie quantique des champs cohérente et renormalisable

2) QCD possède la liberté asymptotique : la constante de couplage quark-gluon devient petite à grand moment de transfert ou à petite distance (quarks libres). Des calculs perturbatifs sont alors possibles. Ainsi QCD, dans la diffusion profondément inélastique de leptons permet de dériver les règles de somme du modèle des partons et de calculer des corrections. QCD prédit également la distribution en énergie des hadrons produits dans l'annihilation e^+e^- à haute énergie. Enfin les désintégrations des quarkonium lourds sont compatibles avec les prédictions de QCD.

3) A des distances de l'ordre de la taille des hadrons, les quarks et les gluons interagissent fortement, la constante de couplage quark-gluon devient grande et les calculs perturbatifs ne sont plus valables. Il faut donc à basse énergie (petit moment de transfert) modéliser QCD.

Les aspects non perturbatifs de QCD ont été étudiés par différentes approches. Citons

i) les calculs sur réseau² qui permettent de comprendre qualitativement le confinement ii) le développement en terme de produit d'opérateurs de Wilson³ (règles de somme) qui conduit à une évaluation des propriétés des hadrons. Citons également le modèle du sac de MIT⁴ et le modèle des cordes⁵ où les effets non perturbatifs sont respectivement inclus dans la pression qui maintient les quarks dans le sac et dans la tension qui s'exerce entre les quarks.

D'autre part, de façon à contourner l'obstacle de l'absence d'un petit paramètre de développement dans la résolution de QCD, t'Hooft⁶ proposa d'étudier QCD dans la limite d'un très grand nombre de couleur N_c . L'espoir est alors que les propriétés essentielles d'une telle théorie sont conservées dans le cas réel actuel $N_c = 3$. E. Witten⁷ a ensuite montré qu'à basse énergie dans un développement en $1/N_c$ et lorsque $N_c \rightarrow \infty$, les diagrammes planaires avec des lignes $q\bar{q}$ sont dominants. QCD se réduit effectivement à une théorie de champ de "mésons". La dynamique est décrite par un lagrangien effectif local et non linéaire et les baryons émergent comme solitons topologiques dans cette théorie.

En plus de la couleur QCD possède différentes saveurs de quarks, u, d, s, c, b, t...

Les propriétés de QCD à basse énergie sont dominées par les trois quarks de plus basse masse u, d et s. Les masses des quarks u et d sont petites par rapport au cut-off de QCD et si on les néglige, le lagrangien de QCD devient invariant par transformation chirale $SU_L(2) \times SU_R(2)$ ^{1,8}. De plus tout laisse à penser que cette symétrie est spontanément brisée via le mécanisme de Nambu-Goldstone avec la création de pions de masse nulle. Cette propriété importante de QCD, d'invariance par sy-

métrie chirale, doit être préservée dans le modèle de champ effectif correspondant. Le modèle σ non linéaire, bien que non renormalisable, constitue un très bon point de départ d'une description chirale effective de la dynamique des hadrons à basse énergie. Le caractère non linéaire conduit à des configurations de champ non triviales (solitons) comme préconisé dans l'étude $N_c \rightarrow \infty$.

Il y a vingt cinq ans, avant l'avènement de QCD et de la symétrie chirale, Skyrme⁹ a proposé une extension du modèle σ non linéaire. Il a été le premier à fournir, grâce aux solitons, un mécanisme pour générer les baryons comme états liés de mésons en interaction. Le modèle de Skyrme est une "modélisation" à basse énergie de QCD. C'est une réalisation, sans doute la plus simple possible, de la limite $N_c \rightarrow \infty$. C'est une théorie d'interaction de mésons hautement non linéaire dont le lagrangien effectif possède la symétrie chirale et satisfait à l'algèbre des courants et aux théorèmes des pions mous.

Nous allons montrer ici comment à partir du modèle de Skyrme on peut décrire le nucléon et l'interaction nucléon-nucléon. Signalons par ailleurs au lecteur intéressé par une étude approfondie du modèle de Skyrme la récente revue de Zahed et Brown¹⁰.

Dans la deuxième partie de notre exposé nous rappellerons comment Skyrme⁹ a stabilisé le modèle σ non linéaire construit à partir du pion et du σ et comment, en faisant l'hypothèse d'orienter le champ du pion selon la direction radiale dans l'espace de configuration, il a obtenu une solution de type soliton possédant un courant baryonique. Suivant Adkins, Nappi et Witten¹¹ (ANW) nous montrerons la quantification, par l'introduction de coordonnées collectives, de ce modèle et donnerons les résultats obtenus pour les propriétés statiques du Nucléon et du Delta (1232).

Dans la troisième partie nous dériverons, en utilisant une approximation pour la solution du champ de 2 baryons, l'interaction Soliton-Soliton et calculerons, en quantifiant à la manière ANW, l'interaction statique Baryon-Baryon (NN, $N\Delta$...) ¹². Nous examinerons le problème de l'absence d'attraction et indiquerons comment on peut y remédier en introduisant de nouveaux termes dans le lagrangien ¹³.

Enfin nous indiquerons succinctement quels sont les développements récents pour construire la physique hadronique à basse énergie à partir de lagrangiens effectifs ¹⁴. Nous décrirons brièvement les conséquences de l'introduction des mésons vecteurs ¹⁵. Nous mentionnerons également les travaux poursuivis dans la construction d'un modèle de symétrie chirale à 2 phases : une région centrale constituée de quarks (modèle des sacs) entourée par une région externe où se trouvent les mésons solitons (modèle de Skyrme) ¹⁶.

Nous ne parlerons pas ici ni des modèles de sac chiraux, ni du modèle du soliton de Lee-Friedberg, ni du modèle de Nambu et Jona-Lasinio... nous renvoyons le lecteur à la réf. 17.

II) LE NUCLEON COMME SOLITON TOPOLOGIQUE DANS UN MODELE DE SYMETRIE CHIRALE

a) Le modèle σ non linéaire

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction le modèle σ non linéaire fournit un moule adéquat pour modéliser QCD. Si nous dénotons par $\sigma(x)$ le champ scalaire et isoscalaire du méson σ et par $\vec{\pi}(x)$ le champ pseudoscalaire et isovectoriel du pion la dynamique correspondante est donnée par¹⁸

$$\mathcal{L}_2(x) = \frac{1}{2} (\partial_\mu \sigma(x))^2 + \frac{1}{2} (\partial_\mu \vec{\pi}(x))^2 \quad (1)$$

avec la condition non linéaire

$$\sigma^2(x) + \vec{\pi}^2(x) = f_\pi^2 \quad (2)$$

Ici f_π est la constante de désintégration du pion (expérimentalement $f_\pi = 93$ MeV)

Si l'on introduit le champ matriciel, $U(x)$, 2×2 , dans l'espace d'isospin, tel que

$$U(x) = \frac{1}{f_\pi} (\sigma(x) \mathbb{1} + i \vec{c} \cdot \vec{\pi}(x)), \quad (3)$$

on voit qu'avec la condition (2) $U(x)$ est unitaire, en effet

$$U(x)U^\dagger(x) = \frac{1}{f_\pi^2} (\sigma \mathbb{1} + i \vec{c} \cdot \vec{\pi})(\sigma \mathbb{1} - i \vec{c} \cdot \vec{\pi}) = \frac{\sigma^2 + \vec{\pi}^2}{f_\pi^2} = 1 \quad (4)$$

Ici les matrices d'isospin \vec{c} correspondent aux matrices de Pauli, $\mathbb{1}$ étant la matrice unité. $U(x)$ est un élément de $SU(2)$. La condition (2) suggère la paramétrisation des champs σ et $\vec{\pi}$ en terme d'une fonction $\theta(x)$ telle que

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= f_\pi \cos \theta(x), \\ \vec{\pi}(x) &= \hat{n} f_\pi \sin \theta(x) \end{aligned} \quad (5)$$

et le champ $U(x)$ s'écrit

$$U(x) = \cos \theta(x) \mathbb{1} + i \vec{c} \cdot \hat{n} \sin \theta(x) = e^{i \vec{c} \cdot \hat{n} \theta(x)} \quad (6)$$

Il est intéressant de remarquer que dans le cas d'un champ de pion faible

$$|\vec{\pi}(x)| \ll f_\pi, \quad U(x) = 1 + i \vec{c} \cdot \vec{\pi} / f_\pi \quad (7)$$

Le lagrangien (1) peut s'écrire en fonction de la matrice $U(x)$ comme

$$\mathcal{L}_2(U(x)) = \frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr} \left[\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger \right]. \quad (8)$$

Le symbole Tr signifie que l'on doit prendre la trace dans l'espace d'isospin (voir appendice A).

Le lagrangien $\mathcal{L}_2(x)$ est invariant par une transformation globale (indépendante de x) chirale,

$$U(x) \longrightarrow e^{i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}} U(x) e^{i\vec{\beta} \cdot \vec{\tau}}, \quad (9)$$

où $\vec{\alpha}$ et $\vec{\beta}$ sont des vecteurs constants. On dit alors que $\mathcal{L}_2(x)$ est invariant par symétrie chirale^o (gauche-droite) $SU_L(2) \times SU_R(2)$ (L pour "Left" : gauche, R pour "Right" : droite)

Pour un champ statique, solution des équations d'Euler Lagrange associées avec $\mathcal{L}_2(x)$ l'énergie correspondante est

$$E_2 = - \int d^3x \mathcal{L}_2(\vec{x}) = \frac{f_\pi^2}{4} \int d^3x \text{Tr} \left[\partial_i U \partial_i U^\dagger \right]. \quad (10)$$

Si l'on fait un changement d'échelle

$$\vec{x} = R \frac{\tilde{x}}{x} \quad (11)$$

où R représente la taille du système (soliton^{***}),

$$E_2 = - R \int d^3\tilde{x} \mathcal{L}_2\left(\frac{\tilde{x}}{x}\right). \quad (12)$$

L'énergie minimum ($E_2 = 0$) est obtenue pour un soliton de taille nulle ($R = 0$). Pour remédier à cette instabilité Skyrme⁹ a rajouté à \mathcal{L}_2 un terme antisymétrique et d'ordre 4 en dérivée du champ $U(x)$ (terme de Skyrme) que nous allons étudier.

b) Stabilisation du modèle 5 non linéaire : modèle de Skyrme

Le lagrangien considéré par Skyrme s'écrit

$$\mathcal{L}[U(x)] = \mathcal{L}_2[U(x)] + \mathcal{L}_{4A}[U(x)] \quad (13)$$

avec

$$\mathcal{L}_{4A}[U(x)] = \frac{1}{32e^2} \text{Tr} \left\{ \left[(\partial_\mu U) U^\dagger, (\partial_\nu U) U^\dagger \right]^2 \right\} \quad (14)$$

^o chir(o) : du grec "kheir" : main

^{***} soliton : solution stable d'une équation différentielle non linéaire.

où $[A, B] = AB - BA$. On peut voir par le changement d'échelle (11) que ce terme stabilise le soliton, en effet l'énergie totale du système est

$$E = E_2 + E_4 = aR + \frac{b}{R} \quad (15)$$

qui a un minimum $\left(\frac{dE}{dR} = 0, \frac{d^2E}{dR^2} > 0\right)$ pour $R = \sqrt{\frac{b}{a}}$ avec $E_2 = E_4 = \sqrt{ab}$.

Les équations d'Euler-Lagrange pour $\mathcal{L}(x)$ sont difficiles à résoudre sauf si on fait l'ansatz statique de Skyrme⁹ :

$$U_0(\vec{x}) = e^{i\vec{e} \cdot \hat{r} \theta(r=|\vec{x}|)} = \cos \theta(r) \mathbb{1} + i\vec{e} \cdot \hat{r} \sin \theta(r). \quad (16)$$

Cela correspond à la configuration "hérisson" ("hedgehog") où le champ du pion est radial à la fois dans l'espace et l'isoespace ($\hat{\pi} = \hat{r}$). L'énergie du système est alors

$$M = - \int d^3x \left\{ - \frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr} [\partial_i U_0 \partial_i U_0^\dagger] + \frac{1}{32e^2} \text{Tr} \left\{ [(\partial_i U_0) U_0^\dagger, (\partial_j U_0) U_0^\dagger]^2 \right\} \right\} \quad (17)$$

ce qui avec l'équ. (16) se réduit à (voir l'appendice A pour le calcul du terme en $\frac{f_\pi^2}{4}$)

$$M = 4\pi \int_0^\infty dr \mathcal{H}(\theta(r)) \quad (18)$$

avec

$$\mathcal{H}(\theta(r)) = r^2 \left[\frac{f_\pi^2}{2} (\theta'^2 + \frac{2}{r^2} \sin^2 \theta) + \frac{\sin^4 \theta}{2e^2 r^2} (2\theta'^2 + \frac{\sin^2 \theta}{r^2}) \right]. \quad (19)$$

L'équation classique du mouvement (Euler-Lagrange) est obtenue en minimisant M :

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \theta'} \right) - \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \theta} = 0 \quad (20)$$

ce qui donne

$$\theta'' + \frac{2}{r} \theta' - \frac{\sin 2\theta}{r^2} + \frac{1}{e^2 f_\pi^2} \left(- \frac{\sin 2\theta \sin^2 \theta}{r^4} + \frac{\theta'^2 \sin 2\theta}{r^2} + \frac{2\theta'' \sin^2 \theta}{r^2} \right) = 0 \quad (21)$$

En imposant les conditions aux limites,

$$\begin{aligned} \theta(0) &= n\pi \\ \theta(\infty) &\rightarrow 0, \end{aligned} \quad (21')$$

on obtient des solutions de type soliton. Les propriétés géométriques associées au modèle σ non linéaire conduisent à des propriétés topologiques de ces solitons¹⁰. Nous verrons (c) que n , dit nombre d'enroulement ("winding number"), a une interprétation physique. La figure 1 représente la solution¹¹ $\theta(r)$ pour $n = 1$, $e = 5,45$ et $f_\pi = 64,5$ MeV.

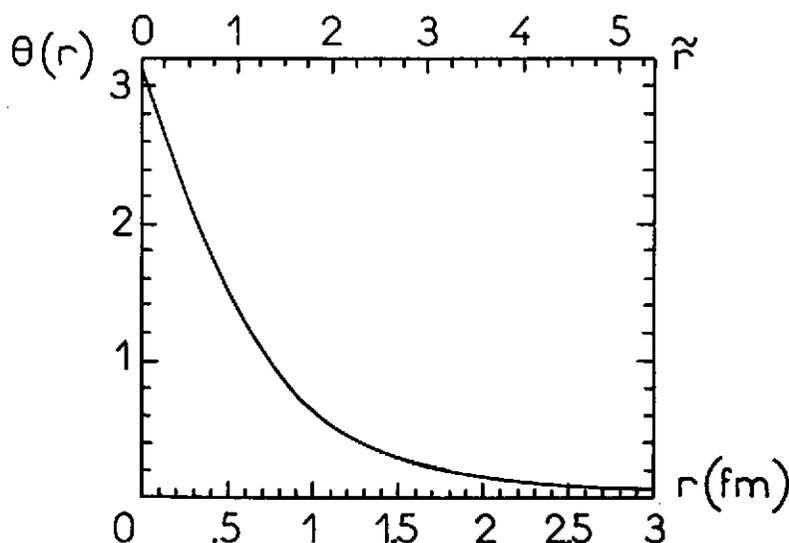


Fig 1 : Solution de l'équation (21) satisfaisant aux conditions (22) avec $n = 1$, $e = 545$, $f_\pi = 64,5$ et $\tilde{r} = e f_\pi r$ (ref. 11).

Le terme de Skyrme (14) peut être considéré comme une correction, d'ordre p^4 , au terme σ non linéaire, d'ordre p^2 , dans une description chirale effective¹⁹. Alors que le terme en p^2 est unique celui en p^4 ne l'est pas¹⁰ (voir également section III c)). A l'ordre le plus bas en moment du pion (cf. eq.(7))

$$\partial_i U \sim i \vec{\tau} \cdot \partial_i \vec{\pi} / f_\pi \quad (22)$$

et

$$\frac{1}{32 e^2} \text{Tr} [\partial_i U U^\dagger, \partial_j U U^\dagger]^2 \sim \frac{1}{8 e^2 f_\pi^4} (\partial_i \vec{\pi} \wedge \partial_j \vec{\pi})^2 \quad (23)$$

ce qui a les nombres quantiques de l'échange d'un ρ massif dans l'onde D de la voie $\pi\pi$. Cela suggère que le paramètre e^2 peut être relié aux données $\pi\pi$ ¹⁰ (voir aussi sect. IV a) eqs. 98 et 99). L'addition du terme de Skyrme n'altère pas les théorèmes des pion mous (algèbre des courants) auxquels satisfait déjà le modèle σ non linéaire¹⁰.

Dans l'hypothèse hérisson le nombre quantique

$$\vec{K} = \vec{J} + \vec{I} = (\vec{L} + \vec{S}) + \vec{I} \quad (24)$$

est tel que¹⁰

$$[\vec{K}, U_0(\vec{x})] = 0 \quad (25)$$

Ceci suggère que les skyrmions hérisson sont des scalaires dans l'espace \vec{K} ($\vec{K} = 0$). De plus $U_0(\vec{x})$ étant invariant par parité, les skyrmions hérisson peuvent être considérés comme des mélanges d'états $\vec{I} = \vec{J}$ et de parité positive. Nous allons maintenant décrire la propriété topologique remarquable du modèle σ non linéaire, à savoir l'existence d'un courant topologique conservé.

c) Courant topologique baryonique

Les propriétés géométriques spatiales non triviales auxquelles obéit le modèle σ non linéaire font qu'il existe, en plus des courants de Noether, un courant topologique conservé¹⁰ :

$$B_\mu = \frac{1}{24\pi^2} \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{Tr}[(U^\dagger \partial_\nu U)(U^\dagger \partial_\alpha U)(U^\dagger \partial_\beta U)] \quad (26)$$

où $\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta}$ représente le tenseur totalement antisymétrique, $\epsilon_{0123} = -\epsilon^{0123} = 1 \dots$

Ce courant est conservé :

$$\partial^\mu B_\mu = 0. \quad (27)$$

On montre que

$$\int B_0 d^3x = n \quad (28)$$

Dans le cas de la solution hérisson (éq. 16)

$$B_0 = \frac{1}{4\pi^2} (\cos 2\theta - 1) \frac{1}{r^2} \frac{d\theta}{dr}, \quad (29)$$

alors avec les conditions (21') on obtient

$$B = \int B_0 d^3x = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty d\theta [\cos 2\theta - 1],$$

$$B = \frac{1}{\pi} \left[\theta(0) - \theta(\infty) - \frac{1}{2} (\sin 2\theta(0) - \sin 2\theta(\infty)) \right],$$

$$B = n. \quad (29')$$

Skyrme a proposé d'interpréter n comme le nombre baryonique et B_μ comme le courant baryonique, B_0 représentant alors la densité baryonique. Les baryons émergent comme solitons topologiques. La solution dessinée dans la fig. 1 correspond à un baryon classique, mélange d'états de même spin et isospin. Pour décrire les états physiques du nucléon et du delta il faut quantifier. Nous allons montrer comment cette quantification a été réalisée par A.N.W.¹¹

d) Quantification par l'introduction de coordonnées collectives

Si $U_0 = e^{i\vec{\tau} \cdot \hat{r} \theta(r)}$ est une solution soliton, alors $U = AU_0A^\dagger$ où A est une matrice constante de $SU(2)$ est aussi une solution, $\mathcal{L}(x)$ étant invariant dans cette rotation globale. Une solution avec n 'importe quel A n'est pas un état propre du spin et de l'isospin. Pour construire de bons états il faut traiter A comme variable quantique, comme coordonnée collective. Suivant ANW¹¹ ceci peut être réalisé en considérant A comme étant dépendant du temps,

$$A(t) = a_0(t) \mathbb{1}_+ + i\vec{\tau} \cdot \vec{a}(t), \quad (30)$$

et $A \in SU(2) \Rightarrow$

$$AA^\dagger = 1 \iff \sum_{\mu=0}^3 a_\mu^2 = 1. \quad (31)$$

Le lagrangien, obtenu en intégrant la densité donnée par l'éq. (13) et avec la substitution

$$U(x) = A(t) U_0(\vec{x}) A^\dagger(t), \quad (32)$$

s'écrit

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(x) = -M + \lambda \text{Tr} \left(\frac{\partial A}{\partial t} \frac{\partial A^\dagger}{\partial t} \right), \quad (33)$$

et avec (30)

$$L = -M + 2\lambda \sum_{\mu=0}^3 (\dot{a}_\mu)^2. \quad (34)$$

Le moment d'inertie λ est donné par :

$$\lambda = \frac{8\pi}{3} \int_0^\infty r^2 dr \left[\frac{\rho^2}{\pi} \sin^2 \theta + \frac{\sin^2 \theta}{e^2} \left(\theta'^2 + \frac{\sin^2 \theta}{r^2} \right) \right]. \quad (35)$$

Le moment conjugué à a_μ est

$$\pi_\mu = \frac{\partial L}{\partial \dot{a}_\mu} = 4\lambda \dot{a}_\mu. \quad (36)$$

L'hamiltonien est

$$H = \pi_\mu \dot{a}_\mu - L = M + \frac{1}{8\lambda} \sum_{\mu=0}^3 \pi_\mu^2. \quad (37)$$

On peut alors exécuter la quantification canonique usuelle

$$\pi_\mu = -i \frac{\partial}{\partial a_\mu}. \quad (38)$$

L'hamiltonien (37) devient

$$H = M + \frac{1}{8\lambda} \sum_{\mu=0}^3 \left(-\frac{\partial^2}{\partial a_\mu^2} \right). \quad (39)$$

Avec la contrainte (31), $\sum_{\mu=0}^3 \frac{\partial^2}{\partial a_\mu^2}$ correspond au laplacien sur la sphère à 4 dimensions de rayon unité (S^3). On peut montrer que les fonctions propres correspondent à des polynômes en a_μ .

Par exemple le polynôme $(a_0 + i a_1)^\ell$ est une fonction d'onde de spin et d'isospin égaux à $\ell/2$.

La quantification des Skyrmons de $SU(2)$ comme fermions demande des ℓ impairs. Dans le cas de Skyrmons de $SU(3)$ on montre²⁰ que le skyrmion est un fermion (boson) si N_c est impair (pair). Si

l'on accomplit des rotations infinitésimales dans l'espace et l'isoespace on obtient pour les opérateurs de spin et d'isospin les expressions suivantes¹⁴

$$\vec{J} = -\frac{i}{2} \left[a_0 \vec{\nabla}_a - \vec{a} \frac{\partial}{\partial a_0} + \vec{a} \wedge \vec{\nabla}_a \right], \quad (40)$$

$$\vec{I} = -\frac{i}{2} \left[-a_0 \vec{\nabla}_a + \vec{a} \frac{\partial}{\partial a_0} + \vec{a} \wedge \vec{\nabla}_a \right], \quad (41)$$

$$J^2 = I^2 = \frac{1}{4} \sum_{\mu=0}^3 \left(-\frac{\partial^2}{\partial a_\mu^2} \right) \quad (42)$$

et
$$H = M + \frac{J(J+1)}{2\lambda}. \quad (43)$$

Les fonctions des nucléons sont des polynomes du 1er degré, celles des Δ des polynomes du 3eme degré, par exemple en normalisant sur S^3 on obtient¹¹

$$|p \uparrow\rangle = \frac{1}{\pi} (a_1 + i a_2), \quad |n \uparrow\rangle = \frac{i}{\pi} (a_0 - i a_3) \quad (44)$$

$$|\Delta^{++}, J_z = \frac{3}{2}\rangle = \frac{\sqrt{2}}{\pi} (a_1 + i a_2)^3 \quad \text{etc...} \quad (45)$$

Apartir de (43) on obtient pour $J = 1/2$

$$M_{\text{proton}} = M + \frac{3}{8\lambda} \quad (46)$$

et pour $J = 3/2$

$$M_{\Delta} = M + \frac{15}{8\lambda} \quad (47)$$

On peut alors calculer les propriétés statiques du nucléon et du delta dans un tel modèle.

e) Propriétés statiques du Nucléon et du Delta

Pour calculer les couplages faibles et électromagnétiques des baryons il faut calculer les courants de Noether, courants vectoriels et axiaux. Pour ce faire il faut considérer des transformations locales et infinitésimales de $SU_L(2)$ et $SU_R(2)$. Nous renvoyons le lecteur intéressé aux références 10) et 11). Nous nous contenterons ici d'illustrer, par quelques formules simples, comment ont été calculées quelques propriétés statiques du nucléon. Ainsi la densité de charge isoscalaire est donnée par^{**}

$$\rho(r) = \frac{e}{2} B_0(r), \quad (48)$$

la charge isoscalaire est alors (cf. (29) et (29')) avec $n = 1$

$$\int \rho(r) d^3r = \frac{e}{2}. \quad (49)$$

^{**} Rappelons que la charge électrique du nucléon est $Q = \frac{1}{2} B + I_3$.

Le rayon carré isoscalaire moyen est

$$\langle r^2 \rangle_{I=0} = \frac{1}{e} \int_0^\infty r^2 \rho(r) d^3r = - \frac{1}{\pi} \int_0^\infty r^2 \sin^2 \theta \theta' dr . \quad (50)$$

Le courant isoscalaire, \vec{j} , est égal à la moitié du courant baryonique, \vec{B} (éq. 26),

$$\vec{j} = \frac{e}{2} \vec{B} . \quad (51)$$

Le moment magnétique isoscalaire s'écrit

$$\vec{\mu} = \frac{1}{2} \int d^3r \vec{r} \wedge \vec{j} . \quad (52)$$

Si $\vec{\sigma}$ est l'opérateur de spin du nucléon on a

$$\vec{\mu} = [(\mu_n + \mu_p)/2] \vec{\sigma} \frac{e}{2 M_N} , \quad (53)$$

ce qui donne

$$\mu_n + \mu_p = - \frac{M_N}{3\pi\lambda} \int_0^\infty r^2 \sin^2 \theta \theta' dr . \quad (54)$$

quantité	Prédiction	Expérience	Modèle sac MIT
e	5,45		
F_π (MeV)	54,5	93	
M_N (MeV)	939*	939	939*
M_Δ (MeV)	1232*	1232	1232*
$\langle r_E^2 \rangle_0^{1/2}$ (fm)	0,59	0,72	0,76
$\langle r_E^2 \rangle_1^{1/2}$ (fm)	∞ ($m_\pi = 0$)	0,88	0,76
$\langle r_M^2 \rangle_0^{1/2}$ (fm)	0,92	0,81	0,62
$\langle r_M^2 \rangle_1^{1/2}$ (fm)	∞ ($m_\pi = 0$)	0,80	0
μ_p (nm)	1,87	2,79	1,90
μ_n (nm)	-1,31	-1,91	-1,27
μ_p/μ_n	1,43	1,46	1,45
ε_A	0,61(1,02)	1,26	1,09
$\varepsilon_{\pi NN}$	8,9	13,5	
$\varepsilon_{\pi N\Delta}$	13,2	20,3	
$\mu_{N\Delta}$	2,3	3,3	

Table 1 : Propriétés statiques du nucléon et du delta (1232). Comparaison des prédictions du modèle de Skyrme, ANW¹¹, avec les valeurs expérimentales et les prédictions du modèle du sac du MIT⁴. Les étoiles signifient que les paramètres des modèles ont été ajustés pour reproduire les masses du nucléon et du delta.

Les expressions des autres observables peuvent être trouvées dans les réf. 10) et 11). Nous montrons dans la table 1 les résultats obtenus par ANW qui ont choisi de reproduire M_N et M_Δ (cf. eqs. 18, 19, 35, 46 et 47) en ajustant e et f_π . Nous comparons leurs prédictions aux valeurs expérimentales et aux résultats du modèle du sac de MIT⁴.

Les rayons carré électriques et magnétiques isovectoriels sont infinis comme attendus dans la limite chirale ($m_\pi = 0$). L'introduction d'un terme de masse du pion dans le lagrangien (brisure de la symétrie chirale) permet de calculer ces quantités²¹. La valeur de g_A entre parenthèses correspond à la valeur obtenue en introduisant de possibles corrections dues à la valeur finie de N_c ²². On peut également²³ utiliser la valeur expérimentale de f_π et ajuster e de façon à reproduire la différence de masse $M_\Delta - M_N$. La valeur prédite pour g_A est beaucoup plus proche de la valeur expérimentale, mais la masse du nucléon est trop grande ($\sim 1,4$ GeV). Les prédictions ANW du modèle de Skyrme sont environ à 30% des valeurs expérimentales. Ceci pourrait être amélioré si on introduisait par exemple les autres mésons et interactions (voir section IV) présents dans la limite $N_c \rightarrow \infty$ de QCD. Un autre champ d'application où l'on peut tester le modèle est l'étude de l'interaction Baryon-Baryon ce que nous allons considérer dans le chapitre suivant.

III) L' INTERACTION BARYON-BARYON A PARTIR DE L'INTERACTION SOLITON-SOLITON

a) Interaction Soliton Soliton

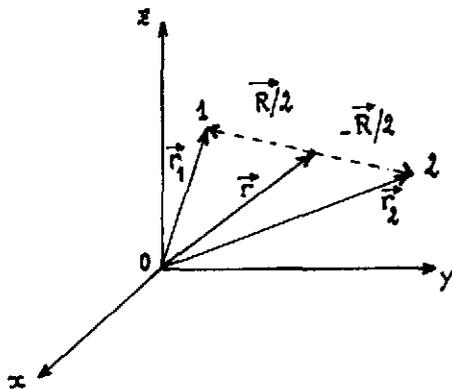


Fig. 2 : Représentation graphique des vecteurs donnant la position des solitons 1 et 2.

Considérons deux solitons 1 et 2 dont les positions sont définies comme sur la fig. 2 :

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = \vec{r} + \vec{R}/2 \\ \vec{r}_2 = \vec{r} - \vec{R}/2 \end{cases} \quad (55)$$

et

$$\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{R} \quad (56)$$

Ils sont respectivement décrits par les champs $U_0(\vec{r}_1)$ et $U_0(\vec{r}_2)$ où $U_0(\vec{r})$ correspond à l'ansatz statique de Skyrme (éq. 16). On peut, suivant la méthode dérivée par ANW¹¹ et exposée dans la section II d), exécuter des rotations dans SU(2) en introduisant des coordonnées collectives pour obtenir de bons états de spin et d'isospin et quantifier. Le champ $U_0(\vec{r}_1)$ est transformé en

$$U_1(\vec{r}, t) = A(t) U_0(\vec{r}_1) A^\dagger(t) \quad (57)$$

et $U_0(\vec{r}_2)$ en

$$U_2(\vec{r}, t) = B(t) U_0(\vec{r}_2) B^\dagger(t). \quad (58)$$

Les matrices A et B sont des matrices de SU(2), telles que l'on ait les éqs. (30) et (31) pour A(t) et des expressions analogues pour B(t) en termes de $b_\mu(t)$. Les opérateurs de spin et d'isospin sont donnés par les expressions (40) et (41) pour le soliton 1 et par des expressions analogues pour le soliton 2 avec a_μ remplacé par b_μ . Le spin et l'isospin total sont alors $\vec{J} = \vec{J}_1 + \vec{J}_2$ et $\vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2$.

On ne sait pas comment calculer le champ correspondant à une configuration à 2 solitons. Suivant Skyrme⁹ on peut faire l'hypothèse que ce champ est donné par le produit^{**} des 2 champs (57) et (58) des solitons 1 et 2,

$$U(\vec{r}, t) = U_1(\vec{r}_1, t) U_2(\vec{r}_2, t), \quad (59)$$

$$U(\vec{r}, t) = A U_{01} C U_{02} B^\dagger \quad (60)$$

où

$$C = A^\dagger B \quad (61)$$

représente la rotation relative entre les deux solitons. On peut voir que $CC^\dagger = 1$ et si l'on écrit

$$C = c_0 \mathbb{1} + i \vec{c} \cdot \vec{c} \quad (62)$$

on a

$$c_0^2 + \vec{c}^2 = 1. \quad (63)$$

Les c_μ s'expriment à partir de l'équation (61) en fonction des a_μ et b_μ . Si l'on porte le champ $U(\vec{r}, t)$ dans le lagrangien $\mathcal{L}(U(x))$ de l'éq. 13, on obtient, pour la densité d'énergie de la configuration à 2 solitons (éq. 60),

$$\mathcal{L}(U) = \mathcal{L}(U_1 U_2) = \mathcal{L}(U_1) + \mathcal{L}(U_2) - \mathcal{V}(\vec{r}, \vec{R}, C) \quad (64)$$

on peut interpréter \mathcal{V} comme étant la densité de l'interaction (potentiel) entre les 2 skyrmions^{***}. Dans l'appendice B nous démontrons l'équation (64) pour le terme σ non linéaire, $\mathcal{L}_2(U(x))$ de l'éq. 8, et nous donnons l'expression de \mathcal{V} pour ce même terme.

Pour 2 solitons très éloignés ($\vec{R} \rightarrow \infty$), $\mathcal{V}(\vec{r}, \vec{R}, C) \rightarrow 0$ et l'ansatz $U = U_1 U_2$ correspond à la solution exacte. Si les deux solitons sont superposés ($\vec{R} = 0$) et s'ils tournent ensemble ($A = B$)

^{**} On peut vérifier que le nombre baryonique d'une telle configuration est égal à 2 (cf. éqs. 26 et 28).

^{***} On négligera par la suite les termes provenant des dérivées temporelles. La rotation du soliton étant lente ces termes donnent une faible contribution.

alors $U_1 = U_2$, $U = U_1^2$ et

$$\mathcal{L}(U) = \mathcal{L}(U_1^2) = \mathcal{L} \left[e^{i \vec{c} \cdot \hat{r}} \mathcal{L} \theta(r) \right] \quad (65)$$

On peut résoudre l'éq. (21) avec $n=2$ et obtenir la fonction θ pour une configuration de nombre baryonique 2, $\theta(r, B=2)$. Si

$$\mathcal{L} \theta(r, B=1) \approx \theta(r, B=2) \quad (66)$$

alors la solution produit sera proche de la solution exacte. L'équation (66) est assez bien vérifiée. On s'attend à ce que l'approximation du produit (59) soit une assez bonne approximation à courte et à grande distance, il pourrait y avoir des corrections dans la région intermédiaire.

A partir des équations (60) et (64) on obtient pour l'interaction statique soliton-soliton^{12, 14} (voir également appendice B)

$$v(\vec{R}, C) = \int d^3r V(\vec{r}, \vec{R}, C) = \int d^3r \left[\frac{f^2}{2} \text{Tr} (U_{01}^\dagger (\vec{\nabla} U_{01}) C U_{02} (\vec{\nabla} U_{02}^\dagger) C^\dagger) + \dots \right]. \quad (67)$$

L'expression du potentiel provenant du terme de Skyrme est donnée dans les réf. 12) ou 14). On peut réécrire (67) comme

$$v(R, C) = \alpha_1 + \alpha_2 c_0^2 + \alpha_3 \frac{(\vec{c} \cdot \vec{R})^2}{R^2} + \alpha_4 c_0^4 + \alpha_5 c_0^2 \frac{(\vec{c} \cdot \vec{R})^2}{R^2} + \alpha_6 \frac{(\vec{c} \cdot \vec{R})^4}{R^4} \quad (68)$$

Les coefficients α_j ($j=1,6$) peuvent être calculés numériquement par intégrations de fonctions obtenues en développant (67) et dépendant des $\theta(r_i)$ ($i=1,2$) (et de leurs dérivées) solutions de l'équation (21). On peut alors calculer un potentiel statique nucléon-nucléon.

b) Potentiel statique nucléon-nucléon

On peut décomposer en isospin le potentiel statique NN de la manière suivante,

$$V(\vec{R}) = V^+(\vec{R}) + \vec{c}_1 \cdot \vec{c}_2 V^-(\vec{R}). \quad (69)$$

Chaque composante d'isospin a une composante centrale, spin-spin et tenseur et avec $R = |\vec{R}|$,

$$V^\pm(\vec{R}) = V_C^\pm(R) + \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 V_{SS}^\pm(R) + \left(\frac{3 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{R} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{R}}{R^2} - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \right) V_T^\pm(R). \quad (70)$$

On peut calculer la valeur moyenne de $V(\vec{R})$ entre, par exemple, 2 états de 2 protons de spin $+1/2$, on trouve

$$\langle p_1 \uparrow p_2 \uparrow | V(R) | p_1 \uparrow p_2 \uparrow \rangle = V_C^+ + V_C^- + V_{SS}^+ + \mathcal{L} (V_T^+ + V_T^-). \quad (71)$$

En utilisant les fonctions des nucléons skyrmions (éq. 44), on peut également calculer la valeur moyenne du potentiel soliton-soliton (éq. 68) entre 2 états de 2 protons de spin + 1/2, on a :

$$\begin{aligned} \langle p_1 \uparrow p_2 \uparrow | v(R, C) | p_1 \uparrow p_2 \uparrow \rangle &= \int d^4 a d^4 b \delta(\sum a_\mu^2 - 1) \\ &\delta(\sum b_\mu^2 - 1) (a_1^2 + a_2^2) (b_1^2 + b_2^2) v(\vec{R}, C) \\ &= \alpha_1 + \frac{5}{18} (\alpha_2 + \alpha_3) + \frac{7}{48} (\alpha_4 + \frac{\alpha_5}{3} + \alpha_6). \end{aligned} \quad (72)$$

L'égalité de ces deux éléments (éqs. 71 et 72) donne une relation entre les $V_{C, SS, T}^\pm$ et les α_j ($j = 1, 6$). On peut construire cinq autres relations en moyennant les potentiels par d'autres états, on obtient ainsi les expressions des $V_{C, SS, T}^\pm$ en fonction des α_j ($j = 1, 6$). On trouve

$$V_C^- = V_{SS}^+ = V_T^+ = 0, \quad (73)$$

$$V_C^+ = \alpha_1 + (\alpha_2 + \alpha_3)/4 + (\alpha_4 + \alpha_6)/8 + \alpha_5/24,$$

$$V_{SS}^- = \alpha_2/36 - \alpha_3/108 + \alpha_4/48 + \alpha_5/432 - \alpha_6/144, \quad (74)$$

et

$$V_T^- = \alpha_3/54 + \alpha_5/432 + \alpha_6/72.$$

Les résultats de l'éq.(73) sont en accord avec la signature de l'échange d'un pion qui n'a comme composante que les termes V_{SS}^- et V_T^- .

Les potentiels correspondant aux éqs.(74) sont tracés sur la figure 3. Pour les grandes valeurs de R on peut montrer que

$$V_T^- = \frac{25,6}{4 f_\pi^2 e^4} \frac{1}{R^3}. \quad (75)$$

D'autre part pour un pion de masse nulle

$$V_T^{OPE}(m_\pi = 0) = \frac{g_{\pi NN}^2}{16 \pi M_N^2 R^3}, \quad (76)$$

en identifiant ces deux dernières équations, on trouve

$$\frac{g_{\pi NN}}{2M} = \frac{g}{f_\pi e^2}. \quad (77)$$

Ceci est la même relation que celle trouvée par ANW à partir de la valeur moyenne du champ du pion à grande distance. Les courbes tracées sur la fig. 3 correspondent à $f_\pi = 93$ MeV (valeur expérimentale) et à $e = 3.6$, valeur pour laquelle $g_{\pi NN}$ (éq. 77) est proche de la valeur expérimentale.

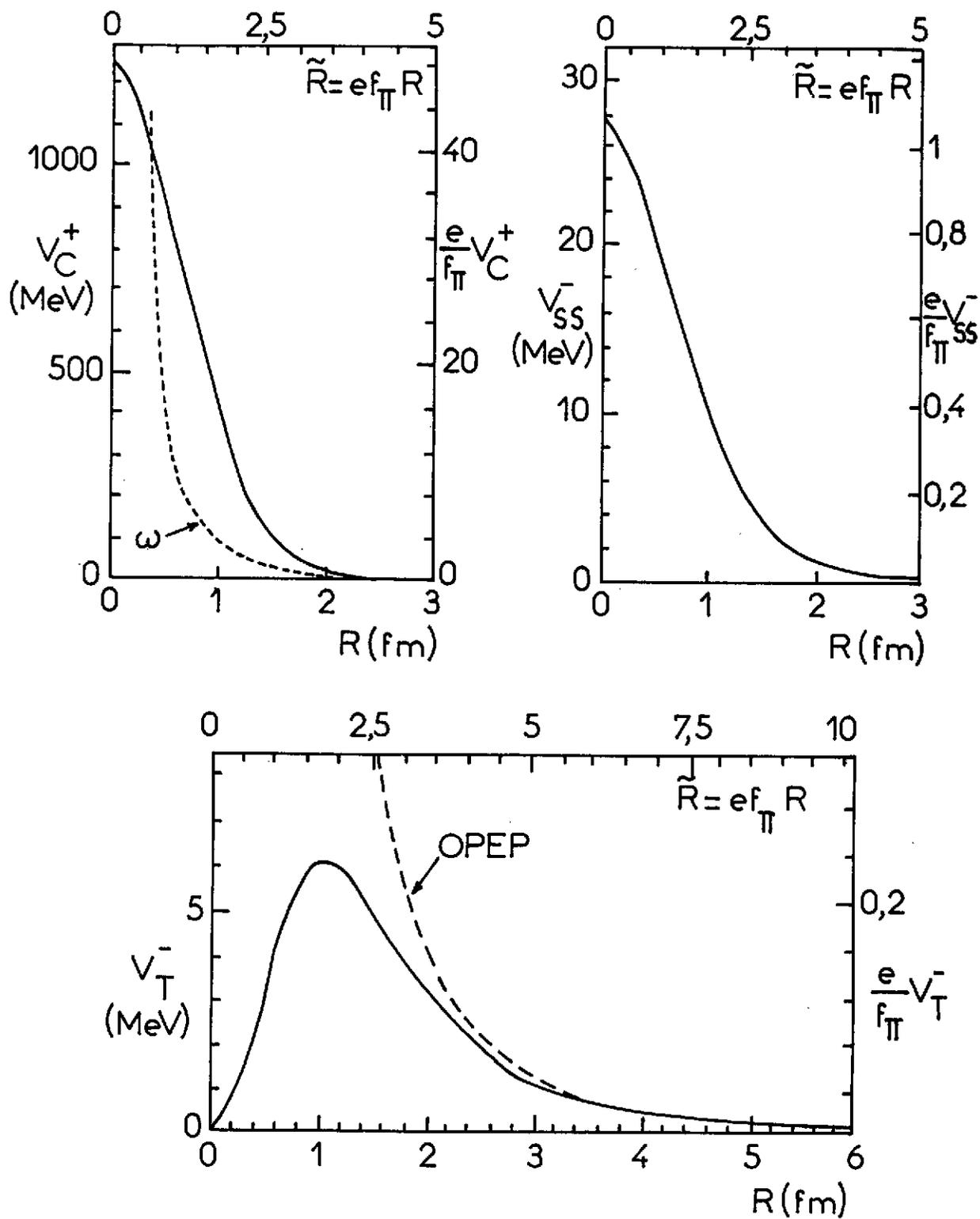


Fig. 3 : Potentiels NN calculés (réf.12) dans le cadre du modèle de Skyrme (voir texte)

Si l'on fait la transformation d'échelle

$$\tilde{R} = e \frac{f}{\pi} R, \quad (78)$$

où \tilde{R} est sans dimension, alors l'équation (21) devient une équation différentielle pour $\theta(\tilde{R})$ et le potentiel (cf. éq. 67) s'écrit

$$V(R) = \frac{f}{e} \tilde{V}(\tilde{R}), \quad (79)$$

où $\tilde{V}(\tilde{R})$ est sans dimension. Nous avons également porté les échelles, indépendantes des paramètres, de \tilde{V} en fonction de \tilde{R} sur la fig. 3.

Le potentiel V_C^+ montre une répulsion de l'ordre de 1 GeV à courte portée ce qui est en accord avec ce que nous connaissons de l'interaction NN. Pour comparaison nous donnons la répulsion provenant de l'échange conventionnel d'un méson ω de couplage $g_{\omega}^2/4\pi = 10$. Le potentiel $V_{SS}^- \sim 0$ pour $r > 3 f_m$, ce qu'on attend de l'échange d'un pion de masse nulle dont le potentiel spin-spin est nul. Le potentiel V_T^- tend bien pour $R \gg 3$ fm vers celui de l'échange d'un pion de masse nulle que nous avons également tracé sur la fig. 3.

Connaissant les fonctions d'onde du Δ (éq. 45) on peut calculer les potentiels¹² de transition $NN \rightarrow N\Delta, NN \rightarrow \Delta\Delta$ et également les potentiels $N\Delta \rightarrow N\Delta$ et $\Delta\Delta \rightarrow \Delta\Delta$. Par exemple

$$\langle \Delta, N, S = \frac{1}{2}, S_z = 0 | v | N, N, S = 0, S_z = 0 \rangle = -6\sqrt{2} V_T^-, \quad (80)$$

ce potentiel est donc attractif ce qui est en accord avec le calcul de l'échange d'un pion.

En postulant l'ansatz du produit pour la configuration à 3 solitons on pourrait également évaluer une force à 3 corps entre 3 nucléons. Une estimation de la valeur du potentiel à 3 corps à l'origine a été donnée dans la réf. 24. On a

$$V_2(0) = M(B=2) - 2M(B=1) \approx 1,4 \text{ GeV}, \quad (81)$$

$$V_3(0,0) = M(B=3) - 3M(B=1) - 3V_2(0) \approx -58 \text{ MeV}, \quad (82)$$

chiffres obtenus avec $M(B=1) = 1,4$ GeV, $M(B=2) = 4,2$ GeV et $M(B=3) = 8,4$ GeV. Alors que la répulsion à l'origine du potentiel à 2 corps est grande, cette évaluation donne un faible potentiel 3 corps à l'origine.

On peut voir enfin sur la fig. 3 que le potentiel ${}^1S_0, V({}^1S_0) = V_c^+ - 3V_{SS}^-$, est partout répulsif alors que pour les potentiels réalistes, comme celui de Paris²⁵, ce potentiel est attractif (~ -50 MeV) à moyenne portée ($\sim .8$ fm) et est responsable de la liaison nucléaire. Dans le cadre du modèle de Skyrme ceci pose un problème que nous allons considérer maintenant.

c) Problème de la liaison nucléaire

En plus du terme de Skyrme il existe un terme symétrique d'ordre 4 en dérivée du champ $U(x)$ ²⁶,

$$\mathcal{L}_{4S} = \frac{\gamma}{8e^2} \left[\text{Tr} [\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger] \right]^2 \quad (83)$$

Nous avons ajouté ce terme au lagrangien (13) et considéré le lagrangien^{13,14}

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_{4A} + \mathcal{L}_{4S} \quad (84)$$

Le terme \mathcal{L}_{4S} contribue de manière négative à la masse du soliton, il déstabilise le soliton. Pour une valeur de e donnée, il existe une valeur maximale critique de γ . La valeur de γ pourrait être déterminée à partir de l'onde $S\pi\pi$. En plus d'un terme quadratique en dérivée temporelle contribuant au λ , \mathcal{L}_{4S} donne un terme quartic petit que nous avons négligé. Le potentiel $V_{c,4S}^+$ est attractif mais pas suffisamment pour contrebalancer la répulsion provenant de \mathcal{L}_{4A} .

Nous avons alors introduit le méson vecteur ω dont le potentiel $V_{c,\omega}^+$ est répulsif mais de portée plus courte que $V_{c,4A}^+$. Le lagrangien s'écrit²⁷

$$\mathcal{L}_\omega = -\frac{1}{4} (\partial_\mu \omega_\nu - \partial_\nu \omega_\mu)^2 + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu + \beta \omega_\mu B^\mu \quad (85)$$

Le méson vecteur ω stabilise le soliton. Si l'on considère m_ω grand alors on montre que \mathcal{L}_ω est équivalent à un terme, \mathcal{L}_ω^{APP} , du 6^{ème} ordre en dérivée du champ U et nous avons²⁸

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_{4A} + \mathcal{L}_{4S} + \mathcal{L}_\omega^{APP} \quad (86)$$

On montre de plus que \mathcal{L}_{4S} (éq. 83) est l'approximation de grande masse d'un méson scalaire singulet chirale $\tilde{E}(r)$ (interaction $\pi\pi$ dans l'onde S),

$$\mathcal{L}_E = \frac{1}{2} (\partial_\mu E(r))^2 - \frac{1}{2} m_E^2 E^2(r) - m_E^2 \frac{\gamma}{4e^2} \text{Tr} [\partial_\mu U \partial^\mu U^\dagger] \quad (87)$$

Une alternative au lagrangien de l'équation (86) est alors

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_{4A} + \mathcal{L}_E + \mathcal{L}_\omega \quad (88)$$

A partir des lagrangiens (86) et (88) nous avons reproduit les masses du nucléon et du delta et obtenu un potentiel V_c^+ attractif à longue portée²⁸. Suivant que l'on considère l'éq.(86) ou l'éq.(88) les va-

leurs de f_π , e , γ et β sont différentes ce qui nous montre que les effets non locaux de masse finie des mésons peuvent être importants. Ceci nous a amené à étudier un lagrangien où $\mathcal{L}_2 + \mathcal{L}_{4A}$ sont remplacés par des termes construits à partir des autres mésons vecteurs ρ et A_1 ²⁹. Nous allons, dans la section suivante décrire brièvement ce travail.

IV) DÉVELOPPEMENTS RECENTS DE CONSTRUCTION DE LA PHYSIQUE HADRONIQUE A BASSE ENERGIE A PARTIR DE LAGRANGIENS EFFECTIFS

a) Introduction des mésons vecteurs ρ et A_1

Nous avons considéré un lagrangien où les mésons vecteurs ρ et A_1 sont des particules de jauge associées à la symétrie $SU_L(2) \times SU_R(2)$,

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\pi, \rho, A_1} + \mathcal{L}_E + \mathcal{L}_W. \quad (89)$$

On a^{14,29}

$$\mathcal{L}_{\pi, \rho, A_1} = f \text{Tr} [D_\mu U D^\mu U^\dagger] - \frac{1}{8} \text{Tr} [X_{\mu\nu}^2 + Y_{\mu\nu}^2] + \frac{m_\rho^2}{4} \text{Tr} [X_\mu^2 + Y_\mu^2], \quad (90)$$

avec pour la dérivée covariante

$$D_\mu U = \partial_\mu U + ig(X_\mu U - U Y_\mu) \quad (91)$$

et pour les termes d'énergie cinétique

$$X_{\mu\nu} = \partial_\mu X_\nu - \partial_\nu X_\mu + ig[X_\mu, X_\nu], \quad (92)$$

$$Y_{\mu\nu} = \partial_\mu Y_\nu - \partial_\nu Y_\mu + ig[Y_\mu, Y_\nu].$$

U est donné par l'éq.(6), $X_\mu = \vec{X}_\mu \cdot \vec{t}$ et $Y_\mu = \vec{Y}_\mu \cdot \vec{t}$. Les vecteurs matrice \vec{X}_μ et \vec{Y}_μ sont les champs isovecteurs gauche et droit. Le lagrangien (90) est invariant par la transformation globale chirale (9) avec en plus

$$\begin{aligned} X_\mu &\longrightarrow e^{i\vec{\alpha} \cdot \vec{t}} X_\mu e^{-i\vec{\alpha} \cdot \vec{t}}, \\ Y_\mu &\longrightarrow e^{-i\vec{\beta} \cdot \vec{t}} Y_\mu e^{i\vec{\beta} \cdot \vec{t}}. \end{aligned} \quad (93)$$

Le développement du lagrangien (90) à l'ordre quadratique en champ du pion (cf. éq.(7)) et sa diagonalisation permettent d'identifier son contenu en particules physiques¹⁴, on obtient pour le méson ρ

$$\vec{\rho}_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{X}_\mu + \vec{Y}_\mu) \quad (94)$$

et pour le méson A_1

$$\vec{A}_{1\mu} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\vec{X}_\mu - \vec{Y}_\mu) + \frac{(m_A^2 - m_\rho^2)^{1/2}}{m_A m_\rho} \partial_\mu \vec{\pi}, \quad (95)$$

avec

$$m_A^2 = m_\rho^2 + 8fg^2. \quad (96)$$

La normalisation au terme cinétique du pion (1) donne

$$f = \frac{f_\pi^2}{4} \frac{m_A^2}{m_\rho^2}. \quad (97)$$

On peut voir que les paramètres sont fixés par la physique des mésons. D'autre part les propriétés électromagnétiques peuvent être calculées à partir de l'hypothèse de dominance vectorielle où le photon se couple au nucléon via les mésons ρ , A_1 et ω .

Le lagrangien (90) se résout avec la transformation hérission (16) et donne d'assez bons résultats pour les propriétés du nucléon et du delta et pour l'interaction NN^{29} . Remarquons que dans la limite de grande masse pour les mésons ρ et A_1 .

$$L_{\pi, \rho, A_1} \longrightarrow L_\pi + L_{4A} \quad (98)$$

avec

$$m_{A_1} = \sqrt{3} m_\rho$$

et

$$e^2 = 2g^2 \left[1 - \frac{m_\rho^4}{m_{A_1}^4} \right]^{-2} = \frac{81}{32} g^2. \quad (99)$$

Comme annoncé dans la section II b) le paramètre e est relié aux paramètres du méson ρ . Avant de faire quelques conclusions nous voulons exposer brièvement des recherches sur la construction d'un modèle de symétrie chirale à 2 phases.

b) Modèle de symétrie chirale à 2 phases

Dans la description du nucléon comme Skyrmion le degré de liberté des quarks et des gluons ont été éliminés au profit de ceux des pions et des mésons vecteurs. D'autre part le nucléon a aussi été décrit comme un sac de quarks (et de gluons) dans le modèle du sac de MIT (voir table 1). Si l'on savait calculer toutes les corrections, par exemple termes en dérivée d'ordre supérieur ou introduction de mésons plus lourds pour le skyrmion..., effets d'échanges multigluoniques pour le modèle des sacs..., les deux approches devraient être équivalentes et pouvoir décrire la physique hadronique à basse énergie. Alternativement on pourrait imaginer un modèle hybride où un sac de quarks (et gluons) serait entouré de mésons. L'idée est d'introduire une "bulle" de quarks (et gluons) à l'intérieur du Skyrmion¹⁶ comme schématisé sur la figure 4.

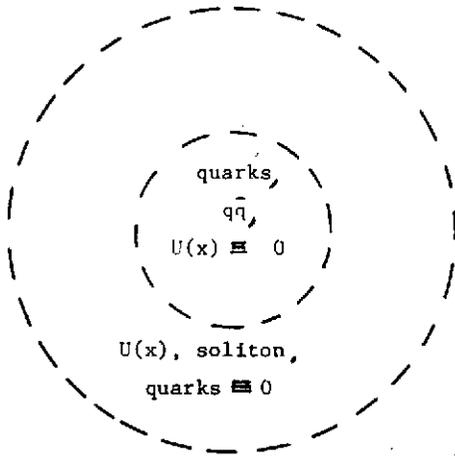


Fig. 4 : Schéma d'un modèle de symétrie chirale à 2 phases.

ce travail^{16b}, la reproduction des facteurs de forme du nucléon et du pion est obtenue d'une manière empirique en considérant qu'environ 50% du couplage du photon se fait directement sur les quarks du nucléon ou du pion et que le reste se fait indirectement au travers de la dominance vectorielle.

V) QUELQUES REMARQUES ET CONCLUSIONS

Tout d'abord nous ferons quelques remarques complémentaires à notre exposé. Nous n'avons pas mentionné le fait important que tout lagrangien effectif réaliste doit satisfaire aux identités de Ward qui sont une conséquence des symétries globales auxquelles satisfait QCD. Il doit satisfaire également aux identités "anormales" de Ward provenant des "anomalies" de QCD. Witten²⁰ a montré comment on pouvait tenir compte des anomalies chirales de QCD en introduisant dans SU(3) (trois saveurs de quarks, u, d et s) l'action de Wess-Zumino^{10,11}. Cette action est nulle dans le cas de SU(2) quand le méson ω est absent, c'est à dire pour le lagrangien (13) mais est présente pour le lagrangien (89) et doit être introduite^{30,31}. A un niveau phénoménologique elle permet de tenir compte, par exemple, des désintégrations $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ et $\omega \rightarrow \pi\gamma$.

En principe le lagrangien effectif mésique devrait pouvoir être déduit de QCD en intégrant sur les degrés de liberté des quarks et des gluons. Cette "bosonisation" est une tâche difficile et très compliquée dans l'espace à 4 dimensions⁶. Signalons cependant la bosonisation, par la méthode d'intégrale de chemin, d'un modèle de quark superconducteur de type Nambu-Jona-Lasinio³².

La symétrie chirale, dans le cas du secteur étrange (3 saveurs) est, à cause de la grande masse du quark s (~ 200 MeV), une moins bonne symétrie de la nature. On devrait s'attendre à une moins bonne phénoménologie dans le cas de la généralisation du modèle de Skyrme à $SU_L(3) \times SU_R(3)$ ³³.

Nous n'avons considéré que la force statique Skyrme-Skyrmion. En introduisant une dépendance temporelle dans la distance relative entre les solitons, $R(t)$, (éq. 56) on pourra générer un potentiel spin-orbit et un potentiel dépendant de la vitesse. Il y a aussi des termes supplémentaires provenant des dérivées temporelles que nous avons négligés en dérivant (67). Ces termes sont petits et contribuent attractivement à V_C^+ . Une autre contribution attractive, à l'interaction soliton-soliton vient de l'introduction du potentiel de transition $NN \rightarrow N\Delta$ ³⁴ (voir également éq. 80). Jusqu'à présent l'interaction NN est qualitativement assez bien décrite dans le cadre du modèle de Skyrme cependant une étude plus quantitative reste encore à faire.

Le modèle de Skyrme peut être utilisé non seulement pour décrire le nucléon et le delta et l'interaction nucléon-nucléon mais aussi pour étudier l'interaction Méson-Méson en particulier $\pi\pi$ ^{26,35} et Méson-baryon en particulier πN , KN et $\bar{K}N$ ³⁶. La diffusion pion-nucléon est produite en considérant des fluctuations quadratiques autour de la configuration classique^{10,36}.

Enfin, en conclusion, nous allons résumer quelques points forts du modèle de Skyrme. Dans ce modèle d'interaction de mésons hautement non linéaire, la géométrie conspire avec la dynamique pour donner naissance à une configuration de champ étendu et stable dont les propriétés sont semblables à celles des hadrons. C'est un schéma approximant QCD non perturbatif. Le modèle de Skyrme possède la symétrie chirale, issue capitale dans l'algèbre des courants et il satisfait aux théorèmes et à la physique des pions mous. Il permet de relier les propriétés des mésons à celles hadrons. Il donne une assez bonne description de la physique hadronique à basse énergie.

Remerciements

Je tiens à remercier mes collègues, W.N. Cottingham, M. Lacombe et R. Vinh Mau avec lesquels une partie du travail présenté ici a été réalisée. J'ai beaucoup appris avec leur collaboration. C'est grâce à leur concours fructueux que j'ai été à même d'apprécier l'apport du modèle de Skyrme à la physique hadronique de basse énergie.

APPENDICE A : CALCUL DE LA MASSE DUE AU TERME \mathcal{G} NON LINEAIRE

Rappelons que

$$\text{Tr}(A) = a_{11} + a_{22} \quad \text{avec} \quad A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (\text{A1})$$

$$\text{Tr}(AB) = \text{Tr}(BA) \quad (\text{A2})$$

et que (permutation circulaire)

$$\text{Tr}(ABC) = \text{Tr}(BCA) = \text{Tr}(CAB) \dots \quad (\text{A3})$$

Les matrices (d'isospin) de Pauli sont

$$\tau_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \tau_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}. \quad (\text{A4})$$

On voit que

$$\text{Tr}(\tau_i, i=1,2,3) = 0 \quad (\text{A5})$$

Rappelons

$$\tau_i \tau_j = \varepsilon_{ijk} i \tau_k \quad (\text{A6})$$

où ε_{ijk} est le tenseur totalement antisymétrique. La matrice U_0 (éq. 16) étant unitaire,

$$U_0 U_0^\dagger = 1 \quad (\text{A7})$$

et

$$U_0 (\partial_i U_0^\dagger) + (\partial_i U_0) U_0^\dagger = 0 \quad (\text{A8})$$

La contribution du terme \mathcal{G} non linéaire à la densité de masse du soliton est proportionnelle à (éq. 17)

$$\begin{aligned} \text{Tr} [\partial_i U_0 \partial_i U_0^\dagger] &= \text{Tr} [(\partial_i U_0) U_0^\dagger U_0 (\partial_i U_0^\dagger)] \\ &= -\text{Tr} [(\partial_i U_0) U_0^\dagger (\partial_i U_0) U_0^\dagger] \\ &= \text{Tr} [\vec{V} \cdot \vec{V}], \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

avec

$$\vec{V} = -i (\vec{\nabla} U_0) U_0^\dagger. \quad (\text{A10})$$

A partir de (16) on obtient

$$\vec{V} = \frac{\sin \theta \cos \theta}{r} \vec{a} + \frac{d\theta}{dr} \vec{b} - \frac{\sin \theta}{r} \vec{c}, \quad (\text{A11})$$

avec

$$\begin{cases} \vec{a} = \vec{c} - \hat{r}(\vec{c} \cdot \hat{r}) \\ \vec{b} = \hat{r}(\vec{c} \cdot \hat{r}) \\ \vec{c} = \vec{c} \wedge \hat{r} \end{cases} \quad (\text{A12})$$

On a

$$\begin{cases} \vec{a}^2 = \vec{c}^2 = 1 \\ \vec{b}^2 = 1 \\ \vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} = \vec{b} \cdot \vec{c} = \vec{c} \cdot \vec{b} = 0 \\ \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a} = 0 \end{cases} \quad (\text{A13})$$

Si l'on a un vecteur matrice tel que

$$\vec{k} = k_a \vec{a} + k_b \vec{b} + k_c \vec{c}, \quad (\text{A14})$$

alors (A13) entraîne

$$\vec{k}^2 = (2k_a^2 + k_b^2 + 2k_c^2) \mathbb{1}, \quad (\text{A15})$$

d'où

$$\text{Tr}[\partial_i U_0 \partial_i U_0^+] = \text{Tr}[\vec{V}^2] = 2 \left[\theta'^2 + \frac{2}{r^2} \sin^2 \theta \right], \quad (\text{A16})$$

ce qui donne bien le résultat de l'éq. (19).

APPENDICE B : CALCUL DU POTENTIEL DÛ AU σ NON LINEAIRE

Nous avons pour le terme σ non linéaire

$$\partial_\mu U \partial^\mu U^+ = \partial_0 U \partial_0 U^+ - \vec{\nabla} U \cdot \vec{\nabla} U^+ \quad (\text{B1})$$

où ∂_0 désigne la dérivée par rapport à t , cependant comme indiqué dans la section IIIa), nous négligeons ce terme en dérivées temporelles. $\mathcal{L}_2(U)$ de l'éq. (8) avec l'ansatz (60) s'écrit alors

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_2(U) &= -\frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr}[\vec{\nabla} U \cdot \vec{\nabla} U^+] = -\frac{f_\pi^2}{4} \text{Tr} \left\{ [A(\vec{\nabla} U_{01}) C U_{02} B^+ \right. \\ &\quad \left. + A U_{01} C(\vec{\nabla} U_{02}) B^+] [B U_{02}^+ C^+ (\vec{\nabla} U_{01}^+) A^+ + B(\vec{\nabla} U_{02}^+) C^+ U_{01}^+ A^+] \right\} \\ &= -\frac{f_\pi^2}{4} \left\{ \text{Tr}[\vec{\nabla} U_{01} \vec{\nabla} U_{01}^+] + \text{Tr}[\vec{\nabla} U_{02} \vec{\nabla} U_{02}^+] \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} [A(\vec{\nabla} U_{01}) C U_{02} (\vec{\nabla} U_{02}^+) C^+ U_{01}^+ A^+] \right. \\ &\quad \left. + \text{Tr} [A U_{01} C(\vec{\nabla} U_{02}) U_{02}^+ C^+ (\vec{\nabla} U_{01}^+) A^+] \right\} \quad (\text{B2}) \end{aligned}$$

$$= \mathcal{L}_2(U_1) + \mathcal{L}_2(U_2) - \mathcal{V}_2(\vec{r}, \vec{R}, C) \quad (\text{B3})$$

ce qui correspond bien à l'éq.(64), avec

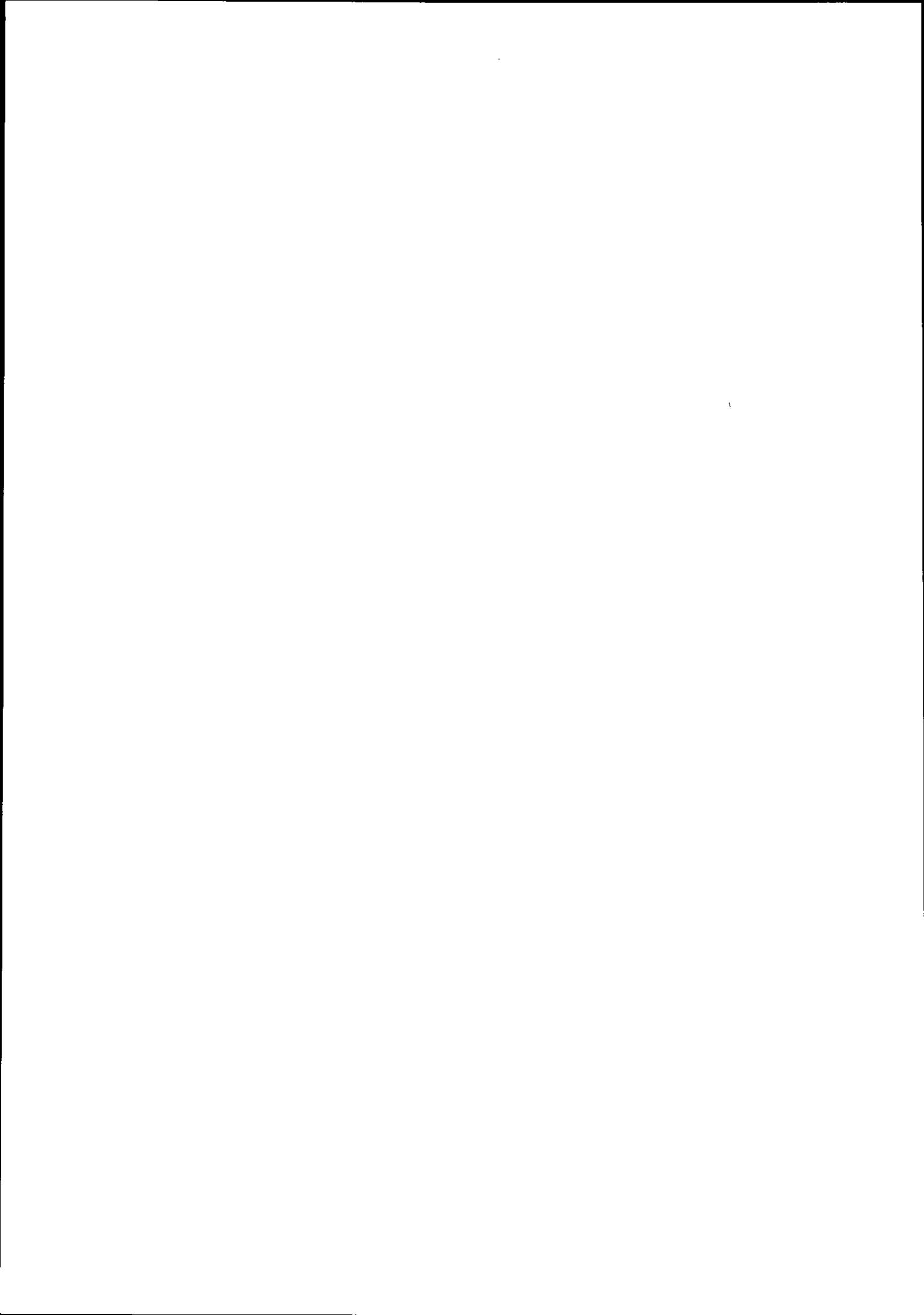
$$V_2 = \frac{f_\pi^2}{2} \text{Tr} [U_{01}^\dagger (\vec{\nabla} U_{01}) C U_{02} (\vec{\nabla} U_{02})^\dagger C^\dagger] \quad (B4)$$

ce qui donne bien l'éq.(67). Nous avons utilisé les propriétés (A3) et (A8) pour obtenir (B4) à partir de (B2).

REFERENCES

1. W. Marciano and H. Pagels, Phys. Reports 36C (1976) 137.
F. Wilczek. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 32 (1982) 177.
2. B. Svetitsky, Proceeding of "Quark matter 86", Nucl. Phys. A in press.
3. M.A. Shifman, A.J. Vainshtein and V.I. Zakharov, Nucl. Phys. B147 (1979) 385, 448, 519.
4. A. Chodos, R.L. Jaffe, K. Johnson and C.B. Thorn, Phys. Rev. D10 (1974) 2599.
5. J. Carlson, J. Kogut and V.R. Pandharipande, Phys. Rev. D27 (1983) 233.
N. Isgur and J. Paton, Phys. Rev. D31 (1985) 2910.
6. G. 't'Hooft, Nucl. Phys. B72 (1974) 461 ; Ibid B75 (1974) 461.
7. E. Witten, Nucl. Phys. B160 (1979) 57.
8. Voir également dans ce même volume les cours a) de P. Depommier et b) de P. Guichon, Ecole Joliot-Curie 1986.
9. T.H.R. Skyrme, Proc. Roy. Soc. London A260 (1961) 127 ; Nucl. Phys. 31 (1962) 556.
10. I. Zahed and G.E. Brown, Phys. Report 142 (1986) 1.
11. G.S. Adkins, C.R. Nappi and E. Witten, Nucl. Phys. B228 (1983) 552.
12. R. Vinh Mau, M. Lacombe, B. Loiseau, W.N. Cottingham and P. Lisboa, Phys. Lett. 150B (1985) 259.
13. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau and W.N. Cottingham, Phys. Lett. 161B (1985) 31.
14. R. Vinh Mau, Skyrme solitons and low energy hadronic physics, in Nucleon-Nucleon and Nucleon-Antinucleon Interactions, edited by H. Mitter and W. Plessas, Springer-Verlag Wien-New York 1985, pp. 91-127.
15. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau and W.N. Cottingham, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 170.
16. a) G.E. Brown, A.D. Jackson, M. Rho and V. Vento, Phys. Lett. 140B (1984) 285.
b) G.E. Brown, M. Rho and W. Weise, Nucl. Phys. A454 (1986) 669.
c) D. Klabucar and G.E. Brown, Nucl. Phys. A454 (1986) 589.
17. Voir par exemple les revues de W. Weise, G. Miller and F. Myhrer dans, Quarks and Nuclei, Ed. by W. Weise, International Review of Nuclear Physics, Vol. 1, 1984, World Scientific.
18. Voir par exemple la revue de B.W. Lee, Chiral Dynamics (Gordon and Breach, New York, 1972).
19. S. Weinberg, Physica 96 (1979) 325.
20. E. Witten, Nucl. Phys. B223 (1983) 422 ; ibid 433.
21. G.S. Adkins and C.R. Nappi, Nucl. Phys. B233 (1984) 109.
22. G. Karl and J.E. Paton, Phys. Rev. D30 (1984) 238.
23. A.D. Jackson and M. Rho, Phys. Rev. Lett. 51 (1983) 751.
24. M. Rho, Lectures given at the International School of Nuclear Physics, Erice (Sicily), Italy, 6-18 April (1983). Progress in Particle and Nuclear Physics, V.11, Ed. by D. Wilkinson.

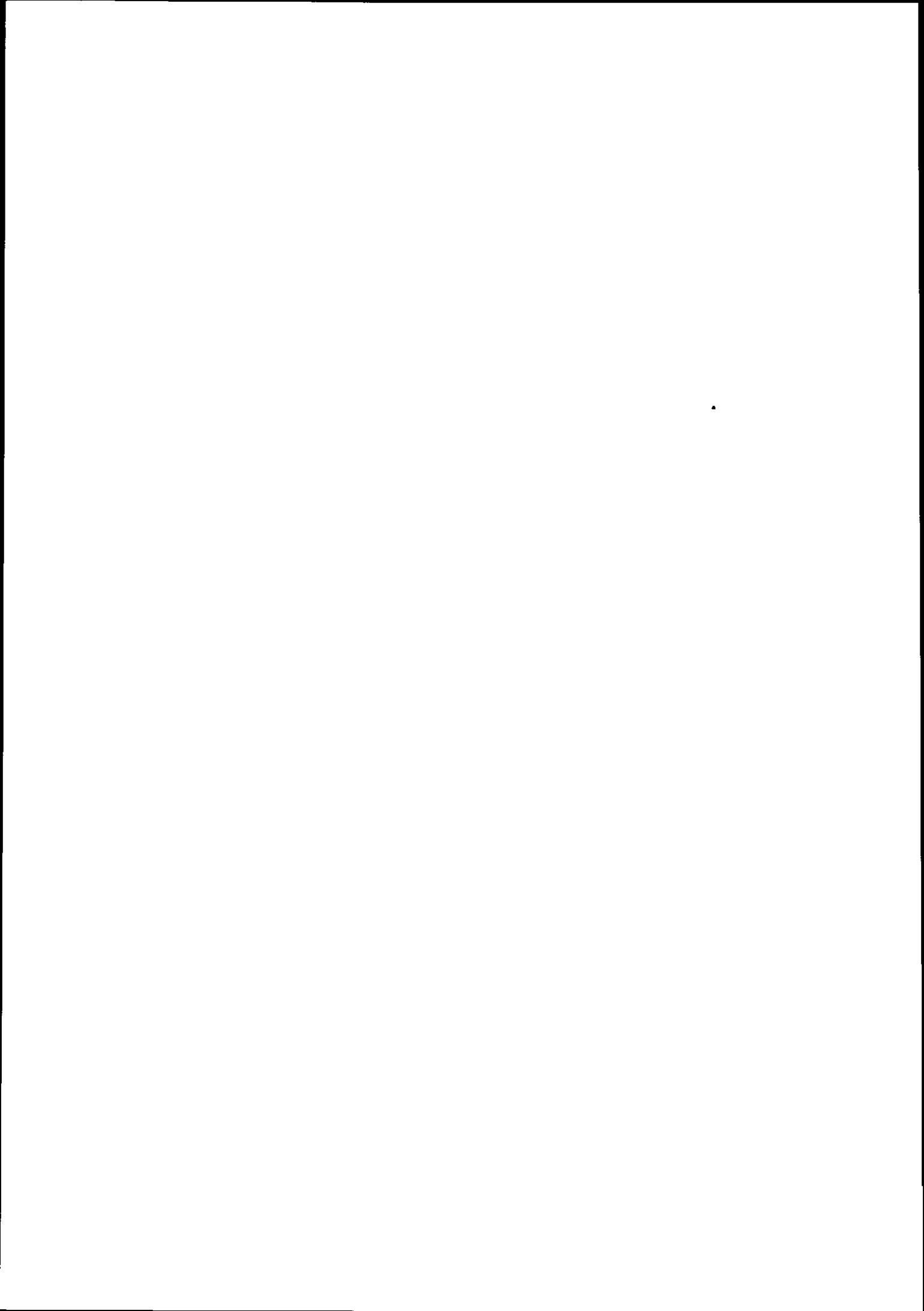
25. M. Lacombe, B. Loiseau, J-M. Richard, R. Vinh Mau, J. Côté, P. Pires and R. de Turrell, Phys. Rev. C21 (1980) 860.
26. J.F. Donoghue, E. Golowich and B.R. Holstein, Phys. Rev. Lett. 53 (1984) 747.
27. G. Adkins, C.R. Nappi, Phys. Lett. 137B (1984) 251.
28. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau and W.N. Cottingham, Phys. Lett. 169B (1986) 121.
29. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau and W.N. Cottingham, Phys. Rev. Lett. 57 (1986) 170.
30. U.G. Meissner and I. Zahed, Phys. Rev. Lett. 56 (1986) 1035.
31. M. Lacombe, B. Loiseau, R. Vinh Mau and W.N. Cottingham en préparation.
32. D. Ebert and H. Reinhardt, Nucl. Phys. B271 (1986) 188.
33. C. Nappi, Nuclear Chromodynamics : Quarks and Gluons in Particles and Nuclei, proceeding of the ITP Workshop, Santa Barbara (1985) et. by S. Brodsky and E. Moniz (World Scientific Singapore 1986).
34. A. de Pace, H. Müther and A. Faessler, Nucl. Phys. A457 (1986) 541.
35. T.N. Pham and T.N. Truong, Phys. Rev. D31 (1985) 3027.
36. M. Karliner and M.P. Mattis, Phys. Rev. D34 (1986) 1991.



**PHYSIQUE DES INTERACTIONS FONDAMENTALES
AUPRES DU REACTEUR A HAUT FLUX DE L'ILL**

M. AVENIER

ILL et ISN Grenoble



- Plan -

I Présentation de l'ILL

- Source de neutrons de basses energies (<1 eV)
- Source de neutrinos ($\bar{\nu}_e$) (décroissance bêta des produits de fission)

II T invariance et violation de P

1 - Interactions Nucléon - Nucléon : formation d'un état excité orienté

a) processus radiatifs (capture de neutrons polarisés)

T inv : le cas du système $n + {}^{48}\text{Ti}$

Parité : le cas des systèmes $n + {}^{35}\text{Cl}$, $n + {}^{117}\text{Sn}$

le cas des systèmes $A = 3$ ($n + d$) et $A = 2$ ($n + p$)

b) processus de diffusion (Parité)

rotation du plan de polarisation : le cas du système $n + {}^{117}\text{Sn}$

2 - Neutrons libres

a) décroissance bêta du neutron polarisé

T inv : recherche d'un terme $\sim \vec{\sigma}_n \cdot (\vec{p}_e \times \vec{p}_\nu)$

Parité : mesure de la corrélation $\vec{\sigma}_n \cdot \vec{p}_e$ - rapport g_A/g_V

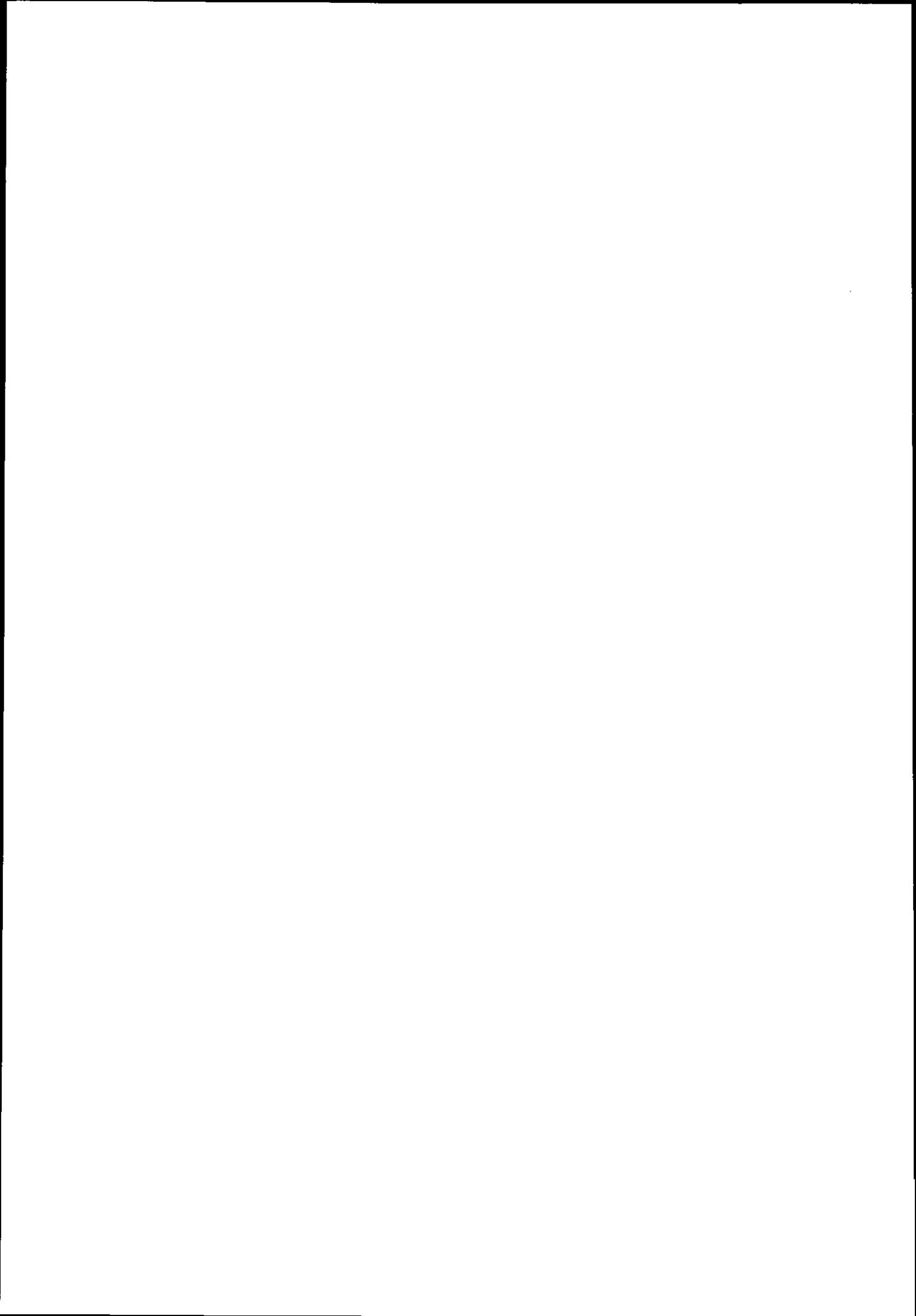
b) recherche d'un moment dipolaire électrique du neutron :

violation de T et P

III Nombres baryoniques et leptoniques

1 - Oscillations $n - \bar{n}$ ($\Delta B = 2$)

2 - Oscillations $\bar{\nu}_e - \nu_x$



LISTE DES PARTICIPANTS

ABGRALL	Yvon	LFT Bordeaux
ABZOUZI	Ali	CRN Strasbourg
AMROUN	Akila	CEN Saclay
AVENIER	Michel	ILL et ISN Grenoble
AYACHI	Abdelhafid	ISN Grenoble
AZAIEZ	Faiçal	CEN Bordeaux
BAUR	Gerhard	KFA Julich
BAZIN	Daniel	GANIL Caen
BEAUDOIN	Gilles	Université de Montréal et CERN
BELAIDI	Ramdane	LPT Bordeaux
BENNOUR	Leila	CSNSM Orsay
BENSAYAH	Nadji	LPC Clermont
BERTIN	Pierre	LPC Clermont
BERTHOT	Jacques	LPC Clermont
BONIN	Bernard	CEN Saclay
BOUCENNA	Ahmed	CRN Strasbourg
BRUGE	Gaston	CEN Saclay
BUSTO	José	CEN Bordeaux
CARBONELL	Jaime	ISN Grenoble
CHANFRAY	Guy	IPN Lyon
DELORME	Jean	IPN Lyon
DEPOMMIER	Pierre	Université de Montréal
DESBOIS	Jean	IPN Orsay
DESPLANQUES	Bertrand	IPN Orsay
DREUX	Pierre	CEN saclay
ESTENNE	Vincent	CEN Saclay
FONVIELLE	Hélène	LPC Clermont
GALES	Sydney	IPN Orsay
GIFFON	Maurice	IPN Lyon
GIRARDI	Georges	LAPP Annecy
GOUTTE	Dominique	CEN Saclay
GUICHON	Pierre	IPN Lyon
HOSTACHY	Jean-Yves	ISN Grenoble
HUBERT	Philippe	CEN Bordeaux
JAENICKE	Judith	ISN Grenoble
JAMMES	Laurent	CEN Saclay
KHENDRICHE	Arezki	IPN Orsay
LABARSOUQUE	Jean	LPT Bordeaux
LEANDRI	Joseph	ISN Grenoble
LEMAIRE	Marie.Claude	CEN Saclay
LIBERT	Jean	CSNSM Orsay
LOISEAU	Benoit	IPN Orsay
MAYER	Benjamin	CEN Saclay
MEOT	Vincent	CEN Saclay
MEYER	Jacques	IPN Lyon
MORAND	Bernard	LPT Bordeaux

OBIAJUNWA	Eusebius	IPN Orsay
OUBAHADOU	Ahmed	LSN Nantes
PORQUET	M. Geneviève	CSNSM Orsay
QUEBERT	Jean	CEN Bordeaux
QUENTIN	Philippe	LPT Bordeaux
REDON	Nadine	IPN Lyon
REGIMBART	Robert	LPC Caen
SAUVAGEON	Henri	CEN Bordeaux
SCHUCK	Peter	ISN Grenoble
SILVESTRE-BRAC	Bernard	ISN Grenoble
TAMISIER	Roland	LSN Nantes
THIBAUD	Jean-Pierre	CSNSM Orsay
VERGNES	Michel	IPN Orsay
VIENNOT	Michel	Université de Rabat
VIGNON	Bernard	ISN Grenoble
VINCKE	Marc	Université de Bruzelles
VOUTIER	Eric	IPN Lyon

ADRESSES

Centre d'Etudes Nucléaires de Bordeaux
Université de Bordeaux I
Le Haut Vigneau
F-33170 GRADIGNAN

F. AZAIEZ, J. BUSTO, Ph. HUBERT, J. QUEBERT, H. SAUVAGEON

Laboratoire de Physique Théorique
Université de Bordeaux I
Rue du Solarium
F-33170 GRADIGNAN

Y. ABGRALL, R. BELAIDI, J. LABARSOUQUE, B. MORAND, Ph. QUENTIN

G.A.N.I.L.
Boulevard H. Becquerel B.P. 5027
F-14021 CAEN CEDEX

D. BAZIN

Laboratoire de Physique Corpusculaire
Université de Caen
Esplanade de la Paix
F-14032 CAEN CEDEX

R. REGIMBART

Laboratoire de Physique Corpusculaire
Université de Clermont II
E.P. 45
F-63170 AUBIERE

N. BENSAYAH, J. BERTHOT, P. BERTIN, H. FONVIELLE

Institut des Sciences Nucléaires
Université de Grenoble I
53 avenue des Martyrs
F-38026 GRENOBLE CEDEX

A. AYACHI, M. AVENIER, J. CARBONELL, J.Y. HOSTACHY, J. JAENICKE,
J. LEANDRI, B. SILVESTRE-BRAC, P. SCHUCK, B. VIGNON

Institut de Physique Nucléaire
Université de Lyon I
43 boulevard du 11 novembre 1918
F-69622 VILLEURBANNE CEDEX

G. CHANFRAY, J. DELORME, M. GIFFON, P. GUICHON, J. MEYER, N. REDON,
E. VOUTIER,

Laboratoire de Spectroscopie Nucléaire
2 rue de la Houssinière
F-44072 NANTES CEDEX

A. OUBAHADOU, R. TAMISIER

Institut de Physique Nucléaire
B.P. 1
F-91406 ORSAY CEDEX

J. DESBOIS, B. DESPLANQUES, S. GALES, A. KHENDRICHE, B. LOISEAU,
E. OBIAJUNWA, M. VERGNES

Centre de Spectrométrie Nucléaire et de Spectrométrie de Masse
Bât. 104
F-91406 ORSAY

L. BENNOUR, J. LIBERT, M.G. PORQUET, J.P. THIBAUD

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Départ. de Physique Nucléaire/Hautes Energies
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

A. AMROUN, P. DREUX, V. ESTENNE, D. GOUTTE, L. JAMMES, V. MEOT

Centre d'Etudes Nucléaires de Saclay
Dept. Physique Nucléaire/Moyennes énergies
F-91191 GIF-SUR-YVETTE CEDEX

B. BONIN, G. BRUGE, M.C. LEMAIRE, B. MAYER

Centre de Recherches Nucléaires
23 rue du Loess
B.P. 20 CR
F-67037 STRASBOURG CEDEX

A. ABZOUZI, A. BOUCENNA

L.A.P.P.
B.P. 909
F-74019 ANNECY-Le-VIEUX CEDEX

G. GIRARDI

C.E.R.N.
33 rue des Lattes
CH-1217 MEYRIN, SUISSE

G. BEAUDOIN

Laboratoire de Physique Théorique et Mathématique
Université Libre de Bruxelles
C.P. 229
B - 1050 BRUXELLES, BELGIQUE

M. VINCKE

Institut für Kernphysik
KFA JULICH
postfach 1913
D-5170 JULICH, RFA

G. BAUR

Laboratoire de Physique Nucléaire
Université de Montréal
C.P. 6128
MONTREAL, Quebec H3C 3J7, CANADA

P. DEPOMMIER

Laboratoire de Physique Nucléaire
Faculté des Sciences
Avenue Ibn Batota
RABAT, MAROC

M. VIENNOT